1) (2 puntos) Las ecuaciones de las coordenadas de un punto en un movimiento son:

$x = 3\,t$, $y = -2t^2 + 5$ en unidades SI. Hallar:

A) v (5) **B)** a_t (5) **C)** a_n (5)

A) $\vec{r}(t) = x\,\vec{i} + y\,\vec{j} = 3t\,\vec{i} + (-2t^2+5)\,\vec{j}$

$\vec{v}(t) = \dfrac{d\vec{r}}{dt} = 3\vec{i} - 4t\,\vec{j}$

$\boxed{\vec{v}(5) = 3\vec{i} - 20\vec{j} \qquad v(5) = \sqrt{3^2+(-20)^2} = 20{,}22\ m/s}$

B) $a_t(t) = \dfrac{d\,v(t)}{dt}$

$v(t) = \sqrt{3^2 + (-4t)^2} = \sqrt{9+16t^2}$

$a_t(t) = \dfrac{32t}{2\sqrt{9+16t^2}} = \dfrac{16t}{\sqrt{9+16t^2}}$

$a_t(5) = \dfrac{32\cdot 5}{\sqrt{9+16\cdot 5^2}} = 3{,}96\ m/s^2$

$\boxed{\vec{a_t} = 3{,}96\,\vec{u_t}\ m/s^2}$

C) $a^2 = a_t^2 + a_n^2$

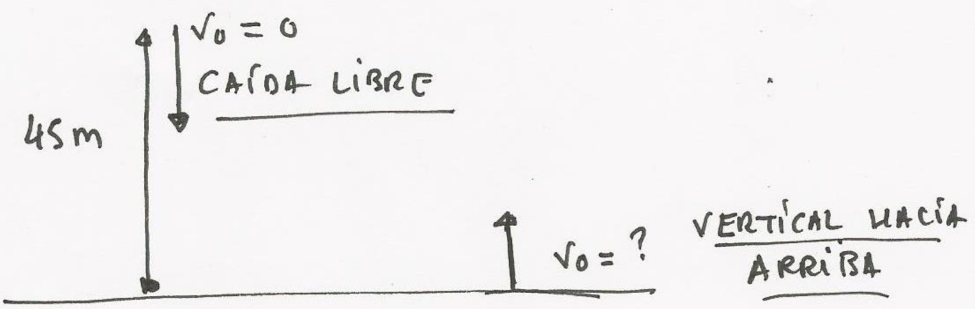
$\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}(t)}{dt} = -4\,\vec{j}\ m/s^2$

$a = \sqrt{(-4)^2} = 4\ m/s^2$

$a_n^2 = a^2 - a_t^2$

$\boxed{a_n = \sqrt{a^2 - a_t^2} = \sqrt{4^2 - (3{,}96)^2} = 0'57\ m/s^2}$

2) (2 puntos) Se lanza desde el suelo hacia arriba un objeto al mismo tiempo que se deja caer otro desde una altura de 45 m. ¿Con qué velocidad se debe lanzar el primero para que los dos lleguen al suelo al mismo tiempo?



CAÍDA LIBRE

Tiempo que tarda en caer → $y = 0$ → está en el suelo

$$y = y_0 - \frac{1}{2} g t^2$$

$$0 = 45 - 4{,}9\, t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{45}{4{,}9}} = 3{,}03 \text{ s}$$

VERTICAL HACÍA ARRIBA → está en el aire 3,03 s hasta que vuelve al suelo

$$y = \cancel{y_0} + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$0 = v_0 \cdot 3{,}03 - 4{,}9\,(3{,}03)^2$$

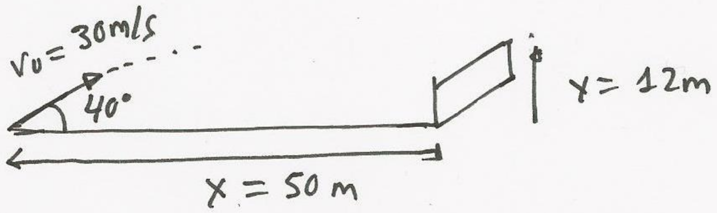
$$0 = 3{,}03\, v_0 - 44{,}99$$

$$\boxed{v_0 = \frac{44{,}99}{3{,}03} = 14{,}85 \text{ m/s}}$$

3) (2 puntos) Una catapulta dispara proyectiles con una velocidad de 30 m/s y ángulo de 40º con la horizontal contra una muralla. Esta tiene 12 m de altura y está situada a 50 m.

