

PARTE 1 - CUESTIONES

1. Dada una matriz A cuadrada, se dice que es simétrica si se cumple:

- a) La matriz A es igual a la opuesta de su matriz traspuesta, $A = -A^t$
- b) La matriz A es igual a su matriz traspuesta, $A = A^t$
- c) Ninguna de las otras.

2. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 0 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 0 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

El resultado de hacer $2A + B$ es:

- a) La matriz identidad
- b) La matriz nula
- c) Ninguna de las anteriores

3. Dada la matriz, $A = \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ -1 & 6 \end{pmatrix}$, el valor de A^{-1} es:

- a) $\begin{pmatrix} -6 & 5 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$
- b) $\begin{pmatrix} 6 & -5 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$
- c) Ninguna de las otras

4. Dada la inecuación $-3x + 4y - 3 \geq 1$. Un punto solución es:

- a) (0,1)
- b) (1,2)
- c) Todos los anteriores

5. ¿Cuál es el valor del siguiente límite $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$, si se sabe que $f(x) = -e^{-4x}$

- a) $+\infty$
- b) $-\infty$
- c) Ninguna de las otras.

6. La función $f(x) = \frac{-2}{x+4}$ tiene

- a) Asíntota horizontal, $y = 0$.
- b) Asíntota vertical, $x = -4$
- c) Todas las anteriores

7. Dada la función $f(x) = \frac{x^4-3}{x^3}$ es:

- a) Decreciente en el intervalo $(0, +\infty)$.
- b) Creciente en el intervalo $(-\infty, 0)$
- c) Todas son correctas.

8. Hallar $\int \left(-\frac{3}{x^2} + \frac{3}{x}\right) dx$

- a) Ninguna de las anteriores
- b) $\frac{3+3x\ln(x)}{x} + C$
- c) $-3 \ln(x^2) - 3 \ln(x) + C$

9. Si A y B son sucesos de un espacio de probabilidad, se verifica

- a) $P(A) = P(A \cup B) - P(A - B)$
- b) $P(A) = P(A \cap B) + P(A - B)$
- c) $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

10. La media de una variable aleatoria representa:

- a) El valor que está en el centro del intervalo de definición.
- b) El promedio del conjunto de todos los posibles valores de la variable.
- c) Es una medida de dispersión de la variable.

11. Usando la tabla de la distribución normal $N(0; 1)$ se puede afirmar que dada la siguiente variable aleatoria $X \sim N(66; 8)$

- a) $P(X > 70) = 0,6950$
- b) $P(X < 70) = 0,6950$
- c) $P(X = 70) = 0,6950$

12. El intervalo característico de una distribución $N(66; 8)$ para el 90% viene dado por:

- a) $(52,84; 79,16)$
- a) $(50,32; 81,68)$
- b) $(45,4; 86,6)$

Nota: $Z_{\alpha/2} = 1,645$.

PARTE 2 - PROBLEMAS

1. Las ventas de turrón y mazapán de una pastelería durante noviembre, diciembre y enero están en la matriz A , y los precios de venta en euros están en la matriz B :

$$A = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} \text{Noviembre} & \text{Diciembre} & \text{Enero} \\ \begin{pmatrix} 260 & 350 & 200 \\ 450 & 50 & 400 \end{pmatrix} \end{array} \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{Turrón} \\ \text{Mazapán} \end{array} ; B = \begin{array}{c} \begin{array}{cc} \text{Turrón} & \text{Mazapán} \\ \begin{pmatrix} 15 & 30 \\ 20 & 30 \\ 10 & 20 \end{pmatrix} \end{array} \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{Noviembre} \\ \text{Diciembre} \\ \text{Enero} \end{array}$$

- Multiplicar las matrices para obtener los ingresos por la venta de turrón en los 3 meses. ¿Qué elemento de la matriz nos da esa información? ¿A cuánto ascienden los ingresos por la venta de mazapán?
- Multiplicar las matrices para obtener los ingresos de ventas totales por meses. ¿En qué mes se alcanzó el máximo de ingresos? ¿Qué elemento de la matriz nos da esa información?
- ¿Cuántos fueron los ingresos totales en los 3 meses?

RESOLUCIÓN

- a) Para averiguar cuánto se ingresó por cada uno de los meses, se deberá calcular:

$$C = A \cdot B = \begin{pmatrix} 260 & 350 & 200 \\ 450 & 50 & 400 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 15 & 30 \\ 20 & 30 \\ 10 & 20 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12.900 & 22.300 \\ 21.750 & 38.000 \end{pmatrix}$$

Se podrá ver a cuánto ascienden los ingresos por el Turrón al fijarse en el componente $C_{11} = 12.900$. La empresa obtuvo unos ingresos de 12.900€ por la venta de turrón durante los tres meses.

En cuanto a la venta de mazapán, obtuvo unos ingresos de 38.000€.

- b) Para averiguar a cuánto ascienden los ingresos por meses, se deberá calcular:

$$D = B \cdot A = \begin{pmatrix} 15 & 30 \\ 20 & 30 \\ 10 & 20 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 260 & 350 & 200 \\ 450 & 50 & 400 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 17.400 & 21.750 & 15.000 \\ 18.700 & 23.500 & 16.000 \\ 11.600 & 14.500 & 10.000 \end{pmatrix}$$

El mayor ingreso lo obtuvo en diciembre, obteniendo 23.500€ de ingresos. Este se refleja en el componente $D_{22} = 23.500$.

