ENUNCIADOS

Cuestiones

1 − a) ¿Cuál es la *hipótesis cuántica* de Planck?.
b) Para la explicación del efecto fotoeléctrico, Einstein tuvo en cuenta las ideas cuánticas de Planck. ¿En qué consiste el efecto fotoeléctrico?. ¿Qué explicación del mismo efectuó Einstein?.

Junio 1997

2 − Discuta la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones:
a) Un fotón de luz roja tiene mayor longitud de onda que un fotón de luz azul.
b) Un fotón de luz amarilla tiene mayor frecuencia que un fotón de luz azul.
c) Un fotón de luz verde tiene menor velocidad de propagación en el vacío que un fotón de luz amarilla.
d) Un fotón de luz naranja es más energético que un fotón de luz roja.

Modelo 2009

3 − Una radiación de frecuencia ν produce efecto fotoeléctrico al incidir sobre una placa de metal.
a) ¿Qué condición tiene que cumplir la frecuencia para que se produzca efecto fotoeléctrico?.
Explique qué ocurre:
b) si se aumenta la frecuencia de la radiación;
c) si se aumenta la intensidad de la radiación.

Modelo 2003

4 − La longitud de onda umbral de la luz utilizada para la emisión de electrones en un metal por efecto fotoeléctrico es la correspondiente al color amarillo. Explique si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:
a) Iluminando con la luz amarilla umbral, si duplicamos la intensidad de luz duplicaremos también la energía cinética de los electrones emitidos.
b) Iluminando con luz ultravioleta no observaremos emisión de electrones.

Septiembre 2008

5 − Se ilumina un metal con luz correspondiente a la región del amarillo, observando que se produce efecto fotoeléctrico. Explique si se modifica o no la energía cinética máxima de los electrones emitidos:
a) si iluminando el metal con la luz amarilla indicada se duplica la intensidad de la luz;
b) si se ilumina el metal con luz correspondiente a la región del ultravioleta.

Septiembre 2010 (Fase General)

6 − Un cierto haz luminoso provoca efecto fotoeléctrico en un determinado metal. Explique cómo se modifica el número de fotoelectrones y su energía cinética si:
a) aumenta la intensidad del haz luminoso;
b) aumenta la frecuencia de la luz incidente;
c) disminuye la frecuencia de la luz por debajo de la frecuencia umbral del metal.
d) ¿Cómo se define la magnitud trabajo de extracción?.

Junio 2004

7 − Razone si las siguientes afirmaciones son correctas o incorrectas:
a) De acuerdo con el Principio de conservación de la energía, los fotoelectrones emitidos por un metal irradiado tienen la misma energía que los fotones que absorben.
b) Si se irradia con luz blanca un metal y se produce efecto fotoeléctrico en todo el rango de frecuencias de dicha luz, los fotoelectrones emitidos con mayor energía cinética son los originados por las componentes espectrales de la región del rojo.

Junio 2010 (Materias coincidentes)

8 − La energía mínima necesaria para extraer un electrón del sodio es de 2,3 eV. Explique si se producirá el efecto fotoeléctrico cuando se ilumina una lámina de sodio con las siguientes radiaciones:
a) luz roja de longitud de onda: 680 nm;
b) luz azul de longitud de onda: 360 nm.

Datos: Constante de Planck: $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J·s
Velocidad de la luz en el vacío: $c = 3 \times 10^{8}$ m/s
Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C .

Modelo 2010 y *Modelo 2011*

9 − Se ilumina una superficie metálica con luz cuya longitud de onda es de 300 nm, siendo el trabajo de extracción del metal de 2,46 eV . Calcule:
a) la energía cinética máxima de los electrones emitidos por el metal;
b) la longitud de onda umbral para el metal.

Datos: Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C
Velocidad de la luz en el vacío: $c = 3 \times 10^{8}$ m·s^{-1}
Constante de Planck: $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J·s .

Modelo 2006

10 − Una radiación monocromática de longitud de onda de 600 nm incide sobre un metal cuyo trabajo de extracción es de 2 eV. Determine:
a) La longitud de onda umbral para el efecto fotoeléctrico.
b) La energía cinética máxima de los electrones emitidos, expresada en eV.

Datos: Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C
Constante de Planck: $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J·s
Velocidad de la luz en el vacío: $c = 3 \times 10^{8}$ m·s^{-1} .

Junio 2010 (Fase Específica)

11 − Un haz de luz monocromática de longitud de onda en el vacío 450 nm incide sobre un metal cuya longitud de onda umbral, para el efecto fotoeléctrico, es de 612 nm. Determine:
a) la energía de extracción de los electrones del metal;
b) la energía cinética máxima de los electrones que se arrancan del metal.
Datos: Velocidad de la luz en el vacío: $c = 3 \times 10^{8}\ m \cdot s^{-1}$
Constante de Planck: $h = 6{,}63 \times 10^{-34}\ J \cdot s$.

Junio 2001

12 − Una radiación de luz ultravioleta de 350 nm de longitud de onda incide sobre una superficie de potasio. Si el trabajo de extracción de un electrón para el potasio es de 2 eV, determine:
a) la energía por fotón de la radiación incidente, expresada en electrón-voltios;
b) la velocidad máxima de los electrones emitidos.
Datos: Constante de Planck: $h = 6{,}63 \times 10^{-34}\ J \cdot s$
Velocidad de la luz en el vacío: $c = 3{,}00 \times 10^{8}\ m \cdot s^{-1}$
Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1{,}60 \times 10^{-19}\ C$
Masa del electrón: $m_e = 9{,}11 \times 10^{-31}\ kg$.

Septiembre 2011 (Materias coincidentes)

13 − El potencial de frenado de los electrones emitidos por la plata cuando se incide sobre ella con luz de longitud de onda de 200 nm es 1,48 V. Deduzca:
a) la función de trabajo (o trabajo de extracción) de la plata, expresada en eV;
b) la longitud de onda umbral, en nm, para que se produzca el efecto fotoeléctrico.
Datos: Constante de Planck: $h = 6{,}63 \times 10^{-34}\ J \cdot s$
Velocidad de la luz en el vacío: $c = 3 \times 10^{8}\ m \cdot s^{-1}$
Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1{,}6 \times 10^{-19}\ C$.

Junio 2008

14 − En un átomo un electrón pasa de un nivel de energía a otro inferior. Si la diferencia de energías es de 2×10^{-15} J, determine la frecuencia y la longitud de onda de la radiación emitida.
Datos: Constante de Planck: $h = 6{,}63 \times 10^{-34}\ J \cdot s$
Velocidad de la luz en el vacío: $c = 3 \times 10^{8}\ m \cdot s^{-1}$.

Modelo 2004

15 − Un electrón de un átomo salta de un nivel de energía de 5 eV a otro inferior de 3 eV, emitiéndose un fotón en el proceso. Calcule la frecuencia y la longitud de onda de la radiación emitida, si ésta se propaga en el agua.
Datos: Índice de refracción del agua: $n_{agua} = 1{,}33$
Velocidad de la luz en el vacío: $c = 3 \times 10^{8}\ m \cdot s^{-1}$
Constante de Planck: $h = 6{,}63 \times 10^{-34}\ J \cdot s$
Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1{,}6 \times 10^{-19}\ C$.

Modelo 2007

16 − a) ¿Qué intervalo aproximado de energías (en eV) corresponde a los fotones del espectro visible?.
b) ¿Qué intervalo aproximado de longitudes de onda de De Broglie tendrán los electrones en ese intervalo de energías?.

Las longitudes de onda del espectro visible están comprendidas, aproximadamente, entre 390 nm en el violeta y 740 nm en el rojo.

Datos: Masa del electrón: $m_e = 9{,}1 \times 10^{-31}$ kg
Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C
Velocidad de la luz en el vacío: $c = 3 \times 10^{8}$ m·s^{-1}
Constante de Planck: $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J·s .

Septiembre 2000

17 − En un conductor metálico los electrones se mueven con una velocidad de 10^{-2} cm/s. Según la hipótesis de De Broglie, ¿cuál será la longitud de onda asociada a estos electrones?. Toda partícula, sea cual sea su masa y velocidad, ¿llevará asociada una onda?. Justifica la respuesta.

Junio 1996

18 − A una partícula material se le asocia la llamada longitud de onda de De Broglie.
a) ¿Qué magnitudes físicas determinan el valor de la longitud de onda de De Broglie?. ¿Pueden dos partículas distintas con diferente velocidad tener asociada la misma longitud de onda de De Broglie?.
b) ¿Qué relación existe entre las longitudes de onda de De Broglie de dos electrones cuyas energías cinéticas vienen dadas por 2 eV y 8 eV?.

Septiembre 2003

19 − Dos partículas no relativistas tienen asociada la misma longitud de onda de De Broglie. Sabiendo que la masa de una de ellas es el triple que la masa de la otra, determine:
a) la relación entre sus momentos lineales;
b) la relación entre sus velocidades.

Septiembre 2001

20 − Considere las longitudes de onda de De Broglie de un electrón y de un protón. Razone cuál es menor si tienen:
a) el mismo módulo de la velocidad;
b) la misma energía cinética.
Suponga velocidades no relativistas.

Junio 1999

21 − a) ¿Qué velocidad ha de tener un electrón para que su longitud de onda de De Broglie sea 200 veces la correspondiente a un neutrón de energía cinética 6 eV?.
b) ¿Se puede considerar que el electrón a esta velocidad es no relativista?.
Datos: Masa del electrón: $m_e = 9{,}1 \times 10^{-31}$ kg
Masa del neutrón: $m_n = 1{,}7 \times 10^{-27}$ kg
Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C
Velocidad de la luz en el vacío: $c = 3 \times 10^{8}$ m·s^{-1} .

Junio 2002

22 − Determine la longitud de onda de De Broglie y la energía cinética, expresada en eV, de:
a) un electrón cuya longitud de onda de De Broglie es igual a la longitud de onda en el vacío de un fotón de energía 10^4 eV;
b) una piedra de masa 80 g que se mueve con una velocidad de 2 m/s.
Datos: Constante de Planck: $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J·s
Velocidad de la luz en el vacío: $c = 3 \times 10^{8}$ m·s^{-1}
Masa del electrón: $m_e = 9{,}1 \times 10^{-31}$ kg
Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C.

Septiembre 2007

23 − Un protón que parte del reposo es acelerado por una diferencia de potencial de 10 V. Determine:
a) la energía que adquiere el protón expresada en eV y su velocidad en m/s;
b) la longitud de onda de De Broglie asociada al protón moviéndose con la velocidad anterior.
Datos: Constante de Planck: $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J·s
Masa del protón: $m_p = 1{,}67 \times 10^{-27}$ kg
Carga del protón: $q_p = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C .

Septiembre 2005

24 − Un electrón que parte del reposo es acelerado por una diferencia de potencial de 50 V. Calcule:
a) el cociente entre los valores de la velocidad de la luz en el vacío y la velocidad alcanzada por el electrón;
b) la longitud de onda de De Broglie asociada al electrón después de atravesar dicha diferencia de potencial
Datos: Constante de Planck: $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J·s
Velocidad de la luz en el vacío: $c = 3 \times 10^{8}$ m·s^{-1}
Masa del electrón: $m_e = 9{,}1 \times 10^{-31}$ kg
Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C .

Junio 2005

25 − a) Calcule la longitud de onda asociada a un electrón que se propaga con una velocidad de 5×10^{6} m·s^{-1}.

b) Halle la diferencia de potencial que hay que aplicar a un cañón de electrones para que la longitud de onda asociada a los electrones sea de 6×10^{-11} m.

Datos: Constante de Planck: $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J·s
Masa del electrón: $m_e = 9{,}1 \times 10^{-31}$ kg
Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C .

Septiembre 1998

26 − Calcule en los dos casos siguientes la diferencia de potencial con que debe ser acelerado un protón que parte del reposo para que después de atravesar dicho potencial:

a) el momento lineal del protón sea 10^{-21} kg·m·s^{-1};

b) la longitud de onda de De Broglie asociada al protón sea 5×10^{-13} m.

Datos: Carga del protón: $q_p = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C
Masa del protón: $m_p = 1{,}67 \times 10^{-27}$ kg
Constante de Planck: $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J·s .