A) ¿Pasarán los proyectiles por encima de la muralla? **B)** Escribe la ecuación de la trayectoria del proyectil

A)



TIRO PARABÓLICO

$x = v_0 \cos\alpha \, t$

$y = v_0 \sin\alpha \, t - \frac{1}{2} g t^2$

$50 = 30 \cdot \cos 40° \, t = 22{,}98 \, t$

$t = \frac{50}{22{,}98} = 2{,}18 s$ tarda en recorrer el proyectil los 50 m en el eje X.

Calculamos que altura tiene el proyectil en ese instante

$$y = 30 \cdot \text{sen } 40° \cdot 2{,}18 - \frac{1}{2} \cdot 9{,}8 \cdot (2{,}18)^2 = \boxed{18'75 m}$$

El proyectil pasa por encima de la muralla

B)

$$\begin{cases} x = 30 \cdot \cos 40° \, t = 22{,}98 \, t \\ y = 30 \cdot \text{sen } 40° t - \frac{1}{2} \cdot 9{,}8 \, t^2 = 19{,}28 \, t - 4{,}9 \, t^2 \end{cases}$$

$t = \frac{x}{22{,}98}$

$$y = 19{,}28 \cdot \frac{x}{22{,}98} - 4{,}9 \left(\frac{x}{22{,}98}\right)^2 = \boxed{0{,}84x - 9{,}28 \cdot 10^{-3} x^2}$$

4) (2 puntos) Una partícula describe una circunferencia de 5 m de radio con una velocidad constante de 2 m/s. En un instante determinado frena con una aceleración constante de 0,5 m/s^2 hasta pararse. Calcula;

A) La velocidad angular en r.p.m de la partícula antes de empezar a frenar

B) La aceleración angular mientras frena

C) El número de vueltas que da desde que empieza a frenar hasta que se detiene

A) $R = 5m \quad v = 2 m/s \quad a_t = -0{,}5\ m/s^2$

$$v = w \cdot R \rightarrow w = \frac{v}{R} = \frac{2\ m/s}{5\ m} = 0{,}4\ rad/s$$

$$0{,}4 \frac{\cancel{rad}}{s} \cdot \frac{1\ vuelta}{2\pi\ \cancel{rad}} \cdot \frac{60\ s}{1\ min} = 3{,}82 \frac{vueltas}{min} = \boxed{3{,}82\ r.p.m.}$$

B) $$a_t = \alpha \cdot R \rightarrow \boxed{\alpha = \frac{a_t}{R} = \frac{-0{,}5\ m/s^2}{5\ m} = -0{,}1\ rad/s^2}$$

C) $$\varphi = \cancel{\varphi_0} + w_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \qquad w = w_0 + \alpha t$$

$$\varphi = 0{,}4\ rad/s\ 4s + \frac{1}{2}(-0{,}1\ rad/s^2)(4s)^2 \qquad 0 = 0{,}4 \frac{rad}{s} + \left(-0{,}1 \frac{rad}{s^2}\right) \cdot t$$

$$\varphi = 0{,}8\ rad \qquad t = 4\ s$$

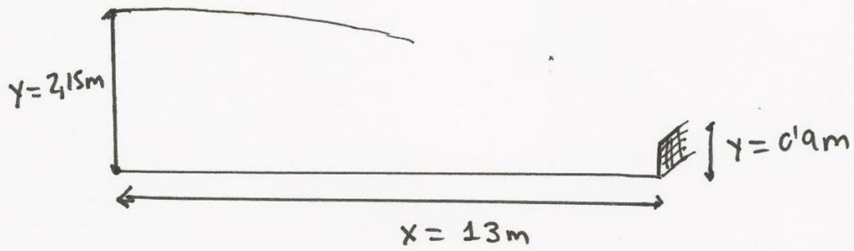
También se puede calcular directamente:

$$w^2 = w_0^2 + 2\alpha(\varphi - \cancel{\varphi_0})$$

$$= \frac{w^2 - w_0^2}{2\alpha} = \frac{0^2 - (0{,}4\ rad/s)^2}{2(-0{,}1\ rad/s^2)} = 0{,}8\ rad$$

$$\boxed{n^o\ de\ vueltas = \frac{0{,}8\ rad}{2\pi\ rad} = 0{,}13\ vueltas}$$

5) (2 puntos) Un jugador de tenis hace un servicio golpeando la pelota horizontalmente a una altura de 2,15 m. Si la red está a13 m de distancia y esta tiene una altura de 90 cm: **A)** ¿Cuál debe ser la velocidad inicial mínima requerida para que la pelota pase justamente por encima de la red? **B)** ¿Dónde tocará el suelo la pelota en este caso?



