Un foco emite luz amarilla de 580 nm de longitud de onda.

a) **¿Cuál es la frecuencia de la luz?**

b) **¿Cuál es la energía de cada fotón?**

a) $f = \dfrac{c}{\lambda} = \dfrac{3 \cdot 10^{8}\ \text{m s}^{-1}}{580 \cdot 10^{-9}\ \text{m}} = 5{,}2 \cdot 10^{14}\ \text{Hz}$

b) $E = hf = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{J s} \cdot 5{,}2 \cdot 10^{14}\ \text{s}^{-1} = 3{,}4 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$

Un haz de luz ultravioleta tiene una frecuencia de $7{,}5 \cdot 10^{15}$ Hz.

a) **¿Cuál es su longitud de onda?**

b) **¿Qué energía le corresponde a cada fotón, en eV?**

a) $\lambda = \dfrac{c}{f} = \dfrac{3 \cdot 10^{8}\ \text{m s}^{-1}}{7{,}5 \cdot 10^{15}\ \text{s}^{-1}} = 4 \cdot 10^{-8}\ \text{m}$

b) $E = hf = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{J s} \cdot 7{,}5 \cdot 10^{15}\ \text{s}^{-1} = 5 \cdot 10^{-18}\ \text{J}$

$$E = \frac{5 \cdot 10^{-18}\ \text{J}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{J/eV}} = 31\ \text{eV}$$

El trabajo de extracción para el sodio es de 2,5 eV. Calcula la frecuencia mínima que debe tener la radiación que se debe utilizar y su longitud de onda para que se produzca el efecto fotoeléctrico en dicho metal.

La frecuencia umbral es la que corresponde al trabajo de extracción:

$$W_e = hf_0; \qquad f_0 = \frac{W_e}{h} = \frac{2{,}5\ \text{eV} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{J/eV}}{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{J s}} = 6 \cdot 10^{-14}\ \text{s}^{-1}$$

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^{8}\ \text{m s}^{-1}}{6 \cdot 10^{14}\ \text{s}^{-1}} = 5 \cdot 10^{-7}\ \text{m} = 5000\ \text{Å}$$

Al iluminar un metal con luz de frecuencia $2{,}5 \cdot 10^{15}$ Hz se observa que emite electrones que pueden detenerse al aplicar un potencial de frenado de 7,2 V. Si sobre el mismo metal incide una luz cuya frecuencia es $1{,}7 \cdot 10^{15}$ Hz, el potencial de frenado pasa a ser de 3,8 V. Calcula:

a) **El valor de la constante de Planck.**

b) **La función de trabajo del metal.**

a) El trabajo de extracción se obtiene al aplicar la ecuación del efecto fotoeléctrico en las dos circunstancias, teniendo en cuenta que $E_c = eV_0$:

$$hf_1 = W_e + eV_{01}; \qquad hf_2 = W_e + eV_{02}$$

Al restar ambas ecuaciones se obtiene la constante de Planck:

$$h\,(f_1 - f_2) = e\,(V_{01} - V_{02}); \qquad h = \frac{e\,(V_{01} - V_{02})}{f_1 - f_2} =$$

$$= \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot (7{,}2 - 3{,}8)\ \text{V}}{2{,}5 \cdot 10^{15}\ \text{Hz} - 1{,}7 \cdot 10^{15}\ \text{Hz}} = 6{,}7 \cdot 10^{-34}\ \text{J s}$$

b) Al aplicar cualquiera de las dos ecuaciones iniciales se obtiene el trabajo de extracción o función de trabajo del metal:

$$W_e = hf_1 - eV_{01} =$$

$$= 6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{J s} \cdot 2{,}5 \cdot 10^{15}\ \text{s}^{-1} - 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 7{,}2\ \text{V} =$$

$$= 5{,}3 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

Un electrón salta entre dos niveles cuya diferencia de energía es de $1{,}5 \cdot 10^{-15}$ J. ¿Cuál es la frecuencia de la radiación?

Al saltar de un nivel de energía externo a otro de menor energía, emite la diferencia de energía existente entre ambos niveles, con una frecuencia dada por la ecuación:

$$E_2 - E_1 = hf; \qquad f = \frac{E_2 - E_1}{h} = \frac{1{,}5 \cdot 10^{-15}\ \text{J}}{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{J s}} = 2{,}26 \cdot 10^{18}\ \text{s}^{-1}$$

¿Cuál es la longitud de onda de De Broglie asociada a un haz de neutrones de 0,05 eV de energía?