Junio 2006

27 − Un protón que se mueve con una velocidad constante en el sentido positivo del eje X penetra en una región del espacio donde hay un campo eléctrico $\vec{E} = 4 \times 10^{5}\ \vec{k}$ N/C y un campo magnético $\vec{B} = -2\ \vec{j}$ T, siendo $\vec{k}$ y $\vec{j}$ los vectores unitarios en las direcciones de los ejes Z e Y, respectivamente.

a) Determine la velocidad que debe llevar el protón para que atraviese dicha región sin ser desviado.

b) En las condiciones del apartado anterior, calcule la longitud de onda de De Broglie del protón.

Datos: Constante de Planck: $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J·s
Masa del protón: $m_p = 1{,}67 \times 10^{-27}$ kg.

Junio 2007

28 − Las partículas α son núcleos de helio, de masa cuatro veces la del protón. Consideremos una partícula α y un protón que poseen la misma energía cinética, moviéndose ambos a velocidades mucho más pequeñas que la luz. ¿Qué relación existe entre las longitudes de onda de De Broglie correspondientes a las dos partículas?.

Junio 1998

29 − Una partícula α y un protón tienen la misma energía cinética, Considerando que la masa de la partícula α es cuatro veces la masa del protón:

a) ¿qué relación existe entre los momentos lineales de estas partículas?;

b) ¿qué relación existe entre las longitudes de onda de De Broglie correspondientes a estas partículas?.

Modelo 2005

30 − Dos partículas poseen la misma energía cinética. Determine en los dos casos siguientes:

a) La relación entre las longitudes de onda de De Broglie correspondientes a las dos partículas, si la relación entre sus masas es: $m_1 = 50\ m_2$.

b) La relación que existe entre las velocidades, si la relación entre sus longitudes de onda de De Broglie es: $\lambda_1 = 500\ \lambda_2$.

Junio 2010 (Fase Específica)

31 − En un experimento de efecto fotoeléctrico un haz de luz de 500 nm de longitud de onda incide sobre un metal cuya función de trabajo (o trabajo de extracción) es de 2,1 eV. Analice la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones:

a) Los electrones arrancados pueden tener longitudes de onda de De Broglie menores que 10^{-9} m.

b) La frecuencia umbral del metal es mayor que 10^{14} Hz.

Datos: Constante de Planck: $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J·s
Velocidad de la luz en el vacío: $c = 3 \times 10^{8}$ m·s^{-1}
Masa del electrón: $m_e = 9{,}1 \times 10^{-31}$ kg
Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C.

Modelo 2008

32 − El trabajo de extracción para el sodio es de 2,5 eV. Calcule:

a) la longitud de onda de la radiación que debemos usar para que los electrones salgan con una velocidad máxima de 10^{7} m·s^{-1};

b) la longitud de onda de De Broglie asociada a los electrones que salen del metal con la velocidad de 10^{7} m·s$^{-1.}$

Datos: Constante de Planck: $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J·s
Velocidad de la luz en el vacío: $c = 3 \times 10^{8}$ m·s^{-1}
Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C
Masa del electrón: $m_e = 9{,}1 \times 10^{-31}$ kg .

Septiembre 2004

33 − Enuncie el principio de indeterminación de Heisenberg y comente su significado físico.

Junio 2000

Preguntas

34 − a) Calcule la longitud de onda de un fotón que posea la misma energía que un electrón en reposo.

b) Calcule la frecuencia de dicho fotón y, a la vista de la tabla, indique a qué tipo de radiación correspondería.

Ultravioleta	Entre $7{,}5 \times 10^{14}$ Hz y 3×10^{17} Hz
Rayos X	Entre 3×10^{17} Hz y 3×10^{19} Hz
Rayos gamma	Más de 3×10^{19} Hz

Datos: Masa del electrón: $m_e = 9{,}11 \times 10^{-31}$ kg
Constante de Planck: $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J·s
Velocidad de la luz en el vacío: $c = 3{,}00 \times 10^{8}$ m·s^{-1} .

Septiembre 2013

35 − Al iluminar con luz de frecuencia: $8{,}0 \times 10^{14}$ Hz una superficie metálica se obtienen fotoelectrones con una energía cinética máxima de $1{,}6 \times 10^{-19}$ J.

a) ¿Cuál es la función de trabajo del metal?. Exprese su valor en eV.

b) Determine la longitud de onda máxima de los fotones que producirán fotoelectrones en dicho material.

Datos: Constante de Planck: $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J·s
Velocidad de la luz en el vacío: $c = 3{,}00 \times 10^{8}$ m·s^{-1}
Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C .

Modelo 2012

36 − Los electrones emitidos por una superficie metálica tienen una energía cinética máxima de 2,5 eV para una radiación incidente de 350 nm de longitud de onda. Calcule:

a) El trabajo de extracción de un mol de electrones, en julios.

b) La diferencia de potencial mínima (potencial de frenado) requerida para frenar los electrones emitidos.

Datos: Constante de Planck: $h = 6{,}62 \times 10^{-34}$ J·s
Número de Avogadro: $N_A = 6{,}02 \times 10^{23}$ mol^{-1}
Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1{,}60 \times 10^{-19}$ C .

Junio 2013

37 − Una radiación monocromática de longitud de onda en el vacío: $\lambda = 0{,}2$ μm incide sobre un metal cuya frecuencia umbral es de 3×10^{14} Hz. Calcule:

a) La energía cinética máxima de los electrones emitidos.

b) El potencial eléctrico que es necesario aplicar para frenarlos.

Datos: Velocidad de la luz en el vacío: $c = 3{,}00 \times 10^{8}$ m·s^{-1}
Constante de Planck: $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J·s
Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1{,}60 \times 10^{-19}$ C .

Junio 2013 (Materias coincidentes)

38 − Una radiación monocromática de longitud de onda: $\lambda = 10^{-7}$ m incide sobre un metal cuya frecuencia umbral es 2×10^{14} Hz. Determine:

a) La función de trabajo y la energía cinética máxima de los electrones.

b) El potencial de frenado.

Dato: Constante de Planck: $h = 6{,}62 \times 10^{-34}$ J·s .

Modelo 2013

39 − Una fuente luminosa emite luz monocromática de longitud de onda: 500 nm. La potencia emitida por la fuente es 1 W. Calcule:

a) La energía del fotón emitido y el número de fotones por segundo que emite la fuente.

b) La energía cinética máxima de los electrones emitidos por una lámina de cesio sobre la que incide esta radiación.

Datos: Constante de Planck: $h = 6{,}62 \times 10^{-34}$ J·s
Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C
Velocidad de la luz en el vacío: $c = 3 \times 10^{8}$ m·s^{-1}
Función de trabajo del cesio: $\Phi_0 = 2{,}1$ eV .

Junio 2014 (Materias coincidentes)

40 − La función de trabajo del cesio es 2,20 eV. Determine:

a) La longitud de onda umbral del efecto fotoeléctrico en el cesio.

b) Si sobre una muestra de cesio incide luz de longitud de onda de 390 nm, ¿cuál será la velocidad máxima de los electrones emitidos por efecto fotoeléctrico?.

Datos: Constante de Planck: $h = 6{,}62 \times 10^{-34}$ J·s
Masa del electrón: $m_e = 9{,}1 \times 10^{-31}$ kg
Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C
Velocidad de la luz en el vacío: $c = 3 \times 10^{8}$ m·s^{-1} .

Septiembre 2014

41 − La longitud de onda umbral de la plata para el efecto fotoeléctrico es 262 nm.

a) Halle la función de trabajo de la plata (trabajo de extracción).

b) Sobre una lámina de plata incide radiación electromagnética monocromática de 175 nm. ¿Cuál es la velocidad máxima de los electrones emitidos por efecto fotoeléctrico?.

Datos: Velocidad de la luz en el vacío: $c = 3 \times 10^{8}$ m·s^{-1}
Masa del electrón: $m_e = 9{,}1 \times 10^{-31}$ kg
Constante de Planck: $h = 6{,}62 \times 10^{-34}$ J·s .

Modelo 2015

42 − Sobre un metal, cuyo trabajo de extracción es de 1,6 eV, incide un rayo láser de 30 mW de potencia cuyos fotones tienen una longitud de onda de 633 nm. Determine:

a) La energía de los fotones incidentes y la energía cinética máxima de los electrones emitidos, en eV.

b) El número de fotones que, por segundo, incide sobre la muestra metálica.

Datos: Velocidad de la luz en el vacío: $c = 3 \times 10^{8}$ m·s^{-1}
Constante de Planck: $h = 6{,}62 \times 10^{-34}$ J·s
Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C .

Junio 2015 (Materias coincidentes)

43 − Sobre un cierto metal, cuya función de trabajo (trabajo de extracción) es 1,3 eV, incide un haz de luz cuya longitud de onda es 662 nm. Calcule:

a) La energía cinética máxima de los electrones emitidos.

b) La longitud de onda de De Broglie de los electrones emitidos con la máxima energía cinética posible.

Datos: Velocidad de la luz en el vacío: $c = 3 \times 10^{8}\ m \cdot s^{-1}$
Masa del electrón: $m_e = 9{,}1 \times 10^{-31}\ kg$
Constante de Planck: $h = 6{,}62 \times 10^{-34}\ J \cdot s$
Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1{,}6 \times 10^{-19}\ C$.

Junio 2014

44 − El trabajo de extracción de un material metálico es 2,5 eV. Se ilumina con luz monocromática y la velocidad máxima de los electrones emitidos es de $1{,}5 \times 10^{6}\ m \cdot s^{-1}$. Determine:

a) La frecuencia de la luz incidente y la longitud de onda de De Broglie asociada a los electrones emitidos.

b) La longitud de onda con la que hay que iluminar el material metálico para que la energía cinética máxima de los electrones emitidos sea de 1,9 eV.

Datos: Constante de Planck: $h = 6{,}63 \times 10^{-34}\ J \cdot s$
Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1{,}60 \times 10^{-19}\ C$
Masa del electrón: $m_e = 9{,}11 \times 10^{-31}\ kg$
Velocidad de la luz en el vacío: $c = 3 \times 10^{8}\ m \cdot s^{-1}$.

Septiembre 2012

45 − a) Determine la velocidad de un electrón para que su longitud de onda asociada sea la misma que la de un fotón de 1,3 eV.

b) ¿Cuál es la longitud de onda de dicho electrón?.

Datos: Velocidad de la luz en el vacío: $c = 3 \times 10^{8}\ m \cdot s^{-1}$
Masa del electrón: $m_e = 9{,}1 \times 10^{-31}\ kg$
Constante de Planck: $h = 6{,}63 \times 10^{-34}\ J \cdot s$
Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1{,}6 \times 10^{-19}\ C$.

Junio 2015 (Materias coincidentes)

46 − Dos núcleos de deuterio (^{2}H) y tritio (^{3}H) reaccionan para producir un núcleo de helio (^{4}He) y un neutrón, liberando 17,55 MeV durante el proceso.

a) Suponiendo que el núcleo de helio se lleva en forma de energía cinética el 25 % de la energía liberada y que se comporta como una partícula no relativista, determine su velocidad y su longitud de onda de De Broglie.

b) Determine la longitud de onda de un fotón cuya energía fuese el 75 % de la energía liberada en la reacción anterior.

Datos: Masa del núcleo de helio: $m_{He} = 6{,}62 \times 10^{-27}\ kg$
Velocidad de la luz en el vacío: $c = 3 \times 10^{8}\ m \cdot s^{-1}$
Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1{,}6 \times 10^{-19}\ C$
Constante de Planck: $h = 6{,}63 \times 10^{-34}\ J \cdot s$.

Junio 2015

Problemas

47 − Un metal tiene una frecuencia umbral de $4{,}5 \times 10^{14}$ Hz para el efecto fotoeléctrico.

a) Si el metal se ilumina con una radiación de 4×10^{-7} m de longitud de onda, ¿cuál será la energía cinética y la velocidad de los electrones emitidos?.

b) Si el metal se ilumina con otra radiación distinta de forma que los electrones emitidos tengan una energía cinética el doble que en el caso anterior, ¿cuál será la frecuencia de esta radiación?.

Datos: Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C
Masa del electrón en reposo: $m_e = 9{,}1 \times 10^{-31}$ kg
Constante de Planck: $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J·s
Velocidad de la luz en el vacío: $c = 3 \times 10^{8}$ m·s^{-1} .