A) TIRO HORIZONTAL

$$x = v_0 t$$

$$y = y_0 - \frac{1}{2} g t^2$$

Calculamos el tiempo que tarda la pelota en tener la altura de la red $y = 0,9 \text{ m}$

$$0,9 = 2,15 - 4,9 t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{1,25}{4,9}} = 0,51 \text{ s}$$

Hallamos la velocidad que debe tener en el eje X para recorrer 13m → $x = 13\text{m}$

$$x = v_0 t \rightarrow \boxed{v_0 = \frac{x}{t} = \frac{13\text{m}}{0,51\text{s}} = 25,49 \text{ m/s}}$$

B) La pelota tocará el suelo cuando $y = 0$

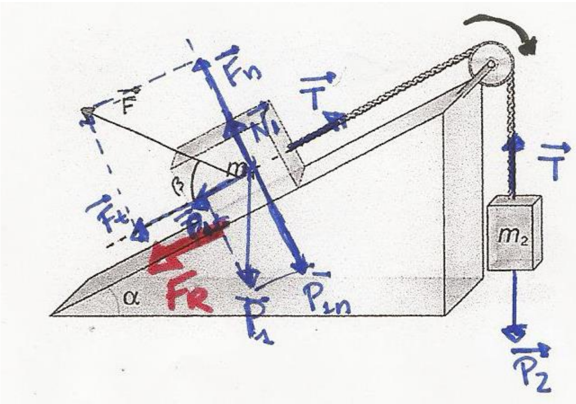
$$0 = 2,15 - 4,9 t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2,15}{4,9}} = 0,66 \text{ s}$$

$$\boxed{x = v_0 t = 25,49 \text{ m/s} \cdot 0'66 \text{ s} = 16,82\text{m}}$$ ha recorrido la pelota en el eje X

6) A) (0,5 puntos) Indica en qué sentido se mueve el sistema de la figura y representa el diagrama de todas las fuerzas existentes **B) (0,75 puntos)** Calcula con qué aceleración se mueve **C) (0,75 puntos)**¿Qué valor tiene la tensión de la cuerda?

Datos: $m_1 = 3$ kg $m_2 = 4$ kg $\mu = 0{,}1$ $\alpha = 30º$ $\beta = 50º$ $F = 30$ N



B)

$$P_2 - \cancel{T} = m_2 a$$

$$\cancel{T} - P_{1t} - F_t - F_{R_1} = m_1 a$$

$$P_2 - P_{1t} - F_t - F_{R_1} = a(m_1 + m_2)$$

$$a = \frac{P_2 - F_t - F_{R_1} - P_{1t}}{m_1 + m_2}$$

- $P_2 = m_2 g = 4\ kg \cdot 9{,}8\ m/s^2 = 39{,}2\ N$
- $F_t = F \cdot \cos 50° = 30\ N \cdot \cos 50° = 19{,}28\ N$

$F_R = \mu N_1 \qquad N_1 + F_n = P_{1n} \rightarrow N_1 = P_{1n} - F_n$

$P_{1n} = m_1 g \cos 30° = 25{,}46\ N$

$F_n = F \cdot sen\ 50° = 30\ N \cdot sen\ 50° = 22{,}98\ N$

$N_1 = 25{,}46\ N - 22{,}98\ N = 2{,}48\ N$

- $F_R = \mu N_1 = 0'1\ 2{,}48\ N = 0'25\ N$
- $P_{1t} = m_1 g\ sen\ 30° = 14{,}7\ N$

$$\boxed{a = \frac{39{,}2\ N - 19{,}28\ N - 0{,}25\ N - 14{,}7\ N}{7\ kg} = 0{,}71\ m/s^2}$$

C)

$$T = P_2 - m_2 a = m_2 g - m_2 a = m_2 (g - a)$$

$$\boxed{T = 4\ kg \cdot (9{,}8\ m/s^2 - 0{,}71\ m/s^2) = 36{,}36\ N}$$