- c) Para averiguar los ingresos totales en los tres meses, hay que sumar los ingresos que se obtuvieron en noviembre ($D_{11} = 17.400$), diciembre ($D_{22} = 23.500$) y enero ($D_{33} = 10.000$). El ingreso total asciende a 50.900€.

2. Se considera la función $f(x) = \frac{5x}{x-4}$

- Razone cuál es el dominio de definición de $f(x)$.
- Determine los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de $f(x)$.
- Determine los intervalos de concavidad y convexidad de $f(x)$.

RESOLUCIÓN

- a) Para estudiar el dominio de definición, dado que se trata de un cociente, siempre que el denominador sea nulo (igual a cero), no tendrá imagen en ese valor de x . Así las cosas:

$$f(x) = \frac{5x}{x-4} \rightarrow x-4 = 0 \rightarrow x = 4 \rightarrow \text{Dom } f(x) = \mathbb{R} - \{4\}$$

- b) Para averiguar los intervalos de crecimiento y decrecimiento, se necesitará la siguiente información:

i) Dominio: $\text{Dom } f(x) = \mathbb{R} - \{4\}$

ii) Puntos críticos: $f'(x) = \frac{(5)(x-4) - (5x)(1)}{(x-4)^2} = \frac{5x-20-5x}{(x-4)^2} = \frac{-20}{(x-4)^2} = 0 \rightarrow -20 \neq 0 \rightarrow \text{No tiene}$

Una vez se tienen todos estos datos, se planteará el recorrido de la función:

Dominio	$(-\infty, 4)$	$(4, \infty)$
x	1	5
$f'(x)$	-	-
Conclusión	Decrece	Decrece

La función es decreciente en los intervalos $(-\infty, 4) \cup (4, \infty)$

- c) Para averiguar los intervalos de concavidad y convexidad de la función, se necesitará la siguiente información:

i) Puntos de inflexión: $f''(x) = \frac{(0)(x-4)^2 - (-20)(2(x-4))}{((x-4)^2)^2} = \frac{40x-160}{(x-4)^4} = 0 \rightarrow 40x + 160 = 0$
 $\rightarrow 40x = -160 \rightarrow x = -\frac{160}{40} = -4$

Una vez se tiene este dato, se planteará el recorrido de la función en base al intervalo $(-\infty, \infty)$, añadiendo cortes con los valores de x obtenidos antes:

Dominio	$(-\infty, -4)$	$(-4, \infty)$
x	-5	0
$f''(x)$	-	-
Conclusión	Convexo	Convexo

La función es convexa en el intervalo $(-\infty, -4) \cup (-4, \infty)$.

3. La siguiente tabla de contingencia recoge el número de espectadores que acude a ver películas infantiles, de ciencia ficción y románticas, así como el consumo de palomitas, bebidas y gominolas.

	Infantiles	Ciencia ficción	Románticas
Palomitas	6	72	42
Bebidas	4	48	28
Gominolas	10	30	10

- Elegido un espectador al azar calcula la probabilidad de que haya visto una película infantil. Utiliza la fórmula de las probabilidades totales.
- ¿Cuál es la probabilidad de que un espectador elegido al azar con una bolsa de gominolas haya visto una película romántica?
- ¿Cuál es la probabilidad de que un espectador elegido al azar tras ver una película de ciencia ficción haya consumido alguna bebida?

RESOLUCIÓN

Antes de comenzar a resolver el ejercicio, se complementará la tabla dada los totales de las filas y columnas:

	Infantiles	Ciencia ficción	Románticas	
Palomitas	6	72	42	120
Bebidas	4	48	28	80
Gominolas	10	30	10	50
	20	150	80	250

Ahora que ya se ha complementado la tabla, se pasa a resolver los apartados:

- a) Para averiguar la probabilidad de que haya visto una película infantil, se utilizará la definición de probabilidad; es decir, del total de asistentes (250), cuántos fueron a ver películas infantiles (20)
- $$P(\text{Infantiles}) = \frac{20}{250} = 0'08$$

La probabilidad de que, elegido un espectador al azar, haya visto una película infantil es del 8%.

- b) Para averiguar la probabilidad de que un espectador con una bolsa de gominolas haya visto una película romántica, se utilizará la definición de probabilidad condicionada; es decir, del total de gente con gominolas (50), cuántos vieron películas románticas (10):

$$P(\text{Románticas}|\text{Gominolas}) = \frac{P(\text{Románticas} \cap \text{Gominolas})}{P(\text{Gominolas})} = \frac{10}{50} = 0'2$$

La probabilidad de que, elegido un espectador al azar con una bolsa de gominolas haya visto una película romántica, es de un 20%.

- c) Para averiguar la probabilidad de que un espectador tras ver una película de ciencia ficción, haya consumido alguna bebida, se utilizará la definición de probabilidad condicionada; es decir, del total de gente que vio una película de ciencia ficción (150), cuántos consumieron alguna bebida (48):

$$P(\text{Bebidas}|\text{Ciencia ficción}) = \frac{P(\text{Bebidas} \cap \text{Ciencia ficción})}{P(\text{Ciencia ficción})} = \frac{48}{150} = 0'32$$

La probabilidad de que, elegido un espectador al azar que, tras haber visto una película de ciencia ficción, haya consumido alguna bebida, es de un 32%.