Septiembre 2003

48 − Una radiación monocromática que tiene una longitud de onda en el vacío de 600 nm y una potencia de 0,54 W penetra en una célula fotoeléctrica de cátodo de cesio, cuyo trabajo de extracción es de 2,0 eV. Determine:

a) el número de fotones por segundo que viajan con la radiación;

b) la longitud de onda umbral del efecto fotoeléctrico para el cesio;

c) la energía cinética de los electrones emitidos;

d) la velocidad con que llegan los electrones al ánodo si se aplica una diferencia de potencial de 100 V.

Datos: Velocidad de la luz en el vacío: $c = 3 \times 10^{8}$ m·s^{-1}
Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C
Masa del electrón: $m_e = 9{,}1 \times 10^{-31}$ kg
Constante de Planck: $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J·s .

Junio 2000

49 − El cátodo de una célula fotoeléctrica es iluminado con una radiación electromagnética de longitud de onda λ. La energía de extracción para un electrón del cátodo es 2,2 eV, siendo preciso establecer entre el cátodo y el ánodo una tensión de 0,4 V para anular la corriente fotoeléctrica. Calcular:

a) la velocidad máxima de los electrones emitidos;

b) los valores de la longitud de onda de la radiación empleada λ y la longitud de onda umbral λ_0.

Datos: Masa del electrón: $m_e = 9{,}1 \times 10^{-31}$ kg
Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C
Velocidad de la luz en el vacío: $c = 3 \times 10^{8}$ m·s^{-1}
Constante de Planck: $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J·s .

Modelo 1999

50 − Al iluminar un metal con luz de frecuencia $2{,}5 \times 10^{15}$ Hz se observa que emite electrones que pueden detenerse al aplicar un potencial de frenado de 7,2 V. Si la luz que se emplea con el mismo fin es de longitud de onda en el vacío $1{,}78 \times 10^{-7}$ m, dicho potencial pasa a ser de 3,8 V. Determine:

a) el valor de la constante de Planck;

b) la función de trabajo (o trabajo de extracción) del metal.

Datos: Velocidad de la luz en el vacío: $c = 3 \times 10^{8}\ \text{m·s}^{-1}$

Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1{,}6 \times 10^{-19}\ \text{C}$.

Modelo 2001

51 − Al iluminar un metal con luz de frecuencia $2{,}5 \times 10^{15}$ Hz se observa que emite electrones que pueden detenerse al aplicar un potencial de frenado de 7,2 V. Si la luz que se emplea con el mismo fin es de longitud de onda en el vacío $1{,}8 \times 10^{-7}$ m, dicho potencial pasa a ser de 3,8 V. Determine:

a) el valor de la constante de Planck;

b) el trabajo de extracción del metal.

Datos: Velocidad de la luz en el vacío: $c = 3{,}00 \times 10^{8}\ \text{m·s}^{-1}$

Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1{,}6 \times 10^{-19}\ \text{C}$.

Septiembre 2011

52 − Los fotoelectrones expulsados de la superficie de un metal por una luz de 400 nm de longitud de onda en el vacío son frenados por una diferencia de potencial de 0,8 V.

a) Determine la función de trabajo del metal.

b) ¿Qué diferencia de potencial se requiere para frenar los electrones expulsados de dicho metal por una luz de 300 nm de longitud de onda en el vacío?.

Datos: Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1{,}6 \times 10^{-19}\ \text{C}$

Constante de Planck: $h = 6{,}63 \times 10^{-34}\ \text{J·s}$

Velocidad de la luz en el vacío: $c = 3 \times 10^{8}\ \text{m·s}^{-1}$.

Septiembre 2002

53 − Si se ilumina con luz de $\lambda = 300$ nm la superficie de un material fotoeléctrico, el potencial de frenado vale 1,2 V. El potencial de frenado se reduce a 0,6 V por oxidación del material. Determine:

a) la variación de la energía cinética máxima de los electrones emitidos;

b) la variación de la función de trabajo del material y de la frecuencia umbral.

Datos: Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1{,}6 \times 10^{-19}\ \text{C}$

Velocidad de la luz en el vacío: $c = 3 \times 10^{8}\ \text{m·s}^{-1}$

Constante de Planck: $h = 6{,}63 \times 10^{-34}\ \text{J·s}$.

Septiembre 1999

54 − Un protón se encuentra situado en el origen de coordenadas en el plano XY. Un electrón, inicialmente en reposo, está situado en el punto (2,0). Por efecto del campo eléctrico creado por el protón (supuesto inmóvil) el electrón se acelera. Estando las coordenadas expresadas en μm, calcule:

a) el campo eléctrico y el potencial creados por el protón en el punto (2,0);
b) la energía cinética del electrón cuando se encuentra en el punto (1,0);
c) la velocidad y el momento lineal del electrón en la posición (1,0), y
d) la longitud de onda de De Broglie asociada al electrón en el punto (1,0).

Datos: Constante de la Ley de Coulomb: $K_0 = 9 \times 10^9\ N \cdot m^2 \cdot C^{-2}$
Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1{,}6 \times 10^{-19}\ C$
Masa del electrón: $m_e = 9{,}1 \times 10^{-31}\ kg$
Constante de Planck: $h = 6{,}63 \times 10^{-34}\ J \cdot s$.

Junio 2003

55 − Una partícula de carga: $+e$ y masa : $2{,}32 \times 10^{-23}$ g se mueve con velocidad constante: $\vec{v} = 10^5\,\vec{i}$ $(m \cdot s^{-1})$ a lo largo del eje X, desde valores negativos del mismo. Al llegar a x = 0, por efecto del campo magnético uniforme: $\vec{B} = 0{,}6\ \vec{k}$ (T) en la región: $x \geq 0$, la partícula describe media circunferencia y sale de la región de campo magnético en sentido opuesto al de entrada.

a) Haciendo uso de la Segunda Ley de Newton, calcule la distancia entre los puntos de entrada y salida de la partícula de la región de campo magnético. Realice un dibujo del fenómeno.
b) Determine el tiempo que tardará la partícula en salir de la región con campo magnético.
c) Halle el campo eléctrico que habría que aplicar a partir de: x = 0 para que al llegar a ese punto la partícula no viese alterada su velocidad.
d) Obtenga el valor de la longitud de onda de De Broglie asociada a la partícula.

Datos: Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1{,}6 \times 10^{-19}\ C$
Constante de Planck: $h = 6{,}63 \times 10^{-34}\ J \cdot s$.

Junio 2010 (Materias coincidentes)

EJERCICIOS RESUELTOS

FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO **FÍSICA CUÁNTICA**

a) ¿Cuál es la *hipótesis cuántica* de Planck?.
b) Para la explicación del efecto fotoeléctrico, Einstein tuvo en cuenta las ideas cuánticas de Planck. ¿En qué consiste el efecto fotoeléctrico?. ¿Qué explicación del mismo efectuó Einstein?.

(Pruebas de acceso a la Universidad – Madrid, junio 1997)

SOLUCIÓN:

La hipótesis cuántica, presentada por Max Karl Ernst Ludwig Planck, catedrático de Física teórica en la Universidad de Berlín desde 1899, el 14 de diciembre de 1900 en una reunión de la Sociedad Alemana de Física, en Berlín, trata de explicar el espectro de la radiación de un cuerpo negro -aquél que absorbe cualquier radiación que incide sobre sus paredes-, superando los resultados fallidos de la Física clásica -catástrofe ultravioleta de la ley de Rayleigh-Jeans-:

Planck supone que los átomos de las paredes del cuerpo negro se comportan como osciladores que intercambian energía con la radiación, pero, al suponer que la energía de los osciladores es discreta, y sólo puede tomar valores múltiplos del "cuanto" fundamental: $E = h\nu$ -h: constante de Planck $= 6{,}63 \times 10^{-34}$ J s; ν: frecuencia-, el intercambio de energía átomo (oscilador)/radiación sólo puede verificarse de forma discreta -cuantizada-, por múltiplos enteros de "$h\nu$". Premio Nobel en 1919.

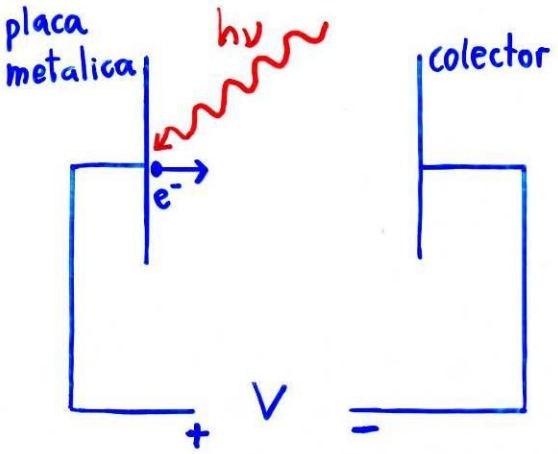
El efecto fotoeléctrico, observado experimentalmente por H. Hertz y Hallwachs a finales del siglo XIX, consiste en la emisión de electrones -fotoelectrones- por superficies metálicas iluminadas con radiaciones electromagnéticas de una frecuencia superior a un valor mínimo, característico del metal, llamado frecuencia umbral.

En 1905 Albert Einstein publicó en "Annalen der Physik" tres artículos: uno sobre la explicación del movimiento browniano, otro sobre la relatividad especial, y otro explicando el efecto fotoeléctrico.

Einstein aprovecha la idea cuántica de Planck y supone que la radiación electromagnética transporta la energía de manera discreta -cuantizada- en fotones (término empleado por primera vez por Lewis en 1926). Cada fotón de radiación electromagnética lleva una energía: $E = h\nu$. Si el fotón que incide sobre la superficie metálica tiene la suficiente energía: $h\nu > h\nu_{umbral} = \phi$ -función de trabajo o trabajo de extracción- arrancará fotoelectrones, los cuales saldrán con una energía cinética cuyo valor máximo vendrá dado por:

$$E_{c\,máx} = h\nu - \phi \,.$$

Esta energía cinética máxima se puede medir aplicando una diferencia de potencial de modo que frene, y detenga totalmente los electrones -potencial de detención o de corte-:



El potencial de detención vale:

$$eV = Ec_{max}; \quad V = \frac{h\nu - \phi}{e}$$

Por esta explicación del efecto fotoeléctrico, y por la del movimiento browniano – no por las teorías especial y general de la Relatividad – Einstein recibió el Premio Nobel en 1921.

FÍSICA de 2º de BACHILLERATO **FÍSICA CUÁNTICA**

Discuta la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones:

a) Un fotón de luz roja tiene mayor longitud de onda que un fotón de luz azul.

b) Un fotón de luz amarilla tiene mayor frecuencia que un fotón de luz azul.

c) Un fotón de luz verde tiene menor velocidad de propagación en el vacío que un fotón de luz amarilla.

d) Un fotón de luz naranja es más energético que un fotón de luz roja.

(Pruebas de acceso a la Universidad – Madrid, modelo 2009)

SOLUCIÓN.-

El orden de los distintos colores que incluye la banda del visible en el espectro electromagnético es:

Color	Longitud de onda $\lambda = \frac{c}{\nu}$	Frecuencia ν	Energía $E = h\nu$
Violeta	↓ aumenta	↑ aumenta	↑ aumenta
Añil			
Azul			
Verde			
Amarillo			
Naranja			
Rojo			

Sin embargo, todos los colores tienen la misma velocidad de propagación en el vacío: $c \approx 3 \cdot 10^8 \, ms^{-1}$, al igual que el resto de las ondas del espectro electromagnético.

En concreto:

a) $\lambda_{roja} > \lambda_{azul}$.

Valores promedio: $6{,}22\times10^{-7}\,m \leq \lambda_{roja} \leq 7{,}80\times10^{-7}\,m$

$4{,}55\times10^{-7}\,m \leq \lambda_{azul} \leq 4{,}92\times10^{-7}\,m$.

b) $\nu_{azul} > \nu_{amarilla}$.

Valores promedio: $6{,}10\times10^{+14}\,s^{-1} \leq \nu_{azul} \leq 6{,}59\times10^{+14}\,s^{-1}$

$5{,}03\times10^{+14}\,s^{-1} \leq \nu_{amarilla} \leq 5{,}20\times10^{+14}\,s^{-1}$

c) $v_{verde} = v_{amarilla} = c \approx 3\times10^{8}\,m\,s^{-1}$ (vacío).

d) $E_{fotón\ naranja} > E_{fotón\ roja}$.