Datos: masa del neutrón = $1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg.

$E_c = 0{,}05\ \text{eV} = 0{,}05\ \text{eV} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{J/eV} = 8 \cdot 10^{-21}\ \text{J}$

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{\sqrt{2mE_c}} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{J s}}{\sqrt{2 \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27}\ \text{kg} \cdot 8 \cdot 10^{-21}\ \text{J}}} =$$

$$= 1{,}3 \cdot 10^{-10}\ \text{m} = 1{,}3\ \text{Å}$$

Halla la longitud de onda asociada a las siguientes partículas:

a) **Un neutrón cuya velocidad es de 10^{5} m s^{-1}.**

b) **Un grano de arena de 2 mg que se mueve con una velocidad de 10 m s^{-1}.**

a) $\lambda = \dfrac{h}{m_n v_n} = \dfrac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{J s}}{1{,}675 \cdot 10^{-27}\ \text{kg} \cdot 10^{5}\ \text{m s}^{-1}} = 3{,}69 \cdot 10^{-12}\ \text{m}$

b) $\lambda = \dfrac{h}{m_a v_a} = \dfrac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{J s}}{2 \cdot 10^{-6}\ \text{kg} \cdot 10\ \text{m s}^{-1}} = 3{,}31 \cdot 10^{-29}\ \text{m}$

Determina la longitud de onda asociada con los electrones que han sido acelerados mediante una diferencia de potencial de 1000 V.

La longitud de onda de De Broglie es:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mVe}} =$$

$$= \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{J s}}{\sqrt{2 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \text{kg} \cdot 10^{3}\ \text{V} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C}}} =$$

$$= 3{,}9 \cdot 10^{-11}\ \text{m} = 0{,}39\ \text{Å}$$

El trabajo de extracción o función de trabajo del sodio es de 2,5 eV. Si la longitud de onda de la luz incidente es de $3{,}0 \cdot 10^{-7}$ m, ¿se producirá extracción de electrones del sodio?

Datos: $h = 6{,}625 \cdot 10^{-34}$ J s; 1 eV = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ J.

Energía de la luz incidente:

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6{,}625 \cdot 10^{-34}\ \text{J s} \cdot 3 \cdot 10^{8}\ \text{m s}^{-1}}{3 \cdot 10^{-7}\ \text{m}} =$$

$$= 6{,}625 \cdot 10^{-19}\ \text{J} = 4{,}14\ \text{eV}$$

Como esta energía es mayor que el trabajo de extracción, sí se produce la extracción de electrones.

Un haz de luz monocromática de $6{,}5 \cdot 10^{14}$ Hz ilumina una superficie metálica que emite electrones con una energía cinética de $1{,}3 \cdot 10^{-19}$ J. ¿Cuál es el trabajo de extracción del metal? ¿Cuál es su frecuencia umbral?

La energía del fotón incidente es:

$$E = hf = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{J s} \cdot 6{,}5 \cdot 10^{14}\ \text{s}^{-1} = 4{,}3 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

Por tanto, el trabajo de extracción del metal es:

$$W_e = E - E_c = 4{,}3 \cdot 10^{-19}\ \text{J} - 1{,}3 \cdot 10^{-19}\ \text{J} = 3 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

La frecuencia umbral es:

$$f_0 = \frac{W_e}{h} = \frac{3 \cdot 10^{-19}\ \text{J}}{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{J s}} = 4{,}5 \cdot 10^{14}\ \text{Hz}$$

Los fotoelectrones emitidos por una superficie metálica tienen una energía cinética máxima de 2,03 eV para una radiación incidente de 300 nm de longitud de onda. Halla la función de trabajo de la superficie y la longitud de onda umbral.

La función trabajo o trabajo de extracción se obtiene mediante la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico:

$$hf = E_c + W_e$$

$$E_c = 2{,}03\ \text{eV} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{J/eV} = 3{,}25 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

$$W_e = \frac{hc}{\lambda} - E_c =$$

$$= 6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{J s} \cdot \frac{3.\ 10^{8}\ \text{m s}^{-1}}{3 \cdot 10^{7}\ \text{m}} - 3{,}25 \cdot 10^{-19}\ \text{J} = 3{,}38 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