Valores promedio:

$3{,}20\times10^{-19}\,J \leq E_{fotón\ naranja} \leq 3{,}33\times10^{-19}\,J$

$2{,}55\times10^{-19}\,J \leq E_{fotón\ roja} \leq 3{,}20\times10^{-19}\,J$.

En resumen:

afirmaciones a) y d): verdaderas

afirmaciones b) y c): falsas.

RESULTADO

Recordemos que: $h = 6{,}63\times10^{-34}\,J\,s$.

FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO **FÍSICA CUÁNTICA**

Una radiación de frecuencia ν produce efecto fotoeléctrico al incidir sobre una placa de metal.

a) ¿Qué condición tiene que cumplir la frecuencia para que produzca efecto fotoeléctrico?.

Explique qué ocurre:

b) Si se aumenta la frecuencia de la radiación.

c) Si se aumenta la intensidad de la radiación.

(Pruebas de acceso a la Universidad – Madrid, modelo 2003)

SOLUCIÓN:

Para que una radiación incidente sobre una placa metálica logre arrancar fotoelectrones de su superficie es necesario que su frecuencia: ν sea superior a la "frecuencia umbral" : ν_0, característica de cada metal y relacionada con su función de trabajo ó trabajo de extracción: ϕ a través de la relación de Planck: $\phi = h\nu_0$.

Una vez superada esa frecuencia umbral, si se aumenta la frecuencia de la radiación iluminante se emitirán fotoelectrones cada vez con mayor energía cinética, estando dado el valor máximo de esta magnitud por la relación de Einstein: $E_{c,máx} = h\nu - \phi = h(\nu - \nu_0)$.

Comprobamos que en esta relación no aparece la intensidad de la radiación incidente. Si dicha intensidad aumenta crece el número de fotones, y también el número de electrones emitidos (siempre que $\nu > \nu_0$), pero ese incremento de la intensidad iluminante no supone un aumento de la energía cinética máxima de los fotoelectrones.

FÍSICA de 2º de BACHILLERATO **FÍSICA CUÁNTICA**

La longitud de onda umbral de la luz utilizada para la emisión de electrones en un metal por efecto fotoeléctrico es la correspondiente al color amarillo. Explique si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:

a) Iluminando con la luz amarilla umbral, si duplicamos la intensidad de luz duplicaremos también la energía cinética de los electrones emitidos.

b) Iluminando con luz ultravioleta no observaremos emisión de electrones.

(Pruebas de acceso a la Universidad – Madrid, septiembre 2008)

SOLUCIÓN:-

La afirmación a) es falsa : RESULTADO

Una de las características más enigmáticas del efecto fotoeléctrico, imposible de entender con la Física clásica, es que al aumentar la intensidad de la radiación iluminante crece el número de fotoelectrones emitidos, pero no la energía cinética de éstos. Dicha energía cinética depende de la frecuencia de la radiación, precisándose que esta última sea superior a la frecuencia umbral: ν_0 para que se produzca emisión fotoeléctrica.

De acuerdo con Einstein, la energía cinética máxima de los electrones emitidos vale:

$$E_{c,máx} = h\nu - \phi = h\nu - h\nu_0$$

(ϕ: función de trabajo del metal).

La energía de los fotones ($E = h\nu$) y la frecuencia de la radiación ultravioleta es **superior** a la de la luz visible y, en particular, a la de la luz amarilla; tenemos entonces:

$$\nu_{ultravioleta} > \nu_{amarilla} = \nu_0 .$$

Según lo dicho anteriormente, al superarse la frecuencia **umbral** sí se produce emisión fotoeléctrica al iluminar el metal con radiación ultravioleta, es decir:

La afirmación b) es falsa: RESULTADO

FÍSICA de 2º de BACHILLERATO **FÍSICA CUÁNTICA**

Se ilumina un metal con luz correspondiente a la región del amarillo, observando que se produce efecto fotoeléctrico. Explique si se modifica o no la energía cinética máxima de los electrones emitidos:

a) si iluminando el metal con la luz amarilla indicada se duplica la intensidad de la luz;

b) si se ilumina el metal con luz correspondiente a la región del ultravioleta.

(Pruebas de acceso a la Universidad – Madrid, septiembre 2010 -Fase General-)

SOLUCIÓN:-

Según la Teoría de Einstein del efecto fotoeléctrico, la energía cinética máxima de los fotoelectrones emitidos está dada por:

$$E_{c,máx} = E_{fotón} - \phi = h\nu - h\nu_0 \quad ;$$

siendo:
- ϕ = función de trabajo del metal;
- ν = frecuencia de la radiación incidente;
- ν_0 = frecuencia umbral -mínima-.

Vemos que en la expresión anterior no aparece la intensidad de la radiación incidente, por lo que:

> La energía cinética máxima de los electrones emitidos no se modifica si, iluminando con luz de la misma frecuencia, se duplica la intensidad de esta radiación incidente.
>
> RESULTADO

Esta sorprendente característica del efecto fotoeléctrico fue uno de los argumentos que condujo a una explicación cuántica de dicho fenómeno.

Los fotones de la radiación ultravioleta poseen mayor frecuencia, y mayor energía que los de la luz amarilla, por lo que:

- Si iluminando con luz amarilla se produce efecto fotoeléctrico este fenómeno también tiene lugar iluminando el metal con luz ultravioleta.

- Dado que: $\nu_{ultravioleta} > \nu_{amarillo}$, con la ecuación de Einstein vista anteriormente que:

> Al iluminar el metal con radiación ultravioleta aumenta la energía cinética máxima de los fotoelectrones.
>
> RESULTADO

FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO **FÍSICA CUÁNTICA**

Un cierto haz luminoso provoca efecto fotoeléctrico en un determinado metal. Explique cómo se modifica el número de fotoelectrones y su energía cinética si:

a) aumenta la intensidad del haz luminoso;
b) aumenta la frecuencia de la luz incidente;
c) disminuye la frecuencia de la luz por debajo de la frecuencia umbral del metal.
d) ¿Cómo se define la magnitud trabajo de extracción?.

(Pruebas de acceso a la Universidad – Madrid, junio 2004)

SOLUCIÓN:-

El efecto fotoeléctrico consiste en la emisión de electrones -fotoelectrones- desde la superficie de un metal al incidir sobre ella fotones de una frecuencia superior a un valor mínimo: frecuencia umbral.

Si aumenta la intensidad del haz luminoso crece el número de fotones, por lo que aumenta el número de fotoelectrones emitidos, pero no así su energía cinética, ya que ésta depende de la frecuencia, y no de la intensidad, de la radiación incidente (esta fue una de las características del efecto fotoeléctrico que requirieron de una explicación cuántica del fenómeno).

Si aumenta la frecuencia de la luz incidente aumenta la energía cinética de los fotoelectrones, como se deduce de la ecuación de Einstein:

$$h\nu = \phi + Ec_{máx} \quad ;$$

sin embargo, este aumento de la frecuencia no afecta al número de electrones emitidos.

Como dijimos al principio, la frecuencia de la radiación incidente ha de ser superior a la frecuencia umbral, por lo que si: $\nu < \nu_0$ no se produce tal emisión fotoeléctrica.

Esto se debe a que los fotones han de poseer una energía que, como mínimo, sea igual o superior a la función de trabajo o trabajo de extracción, característico del metal: energía que liga los electrones a la superficie metálica. La relación entre este trabajo de extracción: ϕ y la frecuencia umbral del efecto fotoeléctrico: ν_0 viene dada por la fórmula de Planck:

$$\phi = h\nu_0 \quad .$$

FÍSICA de 2º de BACHILLERATO **FÍSICA CUÁNTICA**

Razone si las siguientes afirmaciones son correctas o incorrectas:

a) De acuerdo con el Principio de conservación de la energía, los fotoelectrones emitidos por un metal irradiado tienen la misma energía que los fotones que absorben.

b) Si se irradia con luz blanca un metal y se produce efecto fotoeléctrico en todo el rango de frecuencias de dicha luz, los fotoelectrones emitidos con mayor energía cinética son los originados por las componentes espectrales de la región del rojo.

(Pruebas de acceso a la Universidad – Madrid, junio 2010 -Materias coincidentes-)

SOLUCIÓN:-

La primera afirmación es falsa ya que, según la Teoría de Einstein del efecto fotoeléctrico, parte de la energía del fotón incidente se invierte en arrancar el electrón del metal: ϕ: "función de trabajo, o trabajo de extracción" del metal, valiendo la energía cinética máxima de los fotoelectrones:

$$E_{c,máx} = E_{fotón} - \phi = h\nu - \phi = h\nu - h\nu_0 \ ;$$

por lo que, evidentemente:

$$E_{fotoelectrón} = E_{c,máx} < E_{fotón} = h\nu \ .$$

La segunda afirmación también es falsa, al ser los fotones de la región del rojo los de menor energía del espectro visible. Los fotoelectrones emitidos con mayor energía estarían provocados por los fotones de mayor energía del visible: los de la región del violeta.

Resumiendo,

Las dos afirmaciones son incorrectas: RESULTADO

FÍSICA de 2º de BACHILLERATO **FÍSICA CUÁNTICA**

La energía mínima necesaria para extraer un electrón del sodio es de 2,3 eV. Explique si se producirá el efecto fotoeléctrico cuando se ilumina una lámina de sodio con las siguientes radiaciones:

a) luz roja de longitud de onda: 680 nm;

b) luz azul de longitud de onda: 360 nm.

Datos: Constante de Planck $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J·s

Velocidad de la luz en el vacío: $c = 3 \times 10^{8}$ m/s

Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, modelo 2010 y modelo 2011)

SOLUCIÓN:-

Recordando que un electronvoltio es la energía cinética que adquiere un electrón, partiendo del reposo, tras ser acelerado por una diferencia de potencial de un voltio, tenemos que la energía mínima de los fotones de la radiación iluminante para arrancar electrones del sodio es:

$$E_{mín} = 2{,}3\,eV = 2{,}3 \times 1{,}6 \times 10^{-19} \times 1\,J = 3{,}68 \times 10^{-19}\,J.$$

Con la fórmula de Planck y la relación entre la frecuencia, la longitud de onda -ambas umbrales- y la velocidad de la luz, tenemos:

$$E_{mín} = h\nu_0 = h\frac{c}{\lambda_0} \quad ; \quad \text{de donde:}$$

Longitud de onda umbral -máxima-: $\lambda_0 = \dfrac{hc}{E_{mín}}$

$$\lambda_0 = \frac{6{,}63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^{8}}{3{,}68 \times 10^{-19}} = 5{,}40 \times 10^{-7}\,m = 540\,nm.$$

Por consiguiente:

- Con luz roja no hay efecto fotoeléctrico : $\lambda_{roja} > \lambda_0$
- Con luz azul sí hay efecto fotoeléctrico : $\lambda_{azul} < \lambda_0$

RESULTADO

FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO **FÍSICA CUÁNTICA**

Se ilumina una superficie metálica con luz cuya longitud de onda es de 300 nm, siendo el trabajo de extracción del metal de 2,46 eV. Calcule:

a) la energía cinética máxima de los electrones emitidos por el metal;

b) la longitud de onda umbral para el metal.

Datos: Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C
Velocidad de la luz en el vacío: $c = 3 \times 10^{8}$ ms^{-1}
Constante de Planck: $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ Js.

(Pruebas de acceso a la Universidad – Madrid, modelo 2006)

SOLUCIÓN:-

Un electronvoltio (eV) es la energía que adquiere un electrón al ser acelerado por una diferencia de potencial de un voltio. Por ello, el trabajo de extracción del metal es:

$$\phi = 2{,}46\ eV = 2{,}46 \times |1e^-| \times 1V = 2{,}46 \times 1{,}6 \times 10^{-19} \times 1\ J$$

$$\phi = 3{,}94 \times 10^{-19}\ J.$$

Esta última es la mínima energía que deben poseer los fotones de la radiación incidente (que corresponde a la frecuencia y longitud de onda umbrales) para que se produzca emisión fotoeléctrica. Utilizando la relación de Planck y la dependencia entre frecuencia, longitud de onda y velocidad de la luz, tenemos:

$\phi = h\nu_0 = h\frac{c}{\lambda_0}$;

la longitud de onda umbral fotoeléctrica vale:

$$\lambda_0 = \frac{hc}{\phi} = \frac{6{,}63\times10^{-34}\times3\times10^{8}}{3{,}94\times10^{-19}} = 5{,}05\times10^{-7}\ m$$

$$\lambda_0 = 505\ nm$$

RESULTADO

Al incidir sobre la superficie metálica una radiación con: $\lambda < \lambda_0$ se produce emisión fotoeléctrica.