La frecuencia umbral es la que corresponde al trabajo de extracción:

$$W_e = hf_0 = \frac{hc}{\lambda_0}; \qquad \lambda_0 = \frac{hc}{W_e} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{J s} \cdot 3 \cdot 10^{8}\ \text{m s}^{-1}}{3{,}38 \cdot 10^{-19}\ \text{J}} =$$

$$= 5{,}88 \cdot 10^{-7}\ \text{m} = 588\ \text{nm}$$

La longitud de onda umbral de un cierto metal es de 275 nm. Calcula:

a) **La función de trabajo o energía de extracción de los electrones, en eV, de ese metal.**

b) **La velocidad máxima de los fotoelectrones producidos si se emplea una radiación de 220 nm de longitud de onda.**

a) La energía de extracción de los electrones es la energía del fotón de longitud de onda umbral:

$$W_e = hf_0 = \frac{hc}{\lambda_0} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{J s} \cdot 3 \cdot 10^{8}\ \text{m s}^{-1}}{2{,}75 \cdot 10^{-7}\ \text{m}} =$$

$$= 7{,}23 \cdot 10^{-19}\ \text{J} = \frac{7{,}23 \cdot 10^{-19}\ \text{J}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{J/eV}} = 4{,}52\ \text{eV}$$

b) La energía cinética de los electrones se calcula mediante la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico:

$$E_c = \frac{hc}{\lambda} - W_e =$$

$$= \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{J s} \cdot 3 \cdot 10^{8}\ \text{m s}^{-1}}{2{,}20 \cdot 10^{-7}\ \text{m}} - 7{,}23 \cdot 10^{-19}\ \text{J} =$$

$$= 1{,}81 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

La velocidad máxima de los fotoelectrones se obtiene a partir de la energía cinética:

$$v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}81 \cdot 10^{-19}\ \text{J}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \text{kg}}} = 6{,}3 \cdot 10^{5}\ \text{m s}^{-1}$$

Un haz monocromático de luz roja posee una longitud de onda de 650 nm.

Calcula:

a) **La frecuencia.**

b) **La energía de un fotón.**

c) **La cantidad de movimiento de ese fotón.**

a) $f = \dfrac{c}{\lambda} = \dfrac{3.\ 10^{8}\ \text{m s}^{-1}}{6{,}5 \cdot 10^{-7}\ \text{m}} = 4{,}6 \cdot 10^{14}\ \text{s}^{-1}$

b) $E = hf = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{J s} \cdot 4{,}6 \cdot 10^{14}\ \text{s}^{-1} = 3{,}05 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$

c) $\lambda = \dfrac{h}{p}; \qquad p = \dfrac{h}{\lambda} = \dfrac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{J s}}{6{,}5 \cdot 10^{-7}\ \text{m}} = 1{,}02 \cdot 10^{-27}\ \text{kg m s}^{-1}$

Un protón que parte del reposo es acelerado por una diferencia de potencial de 10 V. Determina:

a) **La energía que adquiere el protón expresada en eV y su velocidad en m/s.**

b) **La longitud de onda de De Broglie asociada al protón con la velocidad anterior.**

Datos: $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ **J s;** $m_P = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ **kg;** $q_p = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ **C.**

a) La energía que adquiere el protón coincide con el trabajo que realiza el campo eléctrico:

$$E_c = qV = 1\ \text{e} \cdot 10\ \text{V} = 10\ \text{eV} =$$

$$= 10\ \text{eV} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{J eV}^{-1} = 1{,}6 \cdot 10^{-18}\ \text{J}$$

b) La longitud de onda de De Broglie es la siguiente:

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{J s}}{1{,}67 \cdot 10^{27}\ \text{kg}\ 4{,}38 \cdot 10^{5}\ \text{m s}^{-1}} =$$

$$= 9{,}06 \cdot 10^{-13}\ \text{m}$$

ELEMENTOS DE FÍSICA RELATIVISTA

Cuando una nave espacial está en reposo con respecto a un observador, su longitud es de 50 m. ¿Qué longitud medirá el mismo observador cuando la nave se mueve con una velocidad de $2{,}4 \cdot 10^{8}$ m/s?

Aplicamos la expresión que determina la contracción lineal:

$$\ell = \ell'\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 50\ \text{m} \cdot \sqrt{1 - \frac{(0{,}8c)^2}{c^2}} = 30\ \text{m}$$

siendo $v = 2{,}4 \cdot 10^{8}\ \text{m/s} = 0{,}8c$

La masa en reposo de un electrón es $9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg. ¿Cuál es su masa relativista si su velocidad es $0{,}80c$?

La masa relativista de un cuerpo en movimiento viene dada por:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}} = \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \text{kg}}{0{,}6} = 1{,}5 \cdot 10^{-30}\ \text{kg}$$

Un astronauta de 30 años se casa con una mujer de 20 años poco antes de emprender un viaje espacial. Cuando retorna a la Tierra ella tiene 35 años y él 32. ¿Cuánto ha durado el viaje según los relojes de la Tierra y cuál fue la velocidad media durante el viaje?

El tiempo transcurrido según los relojes de la Tierra viene dado por la diferencia de edad de la mujer: 15 años. En este caso, pues, t = 15 años y t' = 2 años. Por tanto, tenemos que:

$$2 \text{ años} = 15 \text{ años} \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}; \qquad \frac{4}{225} = 1 - \frac{v^2}{c^2}$$

de donde se deduce que $v = 0{,}99\,c$.

¿Cuál debe ser la velocidad de una varilla para que su longitud se reduzca a la tercera parte de la que tiene en reposo?

Despejamos la velocidad en la expresión que determina la contracción lineal:

$$\ell = \ell' \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}; \qquad \frac{1}{3} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$\frac{1}{9} = 1 - \frac{v^2}{c^2};$$

de donde:

$$v = 0{,}94\,c$$

¿A qué velocidad debería viajar un cohete para que su longitud se contrajera en un 50%?

Aplicamos la ecuación que define la contracción:

$$\ell = \ell' \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}; \qquad \frac{1}{2} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}; \qquad \frac{1}{4} = 1 - \frac{v^2}{c^2}$$

$$v^2 = 0{,}75\,c^2; \qquad v = 0{,}866 \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} = 2{,}6 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

¿Con qué velocidad se debe mover un cuerpo para que su masa se haga el doble?

Se ha de cumplir que $m = 2\,m_0$. Despejamos la velocidad de la expresión:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}; \qquad 2 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}};$$

$$1 - \frac{v^2}{c^2} = 0{,}25; \qquad v = 0{,}87\,c$$

Halla la masa y la energía total de un electrón que se mueve con una velocidad de 1,00 · 10⁸ m/s.

Masa del electrón en movimiento:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}{\sqrt{1 - \left(\frac{10^8}{3 \cdot 10^8}\right)^2}} = 9{,}65 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

La energía total será:

$$E = mc^2 = 9{,}65 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 9 \cdot 10^{16} \text{ m}^2/\text{s}^2 = 8{,}69 \cdot 10^{-14} \text{ J}$$

¿A qué velocidad debería moverse un cuerpo para que su masa en movimiento fuera exactamente cinco veces su masa en reposo?

Sustituimos el valor de la masa de la partícula cuando está en movimiento en la ecuación:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}};$$

si:

$$m = 5\,m_0$$

se tiene:

$$5 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 1$$

$$25 \cdot \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = 1; \qquad 25 \cdot \frac{c^2 - v^2}{c^2} = 1$$

$$25\,c^2 - 25\,v^2 = c^2; \qquad 25\,v^2 = 24\,c^2; \qquad 5\,v = 4{,}899\,c$$

$$v = \frac{4{,}899}{5} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} = 2{,}94 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Un electrón se mueve con una velocidad 0,85 *c*. Calcula su energía total y su energía cinética en eV.

La energía total del electrón es:

$$E = mc^2 = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}\,c^2 = \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 9 \cdot 10^{16} \text{ m}^2/\text{s}^2}{\sqrt{1 - (0{,}85)^2}} =$$

$$= 1{,}55 \cdot 10^{-13} \text{ J} = 0{,}97 \text{ MeV}$$

La energía cinética se obtiene restando la energía en reposo de la energía total:

$$E_c = E - m_0 c^2 = 1{,}55 \cdot 10^{-13} \text{ J} - 0{,}82 \cdot 10^{-13} \text{ J} =$$

$$= 0{,}73 \cdot 10^{-13} \text{ J} = 0{,}46 \text{ MeV}$$

¿A qué velocidad debería moverse un objeto para que su masa en movimiento fuera cuatro veces su masa en reposo?

La variación de la masa queda determinada por:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

siendo:

$$m = 4\,m_0$$

$$16 \cdot \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = 1; \qquad 16 \cdot \frac{c^2 - v^2}{c^2} = 1$$

$$16\,c^2 - 16\,v^2 = c^2; \qquad 16\,v^2 = 15\,c^2; \qquad v = 2{,}9 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$