La relación de Einstein nos da la energía cinética máxima de los electrones emitidos:

$$E_{c,máx} = h\frac{c}{\lambda} - \phi = 6{,}63\times10^{-34}\frac{3\times10^{8}}{3\times10^{-7}} - 3{,}94\times10^{-19}$$

$$E_{c,máx} = 2{,}69\times10^{-19}\ J = 1{,}68\ eV$$

RESULTADO

FÍSICA de 2º de BACHILLERATO **FÍSICA CUÁNTICA**

Una radiación monocromática de longitud de onda de 600 nm incide sobre un metal cuyo trabajo de extracción es de 2 eV. Determine:

a) La longitud de onda umbral para el efecto fotoeléctrico.

b) La energía cinética máxima de los electrones emitidos, expresada en eV.

Datos: Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C
Constante de Planck $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J·s
Velocidad de la luz en el vacío: $c = 3 \times 10^{8}$ m·s^{-1}.

(Pruebas de acceso a la Universidad – Madrid, junio 2010 -Fase Específica-)

SOLUCIÓN:-

El trabajo de extracción es la energía mínima que deben poseer los fotones de la radiación incidente para lograr arrancar electrones del metal. Le corresponde con la frecuencia umbral: ν_0 y con la longitud de onda umbral -la máxima posible para producir efecto foto eléctrico- según:

$$\phi = h\nu_0 = h\frac{c}{\lambda_0} \quad (\lambda_0: \text{longitud de onda umbral}).$$

Recordando, por otra parte, que un electronvoltio es la energía cinética que adquiere un electrón, a partir del reposo, tras ser acelerado por una diferencia de potencial de un voltio, por lo cual:

$$1\,eV = |e^-| \times 1V = 1{,}6 \times 10^{-19}\,J$$

tenemos:

$$\lambda_0 = \frac{hc}{\phi} = \frac{6{,}63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^{8}}{2 \times 1{,}6 \times 10^{-19}} = 6{,}22 \times 10^{-7}\,m = 622\,nm$$

RESULTADO

Por último, utilizando la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico calculamos la energía cinética máxima de los electrones emitidos, cuando el metal es iluminado con una radiación cuya longitud de onda vale: $\lambda = 600\ nm$:

$$E_{c,máx} = h\nu - \phi = h\frac{c}{\lambda} - \phi \quad ;$$

$$E_{c,máx} = 6{,}63\times10^{-34}\,\frac{3\times10^{8}}{6\times10^{-7}} - \left(2\times1{,}6\times10^{-19}\right)\ J$$

$$E_{c,máx} = 1{,}15\times10^{-20}\ J = \frac{1{,}15\times10^{-20}\ J}{1{,}6\times10^{-19}\ J/eV} = 0{,}072\ eV$$

RESULTADO

FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO **FÍSICA CUÁNTICA**

Un haz de luz monocromática de longitud de onda en el vacío 450 nm incide sobre un metal cuya longitud de onda umbral, para el efecto fotoeléctrico, es de 612 nm. Determine:

a) la energía de extracción de los electrones del metal;

b) la energía cinética máxima de los electrones que se arrancan del metal.

Datos: Velocidad de la luz en el vacío: $c = 3 \times 10^8\ ms^{-1}$.

Constante de Planck: $h = 6{,}626 \times 10^{-34}\ Js$.

(Pruebas de acceso a la Universidad – Madrid, junio 2001)

SOLUCIÓN:

La relación entre frecuencia (ν), velocidad de propagación en el vacío (c) y longitud de onda (λ) nos permite obtener la frecuencia umbral: mínima para la emisión fotoeléctrica:

$$\nu_0 = \frac{c}{\lambda_0} = \frac{3\times10^8}{612\times10^{-9}} = 4{,}90\times10^{14}\ s^{-1}$$

A partir de la relación de Planck obtenemos el trabajo -energía- de extracción del metal:

$$\phi = h\nu_0 = 6{,}626\times10^{-34}\times4{,}90\times10^{14} = 3{,}25\times10^{-19}\ J$$: RESULTADO

Con la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico obtenemos la energía cinética máxima de los electrones emitidos:

$$h\nu = h\frac{c}{\lambda} = \phi + E_{c\,máx}\ ;$$

despejando queda:

$$E_{c\,máx} = h\frac{c}{\lambda} - \phi = 6{,}626\times10^{-34}\frac{3\times10^8}{450\times10^{-9}} - 3{,}25\times10^{-19}$$

$$E_{c\,máx} = 1{,}17\times10^{-19}\ J$$: RESULTADO

FÍSICA de 2º de BACHILLERATO **FÍSICA CUÁNTICA**

Una radiación de luz ultravioleta de 350 nm de longitud de onda incide sobre una superficie de potasio. Si el trabajo de extracción de un electrón para el potasio es de 2 eV, determine:

a) la energía por fotón de la radiación incidente, expresada en electrón-voltios;

b) la velocidad máxima de los electrones emitidos.

Datos: Constante de Planck $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J·s
Velocidad de la luz en el vacío: $c = 3{,}00 \times 10^{8}$ m·s^{-1}
Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1{,}60 \times 10^{-19}$ C
Masa del electrón: $m_e = 9{,}11 \times 10^{-31}$ kg .

(Pruebas de acceso a la Universidad – Madrid, septiembre 2011 –Materias coincidentes-)

SOLUCIÓN.-

Recordando la relación entre velocidad de la onda, longitud de onda y frecuencia, con la relación de Planck entre frecuencia y energía del fotón calculamos esta última:

$$E = h\nu = h\frac{c}{\lambda} = 6{,}63\times10^{-34}\,\text{Js}\,\frac{3{,}00\times10^{8}\,\text{ms}^{-1}}{350\times10^{-9}\,\text{m}} = 5{,}68\times10^{-19}\,\text{J}.$$

Dado que un electronvoltio es la energía cinética que, a partir del reposo, adquiere un electrón si es acelerado por una diferencia de potencial eléctrico de 1 voltio, por lo cual:

$$1\,\text{eV} = e\cdot1\,\text{V} = 1{,}60\times10^{-19}\,\text{C}\cdot1\,\text{V} = 1{,}60\times10^{-19}\,\text{J}\ ;$$

la energía del fotón encontrada anteriormente vale:

$$E = \frac{5{,}68\times10^{-19}\,\text{J}}{1{,}60\times10^{-19}\,\text{J.eV}^{-1}} = 3{,}55\ \text{eV}\ :\ \text{RESULTADO}$$

El trabajo de extracción es la parte de la energía del fotón incidente que se emplea en desligar electrones del metal; para el potasio:

$$\phi = 2\,eV = 2\,eV \times 1{,}60\times10^{-19}\,J\cdot eV^{-1} = 3{,}20\times10^{-19}\,J.$$

Con la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico hallamos la energía cinética máxima de los electrones emitidos:

$$E_{fotón} = \phi + E_{c,máx}$$

$$E_{c,máx} = E_{fotón} - \phi = 5{,}68\times10^{-19} - 3{,}20\times10^{-19} = 2{,}48\times10^{-19}\,J.$$

A partir de este dato, la velocidad máxima de los electrones emitidos queda:

$$E_{c,máx} = \frac{1}{2} m_e v_{máx}^2$$

$$v_{máx} = \sqrt{\frac{2\,E_{c,máx}}{m_e}} = \sqrt{\frac{2\times2{,}48\times10^{-19}}{9{,}11\times10^{-31}}} = 7{,}38\times10^{5}\,\frac{m}{s}$$

RESULTADO

El hecho de que: $v_{máx} \ll c$ justifica que no hayamos utilizado Mecánica Relativista.

FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO **FÍSICA CUÁNTICA**

El potencial de frenado de los electrones emitidos por la plata cuando se incide sobre ella con luz de longitud de onda de 200 nm es de 1,48 V. Deduzca:

a) la función de trabajo (o trabajo de extracción) de la plata, expresada en eV;

b) la longitud de onda umbral, en nm, para que se produzca el efecto fotoeléctrico.

Datos: Constante de Planck: $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ Js
Velocidad de la luz en el vacío: $c = 3 \times 10^{8}$ m/s
Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C.

(Pruebas de acceso a la Universidad – Madrid, junio 2008)

SOLUCIÓN.-

La función de trabajo -o trabajo de extracción- es la energía que hay que superar para que puedan ser arrancados electrones del metal; por ello es la energía mínima que han de poseer los fotones de la radiación iluminante. Con la fórmula de Planck, tenemos:

$$\phi = h\nu_0 = h\frac{c}{\lambda_0} \quad ; \quad \begin{array}{l}\phi: \text{función de trabajo} \\ \lambda_0: \text{longitud de onda umbral.}\end{array}$$

La ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico establece que la energía cinética máxima de los fotoelectrones vale:

$$E_{c,máx} = h\nu - \phi = h\frac{c}{\lambda} - \phi \ .$$

Los electrones emitidos pueden ser frenados si se aplica en inversa una diferencia de potencial -potencial de frenado- que, según la conservación de la energía mecánica en el campo eléctrico, viene dado por:

$$E_{c,máx} - 0 = E_{c,máx} = e\Delta V$$

$\Delta V = -1{,}48\,V$: potencial de frenado (signo negativo al aplicarse en inversa).

Tenemos, entonces:

$$e\Delta V = h\frac{c}{\lambda} - \phi \;;\; \text{despejando, queda:}$$

$$\phi = h\frac{c}{\lambda} - e\Delta V = 6{,}63\times10^{-34}\,\frac{3\times10^{+8}}{200\times10^{-9}} - (-1{,}6\times10^{-19})(-1{,}48)\,J$$

$$\phi = 7{,}58\times10^{-19}\,J = \frac{7{,}58\times10^{-19}\,J}{1{,}6\times10^{-19}\,J/eV} = 4{,}74\,eV: \text{RESULTADO}$$

Hemos recordado que un electronvoltio: eV es la energía adquirida por un electrón tras ser acelerado, partiendo del reposo, por una diferencia de potencial de un voltio.

Finalmente, despejando la longitud de onda umbral: λ_0 -máxima-, obtenemos:

$$\phi = h\nu_0 = h\frac{c}{\lambda_0}$$

$$\lambda_0 = \frac{hc}{\phi} = \frac{6{,}63\times10^{-34}\times3\times10^{8}}{7{,}58\times10^{-19}} = 2{,}62\times10^{-7}\,m = 262\,nm$$

RESULTADO

FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO **FÍSICA CUÁNTICA**

En un átomo, un electrón pasa de un nivel de energía a otro inferior. Si la diferencia de energías es de 2×10^{-15} J, determine la frecuencia y la longitud de onda de la radiación emitida.
Datos:
Constante de Planck: $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ Js
Velocidad de la luz en el vacío: $c = 3 \times 10^{8}$ ms^{-1}.

(Pruebas de acceso a la Universidad – Madrid, modelo 2004)

SOLUCIÓN.-

Los fotones de la radiación emitida tienen una energía que está dada por la relación de Planck:

$E = h\nu$, de donde despejando, queda:

$$\text{frecuencia: } \nu = \frac{E}{h} = \frac{2 \times 10^{-15}}{6{,}63 \times 10^{-34}} = 3{,}02 \times 10^{18}\ s^{-1}$$

RESULTADO

Recordando la relación entre longitud de onda, velocidad de propagación y frecuencia, encontramos:

$$\text{longitud de onda: } \lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \times 10^{8}}{3{,}02 \times 10^{18}} = 9{,}95 \times 10^{-11}\ m$$

RESULTADO

FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO **FÍSICA CUÁNTICA**

Un electrón de un átomo salta desde un nivel de energía de 5 eV a otro inferior de 3 eV, emitiéndose un fotón en el proceso. Calcule la frecuencia y la longitud de onda de la radiación emitida, si ésta se propaga en el agua.

Datos:

Índice de refracción del agua:	n_{agua}	$= 1{,}33$
Constante de Planck:	h	$= 6{,}63 \times 10^{-34}$ Js
Velocidad de la luz en el vacío:	c	$= 3 \times 10^{8}$ m/s
Valor absoluto de la carga del electrón:	e	$= 1{,}6 \times 10^{-19}$ C.

(Pruebas de acceso a la Universidad – Madrid, modelo 2007)

Nota aclaratoria previa.-

El fotón se emite al saltar el electrón desde un nivel inicial (E_i) a otro final (E_f) de energía inferior: $E_i > E_f$.

Por otra parte, mientras están en los átomos los electrones poseen energía total negativa.

Debemos, entonces, interpretar el enunciado del siguiente modo:

- Nivel inicial: $E_i = -3\,eV$.
- Nivel final: $E_f = -5\,eV$.

Solución.-

La energía del fotón emitido es igual a la diferencia entre las energías del electrón en los niveles inicial y final. Por otra parte, recordando la fórmula de Planck para la energía del fotón, tenemos:

$E_{fotón} = h\nu = E_i - E_f$; de donde:

Frecuencia: $\nu = \dfrac{E_i - E_f}{h} = \dfrac{[(-3)-(-5)]\times 1{,}6\times10^{-19}}{6{,}63\times10^{-34}} = 4{,}83\times10^{14}\ Hz$

RESULTADO

Esta frecuencia es independiente del medio en el cual se propaga la luz emitida, y en su cálculo hemos convertido las energías inicial y final del electrón de electronvoltios a julios, recordando que:

$$1eV = |1e^-|\times 1V = 1{,}6\times10^{-19}\times 1 = 1{,}6\times10^{-19}\ J.$$

La radiación emitida viaja en el agua a una velocidad: v:

$$v = \frac{c}{n} = \frac{3\times10^8}{1{,}33} = 2{,}26\times10^8\ ms^{-1}$$;

por lo que la longitud de onda de la radiación emitida viajando ésta en el agua vale:

$$\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{2{,}26\times10^8}{4{,}83\times10^{14}} = 4{,}67\times10^{-7}\ m$$: RESULTADO

FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO **FÍSICA CUÁNTICA**

a) ¿Qué intervalo aproximado de energías (en eV) corresponde a los fotones del espectro visible?.

b) ¿Qué intervalo aproximado de longitudes de onda de De Broglie tendrán los electrones en ese intervalo de energías?.

Las longitudes de onda del espectro visible están comprendidas, aproximadamente, entre 390 nm en el violeta y 740 nm en el rojo.

Datos: Masa del electrón: $m = 9{,}1 \times 10^{-31}$ kg
Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C
Velocidad de la luz en el vacío: $c = 3 \times 10^{8}$ ms^{-1}
Constante de Planck: $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ Js.

(Pruebas de acceso a la Universidad – Madrid, septiembre 2000)

SOLUCIÓN:

Según la relación de Planck-Einstein, la energía de un fotón vale: $E = h\nu$, siendo ν la frecuencia de la radiación, que en función de la velocidad de la luz en el vacío: c y la longitud de onda: λ, vale: $\nu = \frac{c}{\lambda}$; es decir:

$$E = h\nu = h\frac{c}{\lambda}\ ;\ \text{sustituyendo queda:}$$

$$E_{mín\ (rojo)} = \frac{hc}{\lambda_{rojo}} = \frac{6{,}63\times10^{-34}\times3\times10^{8}}{740\times10^{-9}} = 2{,}69\times10^{-19}\ J$$

$$E_{máx\ (violeta)} = \frac{hc}{\lambda_{violeta}} = \frac{6{,}63\times10^{-34}\times3\times10^{8}}{390\times10^{-9}} = 5{,}10\times10^{-19}\ J$$

Recordando que un electronvoltio es la energía adquirida por un electrón acelerado por una diferencia de potencial de un voltio, por lo que:

$$1\ eV = 1|e|\times 1\ V = 1{,}6\times10^{-19}\times 1 = 1{,}6\times10^{-19}\ J\ ,$$

la conversión de las energías anteriores, de J a eV da:

$$E_{mín}\,(rojo) = \frac{2{,}69\times10^{-19}}{1{,}60\times10^{-19}} = 1{,}68\ eV$$

$$E_{máx}\,(violeta) = \frac{5{,}10\times10^{-19}}{1{,}60\times10^{-19}} = 3{,}19\ eV \quad , \text{ es decir:}$$

$$1{,}68\ eV < E_{fotón\ visible} < 3{,}19\ eV : \text{RESULTADO}$$

Ignorando efectos relativistas, la energía -cinética- de un electrón vale:

$$E = E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{m^2v^2}{2m} = \frac{p^2}{2m} \ ; \quad p = \sqrt{2mE} \ .$$

Según la relación de De Broglie, la longitud de onda asociada al electrón es:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mE}} \ ; \text{ sustituyendo tenemos:}$$

$$\lambda_{máx} = \frac{h}{\sqrt{2mE_{mín}}} = \frac{6{,}63\times10^{-34}}{\sqrt{2\times9{,}1\times10^{-31}\times2{,}69\times10^{-19}}} = 9{,}48\times10^{-10}\ m$$

$$\lambda_{mín} = \frac{h}{\sqrt{2mE_{máx}}} = \frac{6{,}63\times10^{-34}}{\sqrt{2\times9{,}1\times10^{-31}\times5{,}10\times10^{-19}}} = 6{,}88\times10^{-10}\ m \ ;$$

por consiguiente:

$$6{,}88\times10^{-10}\ m < \lambda_{electrón} < 9{,}48\times10^{-10}\ m : \text{RESULTADO}$$

FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO **FÍSICA CUÁNTICA**

En un conductor metálico los electrones se mueven con una velocidad de 10^{-2} cm/s. Según la hipótesis de De Broglie, ¿cuál será la longitud de onda asociada a estos electrones?. Toda partícula, sea cual sea su masa y velocidad, ¿llevará asociada una onda?.

Justifica la respuesta.

Datos: Masa del electrón: $m_e = 9{,}109 \times 10^{-31}$ kg.

Constante de Planck: $h = 6{,}626 \times 10^{-34}$ Js.

(Pruebas de acceso a la Universidad – Madrid, junio 1996)

SOLUCIÓN:

La hipótesis de la dualidad onda-corpúsculo de De Broglie establece que toda partícula, con masa: m, que se mueve a velocidad: v, lleva asociada una onda, cuya longitud de onda vale:

$$\lambda = \frac{h}{mv}$$; sustituyendo:

$$\lambda = \frac{6{,}626 \times 10^{-34}}{9{,}109 \times 10^{-31}\,kg \times 10^{-4}\,ms^{-1}} = 7{,}274m$$: RESULTADO

Según la hipótesis de De Broglie toda partícula lleva asociada una onda; ahora bien: al ser la longitud de onda inversamente proporcional a la masa -y a la velocidad-, si la masa de la partícula es elevada su longitud de onda disminuirá, pudiendo llegar a ser tan pequeña que sea despreciable.

Siempre existe la onda asociada, pero si la masa es muy grande, $\lambda \approx 0$: RESULTADO.

FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO **FÍSICA CUÁNTICA**

A una partícula material se le asocia la llamada longitud de onda de De Broglie.

a) ¿Qué magnitudes físicas determinan el valor de la longitud de onda de De Broglie?. ¿Pueden dos partículas distintas con diferente velocidad tener asociada la misma longitud de onda de De Broglie?.

b) ¿Qué relación existe entre las longitudes de onda de De Broglie de dos electrones cuyas energías cinéticas vienen dadas por 2 eV y 8 eV?.

(Pruebas de acceso a la Universidad – Madrid, septiembre 2003)

SOLUCIÓN.-

Según la teoría de la dualidad onda-corpúsculo, de Louis De Broglie, toda partícula en movimiento lleva asociada una onda, estando dada su longitud de onda por la expresión:

$$\lambda = \frac{h}{mv}$$, es decir:

la longitud de onda de De Broglie está determinada por la masa y la velocidad de la partícula.

Por eso, dos partículas con distinta masa y diferente velocidad sí pueden tener asociada la misma longitud de onda de De Broglie, siempre que se cumpla:

$$m_A v_A = m_B v_B \rightarrow \lambda_A = \frac{h}{m_A v_A} = \lambda_B = \frac{h}{m_B v_B}$$

RESULTADOS

Recordando la relación entre la energía cinética y el momento lineal:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m} \; ; \quad p = mv = \sqrt{2mE_c}$$

podemos comparar las longitudes de onda de De Broglie de los dos electrones con diferente energía cinética:

$$\frac{\lambda_A}{\lambda_B} = \frac{\frac{h}{m_A v_A}}{\frac{h}{m_B v_B}} = \frac{\frac{h}{\sqrt{2\,m_e \cdot E_{cA}}}}{\frac{h}{\sqrt{2 m_e \cdot E_{cB}}}} = \sqrt{\frac{E_{cB}}{E_{cA}}} = \sqrt{\frac{8eV}{2eV}} = \sqrt{4}$$

$$\frac{\lambda\,(E_{cA} = 2eV)}{\lambda\,(E_{cB} = 8eV)} = 2 \; : \; \text{RESULTADO}$$

FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO **FÍSICA CUÁNTICA**

Dos partículas no relativistas tienen asociada la misma longitud de onda de De Broglie. Sabiendo que la masa de una de ellas es el triple que la masa de la otra, determine:

a) la relación entre sus momentos lineales;

b) la relación entre sus velocidades.

(Pruebas de acceso a la Universidad – Madrid, septiembre 2001)

SOLUCIÓN:

La teoría de De Broglie establece que toda partícula con momento lineal: $p = mv$ lleva asociada una onda cuya longitud de onda es:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$ - h: constante de Planck -

Comparando los datos de ambas partículas tenemos:

$$\lambda_1 = \lambda_2 \; ; \; \frac{h}{p_1} = \frac{h}{p_2} \; ; \; \boxed{p_1 = p_2 : \text{RESULTADO}}$$

Y, a partir de lo que acabamos de deducir:

$m_1 = 3m_2$; $p_1 = m_1 v_1 = p_2 = m_2 v_2$; finalmente:

$3m_2 v_1 = m_2 v_2$; $\boxed{v_2 = 3v_1 : \text{RESULTADO}}$

FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO **FÍSICA CUÁNTICA**

Considere las longitudes de onda de De Broglie de un electrón y de un protón. Razone cuál es menor si tienen:

a) El mismo módulo de la velocidad.

b) La misma energía cinética.

Suponga velocidades no relativistas.

(Pruebas de acceso a la Universidad – Madrid, junio 1999)

SOLUCIÓN:

La teoría de De Broglie sobre la dualidad onda-corpúsculo establece que toda partícula de masa: m, que se mueve con velocidad: v, tiene asociada una onda cuya longitud de onda es:

$$\lambda = \frac{h}{mv}$$ (h: constante de Planck).

a) Dado que $m_{p^+} \gg m_{e^-}$, si $v_{p^+} = v_{e^-}$, la dependencia inversamente proporcional entre λ y m da:

$$\boxed{\lambda_{p^+} \ll \lambda_{e^-} \text{ : RESULTADO}}$$

b) Para velocidades no relativistas, la energía cinética vale:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{m^2v^2}{2m} = \frac{p^2}{2m}$$; es decir: $p = \sqrt{2mE_c}$.

Si $Ec_{p^+} = Ec_{e^-}$, dado que: $m_{p^+} \gg m_{e^-}$, queda:

$p_{p^+} \gg p_{e^-}$ (p es directamente proporcional a m).

De la relación de De Broglie:

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{p}$$ llegamos, finalmente, a:

$$\boxed{\lambda_{p^+} \ll \lambda_{e^-} \text{ : RESULTADO}}$$

FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO **FÍSICA CUÁNTICA**

a) ¿Qué velocidad ha de tener un electrón para que su longitud de onda de De Broglie sea 200 veces la correspondiente a un neutrón de energía cinética 6 eV?.

b) ¿Se puede considerar que el electrón a esta velocidad es no relativista?.

Datos: Masa del electrón: $m_e = 9{,}1 \times 10^{-31}$ kg
Masa del neutrón: $m_n = 1{,}7 \times 10^{-27}$ kg
Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C
Velocidad de la luz en el vacío: $c = 3 \times 10^{8}$ ms^{-1}.

(Pruebas de acceso a la Universidad – Madrid, junio 2002)

SOLUCIÓN:

Si recordamos que un electronvoltio es la energía adquirida por un electrón tras ser acelerado por una diferencia de potencial de un voltio, la relación aquella unidad con la internacional es:

$$1\ eV = |q_{e^-}| \times |\Delta V| = 1{,}6 \times 10^{-19}\ C \times 1\ V = 1{,}6 \times 10^{-19}\ J.$$

La velocidad del neutrón, con: $E_{c_n} = \frac{1}{2} m_n v_n^2 = 6\ eV$ es:

$$v_n = \sqrt{\frac{2 E_{cn}}{m_n}} = \sqrt{\frac{2 \times 6 \times 1{,}6 \times 10^{-19}}{1{,}7 \times 10^{-27}}} = 3{,}4 \times 10^{4}\ ms^{-1}$$

(al ser $v_n \ll c$ queda justificado emplear Mecánica no relativista.)

Según la teoría de **L. De Broglie**, toda partícula de masa **m** que se mueve con velocidad **v** lleva asociada una onda, cuya longitud de onda vale:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}.$$

Para el neutrón tenemos: $\lambda_n = \frac{h}{m_n v_n}$,

y para el electrón:

$$\lambda_{e^-} = 200\,\lambda_n ; \frac{h}{m_{e^-} v_{e^-}} = 200 \frac{h}{m_n v_n}$$;

simplificando y despejando, obtenemos:

$$v_{e^-} = \frac{m_n v_n}{200\, m_{e^-}} = \frac{1{,}7\times10^{-27} \times 3{,}4\times10^{4}}{200 \times 9{,}1\times10^{-31}} = 3{,}1\times10^{5}\ m s^{-1}$$

Al igual que antes con el neutrón, dado que $v_{e^-} \ll c$ podemos considerar que el electrón es no relativista.

RESULTADO

FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO **FÍSICA CUÁNTICA**

Determine la longitud de onda de De Broglie y la energía cinética, expresada en eV, de:

a) un electrón cuya longitud de onda de De Broglie es igual a la longitud de onda en el vacío de un fotón de energía 10^4 eV;

b) una piedra de masa 80 g que se mueve con una velocidad de 2 m/s.

Datos:

Constante de Planck:	$h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ Js
Velocidad de la luz en el vacío:	$c = 3 \times 10^{8}$ ms^{-1}
Masa del electrón:	$m_e = 9{,}1 \times 10^{-31}$ kg
Valor absoluto de la carga del electrón:	$e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C.

(Pruebas de acceso a la Universidad – Madrid, septiembre 2007)

SOLUCIÓN:-

a) Recordando la ecuación de Planck para la energía del fotón, la relación entre frecuencia y longitud de onda y que un electronvoltio es la energía que adquiere un electrón tras ser acelerado, a partir del reposo, por una diferencia de potencial de un voltio, tenemos:

$$1\,eV = |e^-| \times 1\,V = 1{,}6 \times 10^{-19} \times 1 = 1{,}6 \times 10^{-19}\,J$$

$$E = h\nu = h\frac{c}{\lambda}$$

$$\lambda_{e^-} = \lambda_{fotón} = \frac{hc}{E} = \frac{6{,}63 \times 10^{-34}\,Js \times 3 \times 10^{8}\,ms^{-1}}{10^4\,eV \times 1{,}6 \times 10^{-19}\,J/eV} = 1{,}24 \times 10^{-10}\,m$$

RESULTADO

Mediante la relación de De Broglie: $\lambda = \frac{h}{p}$

podemos hallar la energía cinética del electrón:

$$E_{c_{e^-}} = \frac{p^2}{2m} = \frac{\left(\frac{h}{\lambda}\right)^2}{2m} = \frac{\left(\frac{6{,}63\times10^{-34}}{1{,}24\times10^{-10}}\right)^2}{2\times9{,}1\times10^{-31}}\ J = 1{,}56\times10^{-17}\ J =$$

$$= \frac{1{,}56\times10^{-17}\ J}{1{,}6\times10^{-19}\ J/eV} = 97{,}68\ eV : \text{RESULTADO}$$

b) La longitud de onda de De Broglie asociada a la piedra vale:

$$\lambda_p = \frac{h}{p} = \frac{6{,}63\times10^{-34}}{0{,}080\times 2} = 4{,}14\times10^{-33}\ m \approx 0 : \text{RESULTADO}$$

Y su energía cinética es:

$$E_{c_p} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}0{,}080\times 2^2 = 0{,}160\ J = \frac{0{,}160\ J}{1{,}6\times10^{-19}\ J/eV}$$

$$E_{c_p} = 10^{18}\ eV : \text{RESULTADO}$$

FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO **FÍSICA CUÁNTICA**

Un protón que parte del reposo es acelerado por una diferencia de potencial de 10 V. Determine:

a) la energía que adquiere el protón expresada en eV y su velocidad en m/s;

b) la longitud de onda de De Broglie asociada al protón moviéndose con la velocidad anterior.

Datos: Constante de Planck = $6{,}63 \times 10^{-34}$ Js
Masa del protón = $1{,}67 \times 10^{-27}$ kg
Carga del protón = $1{,}6 \times 10^{-19}$ C.

(Pruebas de acceso a la Universidad – Madrid, septiembre 2005)

SOLUCIÓN.-

Dado que el campo eléctrico en el que se mueve el protón es conservativo su energía mecánica es constante. Tenemos, entonces:

$$E_{c_i} + E_{p_i} = E_{c_f} + E_{p_f} \; ; \; 0 + q_{p^+} V_{in} = E_{c_f} + q_{p^+} V_{fin} \; ;$$

de donde:

$$E_{c_f} = q_{p^+}(V_{in} - V_{fin}) = 1{,}6 \times 10^{-19} \times 10 = 1{,}6 \times 10^{-18} \text{ J}.$$

Recordando que el electronvoltio -eV- es:

$$1 \text{ eV} = |1e^-| \times 1 \text{V} = 1{,}6 \times 10^{-19} \times 1 = 1{,}6 \times 10^{-19} \text{ J},$$

la energía cinética final del protón es:

$$E_{c_f} = \frac{1{,}6 \times 10^{-18} \text{ J}}{1{,}6 \times 10^{-19} \text{ J/eV}} = 10 \text{ eV} \; : \text{RESULTADO}$$

A partir de la energía cinética final encontramos la velocidad final del protón:

$$Ec_{fin} = \frac{1}{2} m_{p+} v_{fin}^2$$

$$v_{fin} = \sqrt{\frac{2Ec_{,fin}}{m_{p+}}} = \sqrt{\frac{2 \times 1{,}6 \times 10^{-18}}{1{,}67 \times 10^{-27}}} = 4{,}38 \times 10^4 \ ms^{-1}$$

RESULTADO

(Dado que $v_{fin} \ll c$ podemos utilizar la expresión no relativista de la energía cinética.)

La longitud de onda asociada al protón moviéndose con esta velocidad la encontramos empleando la relación de De Broglie:

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6{,}63 \times 10^{-34}}{1{,}67 \times 10^{-27} \times 4{,}38 \times 10^4} = 9{,}07 \times 10^{-12} \ m$$

RESULTADO

FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO **FÍSICA CUÁNTICA**

Un electrón que parte del reposo es acelerado por una diferencia de potencial de 50 V. Calcule:

a) el cociente entre los valores de la velocidad de la luz en el vacío y la velocidad alcanzada por el electrón;

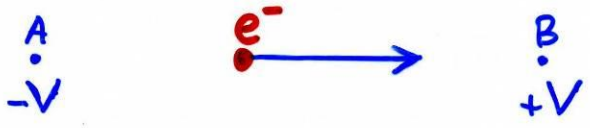
b) la longitud de onda de De Broglie asociada al electrón después de atravesar dicha diferencia de potencial.

Datos:

Constante de Planck:	$h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ Js
Velocidad de la luz en el vacío:	$c = 3 \times 10^{8}$ ms^{-1}
Masa del electrón:	$m_e = 9{,}1 \times 10^{-31}$ kg
Valor absoluto de la carga del electrón:	$e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C.

(Pruebas de acceso a la Universidad – Madrid, junio 2005)

SOLUCIÓN:-



Puesto que el campo eléctrico es conservativo el Principio de conservación de la energía mecánica establece que:

$$E_{tot_A} = E_{tot_B};\ Ec_A + Ep_A = Ec_B + Ep_B;\ 0 + qV_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + qV_B;$$

despejando v_B:

$$v_B = \sqrt{\frac{2q(V_A - V_B)}{m}} = \sqrt{\frac{2(-1{,}6\times10^{-19})(-50)}{9{,}1\times10^{-31}}} = 4{,}19\times10^{6}\ ms^{-1}.$$

La relación entre velocidades pedida es, entonces:

$$\frac{c}{v_B} = \frac{3\times10^{8}}{4{,}19\times10^{6}} = 71{,}56 \text{ : RESULTADO}$$

De acuerdo a la teoría de la **dualidad onda-corpúsculo** de **De Broglie**, con esta velocidad el electrón lleva asociada una onda cuya **longitud de onda** vale:

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6{,}63\times10^{-34}}{9{,}1\times10^{-31}\times 4{,}19\times10^{6}} = 1{,}74\times10^{-10}\ m$$

RESULTADO

FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO **FÍSICA CUÁNTICA**

a) Calcule la longitud de onda asociada a un electrón que se propaga con una velocidad de 5×10^6 ms^{-1}.

b) Halle la diferencia de potencial que hay que aplicar a un cañón de electrones para que la longitud de onda asociada a los electrones sea de 6×10^{-11} m.

Datos: Constante de Planck: $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ Js.
Masa del electrón: $m_e = 9{,}11 \times 10^{-31}$ kg.
Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C.

(Pruebas de acceso a la Universidad – Madrid, septiembre 1998)

SOLUCIÓN:

De acuerdo a la teoría de De Broglie de la dualidad onda-corpúsculo, toda partícula en movimiento lleva asociada una onda cuya longitud de onda vale:

$$\lambda = \frac{h}{mv} \text{ ; sustituyendo:}$$

$$\lambda = \frac{6{,}63 \times 10^{-34}}{9{,}11 \times 10^{-31} \times 5 \times 10^6} = 1{,}46 \times 10^{-10} \text{ m : RESULTADO}$$

Si la longitud de onda asociada al electrón es: $\lambda = 6 \times 10^{-11}$ m, utilizando la relación anterior vemos que su velocidad vale:

$$v = \frac{h}{m\lambda} = \frac{6{,}63 \times 10^{-34}}{9{,}11 \times 10^{-31} \times 6 \times 10^{-11}} = 1{,}21 \times 10^7 \text{ ms}^{-1}$$

Recordando la conservación de la energía en un campo eléctrico, tenemos:

$$q(-\Delta V) = \Delta E_c = \frac{1}{2} m_e v_f^2 - \frac{1}{2} m_e v_i^2 \text{ ; como } v_i = 0:$$

$$\Delta V = -\frac{\frac{1}{2} m_e v_f^2}{q_e} = -\frac{\frac{1}{2} 9{,}11 \times 10^{-31} \times (1{,}21 \times 10^7)^2}{-1{,}60 \times 10^{-19}} = 418{,}85 \text{ V : RESULTADO}$$

FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO **FÍSICA CUÁNTICA**

Calcule en los dos casos siguientes la diferencia de potencial con que debe ser acelerado un protón que parte del reposo para que después de atravesar dicho potencial:

a) el momento lineal del protón sea 10^{-21} kgms^{-1};

b) la longitud de onda de De Broglie asociada al protón sea 5×10^{-13} m.

Datos: Carga del protón: $q_p = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C
Masa del protón: $m_p = 1{,}67 \times 10^{-27}$ kg
Constante de Planck: $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ Js.

(Pruebas de acceso a la Universidad – Madrid, junio 2006)

SOLUCIÓN.-

El campo eléctrico que acelera el protón es conservativo, por lo que el incremento de la energía cinética debido a la aceleración del protón es igual a la disminución de su energía potencial eléctrica.

Recordando las expresiones de ambas energías y aplicando el Principio de conservación de la energía mecánica, tenemos:

$$E_{c_i} + E_{p_i} = E_{c_f} + E_{p_f}$$

$$E_{c_f} = \frac{1}{2} m v_f^2 = \frac{p_f^2}{2m} = E_{p_i} - E_{p_f} = q(V_i - V_f) = q(-\Delta V)$$

entonces: $$\Delta V = -\frac{p_f^2}{2mq}.$$

a) $$\Delta V = -\frac{(10^{-21})^2}{2 \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}} = -1{,}87 \times 10^3 \text{ V}$$: RESULTADO

b) La longitud de onda de De Broglie asociada al protón vale:

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad ;$$

luego el momento lineal vale ahora:

$$p_t = \frac{h}{\lambda} = \frac{6{,}63\times10^{-34}}{5\times10^{-13}} = 1{,}33\times10^{-21}\ \text{kgms}^{-1},$$

y la diferencia de potencial que acelera el protón es:

$$\Delta V = -\frac{p_t^2}{2mq} = -\frac{(1{,}33\times10^{-21})^2}{2\times1{,}67\times10^{-27}\times1{,}6\times10^{-19}} = -3{,}29\times10^{3}\ \text{V}$$

RESULTADO

FÍSICA de 2º de BACHILLERATO **FÍSICA CUÁNTICA**

Un protón que se mueve con una velocidad constante en el sentido positivo del eje X penetra en una región del espacio donde hay un campo eléctrico $\vec{E} = 4 \times 10^5 \vec{k}$ N/C y un campo magnético $\vec{B} = -2\vec{j}$ T, siendo $\vec{k}$ y $\vec{j}$ los vectores unitarios en las direcciones de los ejes Z e Y, respectivamente.

a) Determine la velocidad que debe llevar el protón para que atraviese dicha región sin ser desviado.

b) En las condiciones del apartado anterior, calcule la longitud de onda de De Broglie del protón.

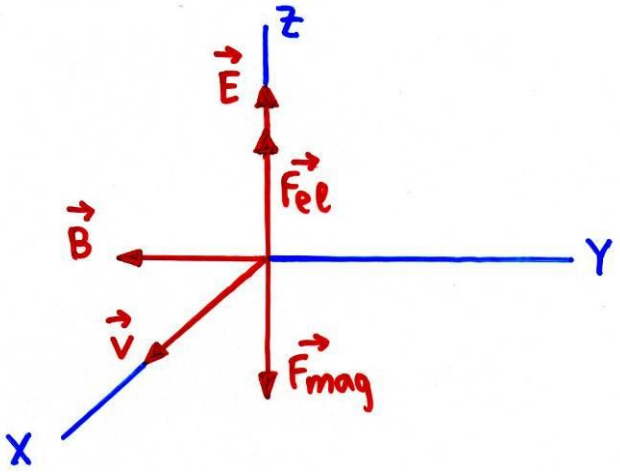
Datos: Constante de Planck: $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J·s

Masa del protón: $m_p = 1{,}67 \times 10^{-27}$ kg.

(Pruebas de acceso a la Universidad – Madrid, junio 2007)

SOLUCIÓN:-

Según la ley de la inercia, para que el protón continúe su trayectoria rectilínea sin desviarse ha de estar sometido a una fuerza resultante nula pues, en caso contrario, al ir dicha fuerza resultante según el eje Z, como veremos, el protón iría adquiriendo una velocidad transversal que lo apartaría de su trayectoria inicial.



La fuerza eléctrica sobre el protón vale:

$$\vec{F}_e = q_p\vec{E} = q_p(4\times10^5\vec{k}) \quad (N)$$

Dado que: $\vec{F}_e + \vec{F}_m = 0$,

la fuerza magnética valdrá:

$$\vec{F}_m = q_p(\vec{v}\times\vec{B}) = q_p(v\vec{i})\times(-2\vec{j}) = -q_p(4\times10^5\vec{k});$$

de donde la velocidad del protón pedida es:

$$\boxed{\vec{v} = 2\times10^5\vec{i}\ (ms^{-1}): \text{RESULTADO}}$$

Según la teoría de De Broglie de la dualidad onda-corpúsculo, la longitud de onda asociada al protón con esa velocidad vale:

$$\boxed{\lambda = \frac{h}{m_p v} = \frac{6{,}63\times10^{-34}}{1{,}67\times10^{-27}\times2\times10^5} = 1{,}99\times10^{-12}\ m}$$

RESULTADO

FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO **FÍSICA CUÁNTICA**

Las partículas α son núcleos de Helio, de masa cuatro veces la del protón. Consideremos una partícula α y un protón que poseen la misma energía cinética, moviéndose ambos a velocidades mucho más pequeñas que la luz. ¿Qué relación existe entre las longitudes de onda de De Broglie correspondientes a las dos partículas?.

(Pruebas de acceso a la Universidad – Madrid, junio 1998)

SOLUCIÓN:

Para $v \ll c$ - velocidades no relativistas- la relación entre el módulo del momento lineal y la energía cinética es:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{m^2v^2}{2m} = \frac{p^2}{2m}\text{; de donde: } p = \sqrt{2mE_c}$$

La relación de De Broglie establece la longitud de onda de la onda asociada a una partícula -masa: m- en movimiento -módulo de la velocidad: v-:

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mE_c}}$$

La relación entre las dos longitudes de onda asociadas pedidas es, entonces:

$$\frac{\lambda_\alpha}{\lambda_p} = \frac{\dfrac{h}{\sqrt{2m_\alpha E_c}}}{\dfrac{h}{\sqrt{2m_p E_c}}} = \sqrt{\frac{m_p}{m_\alpha}} = \sqrt{\frac{m_p}{4m_p}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}\text{: RESULTADO}$$

FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO **FÍSICA CUÁNTICA**

Una partícula α y un protón tienen la misma energía cinética. Considerando que la masa de la partícula α es cuatro veces la masa del protón:

a) ¿qué relación existe entre los momentos lineales de estas partículas?;

b) ¿qué relación existe entre las longitudes de onda de De Broglie correspondientes a estas partículas?.

(Pruebas de acceso a la Universidad – Madrid, modelo 2005)

SOLUCIÓN:-

Las expresiones del momento lineal, energía cinética y longitud de onda de De Broglie asociada a la partícula son, respectivamente:

- momento lineal: $\vec{p} = m\vec{v}$;
- energía cinética: $E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{(mv)^2}{2m} = \frac{p^2}{2m}$,

  de donde: $p = \sqrt{2mE_c}$
- longitud de onda de De Broglie: $\lambda = \frac{h}{p}$.

Comparando las magnitudes de la partícula alfa y del protón obtenemos:

$$\frac{p_\alpha}{p_p} = \frac{\sqrt{2m_\alpha E_{c\alpha}}}{\sqrt{2m_p E_{cp}}} = \sqrt{\frac{2\times 4m_p E_c}{2\times m_p E_c}} = \sqrt{4} = 2$$

RESULTADO

$$\frac{\lambda_\alpha}{\lambda_p} = \frac{\frac{h}{p_\alpha}}{\frac{h}{p_p}} = \frac{p_p}{p_\alpha} = \frac{1}{2}$$

FÍSICA de 2º de BACHILLERATO **FÍSICA CUÁNTICA**

Dos partículas poseen la misma energía cinética. Determine en los dos casos siguientes:

a) La relación entre las longitudes de onda de De Broglie correspondientes a las dos partículas, si la relación entre sus masas es: $m_1 = 50\ m_2$.

b) La relación que existe entre las velocidades, si la relación entre sus longitudes de onda de De Broglie es: $\lambda_1 = 500\ \lambda_2$.

(Pruebas de acceso a la Universidad – Madrid, junio 2010 -Fase Específica-)

SOLUCIÓN:-

Recordando las expresiones del módulo del momento lineal, de la energía cinética y de la longitud de onda de De Broglie asociada a la partícula de masa m que se mueve con velocidad $\vec{v}$ tenemos:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{(mv)^2}{2m} = \frac{p^2}{2m} \; ; \quad p = \sqrt{2mE_c} \; ; \quad Ec_1 = Ec_2$$

a) $Ec_1 = Ec_2$; $m_1 = 50\ m_2$:-

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{\frac{h}{p_2}}{\frac{h}{p_1}} = \frac{p_1}{p_2} = \frac{\sqrt{2m_1Ec_1}}{\sqrt{2m_2Ec_2}} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} = \sqrt{\frac{50m_2}{m_2}} = \sqrt{50} \; .$$

b) $Ec_1 = Ec_2$; $\lambda_1 = 500\lambda_2$:-

$$Ec_1 = \frac{1}{2}m_1v_1^2 = Ec_2 = \frac{1}{2}m_2v_2^2 \; ; \; \frac{m_1}{m_2} = \frac{v_2^2}{v_1^2} \; ; \; \lambda = \frac{h}{mv} \; ; \; v = \frac{h}{m\lambda}$$

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\frac{h}{m_2\lambda_2}}{\frac{h}{m_1\lambda_1}} = \frac{m_1\lambda_1}{m_2\lambda_2} = \frac{v_2^2}{v_1^2}\cdot\frac{\lambda_1}{\lambda_2} \; ; \; 1 = \frac{v_2}{v_1}\cdot\frac{\lambda_1}{\lambda_2} \; ; \text{ de donde:}$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{500\lambda_2}{\lambda_2} = 500 \; .$$

RESULTADO

FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO **FÍSICA CUÁNTICA**

En un experimento de efecto fotoeléctrico un haz de luz de 500 nm de longitud de onda incide sobre un metal cuya función de trabajo (o trabajo de extracción) es de 2,1 eV. Analice la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones:

a) Los electrones arrancados pueden tener longitudes de onda de De Broglie menores que 10^{-9} m.

b) La frecuencia umbral del metal es mayor que 10^{14} Hz.

Datos:

Constante de Planck:	$h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ Js
Velocidad de la luz en el vacío:	$c = 3 \times 10^{8}$ ms^{-1}
Masa del electrón:	$m_e = 9{,}1 \times 10^{-31}$ kg
Valor absoluto de la carga del electrón:	$e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C.

(Pruebas de acceso a la Universidad – Madrid, modelo 2008)

SOLUCIÓN:-

El trabajo de extracción es la energía mínima que deben poseer los fotones para lograr arrancar electrones del metal. Según la fórmula de Planck, en función de la frecuencia umbral vale:

$$\phi = h\nu_0 .$$

Recordando que un electronvoltio es la energía cinética que adquiere un electrón al ser acelerado por una diferencia de potencial de un voltio, despejando la frecuencia umbral tenemos:

$$\nu_0 = \frac{\phi}{h} = \frac{2{,}1\ \text{eV} \times 1{,}6 \times 10^{-19}\ \text{J/eV}}{6{,}63 \times 10^{-34}\ \text{Js}} = 5{,}07 \times 10^{14}\ \text{s}^{-1}.$$

De nuevo con la relación de Planck, y la expresión de la frecuencia en función de la longitud de onda, calculamos la energía de los fotones incidentes:

$$E = h\nu = h\frac{c}{\lambda} = 6{,}63\times10^{-34}\,\frac{3\times10^{8}}{5\times10^{-7}} = 3{,}98\times10^{-19}\ \text{J}.$$

Con la fórmula de Einstein del efecto fotoeléctrico encontramos la energía cinética máxima de los electrones emitidos:

$$Ec_{máx} = h\nu - \phi = 3{,}98\times10^{-19} - (2{,}1\times1{,}6\times10^{-19}) = 6{,}18\times10^{-20}\ \text{J}.$$

Por otra parte:

$$Ec_{máx} = \frac{1}{2}m_e v_{emax}^2 = \frac{m_e^2 v_{emax}^2}{2m_e}\ ;\ \text{de donde:}$$

$$m_e v_{emáx} = \sqrt{2m_e Ec_{máx}} = \sqrt{2\times9{,}1\times10^{-31}\times6{,}18\times10^{-20}}$$

$$m_e v_{emáx} = 3{,}35\times10^{-25}\ \text{kg m s}^{-1}$$

De acuerdo a la relación de De Broglie, la longitud de onda asociada a los fotoelectrones vale:

$$\lambda_{mín} = \frac{h}{m_e v_{emáx}} = \frac{6{,}63\times10^{-34}}{3{,}35\times10^{-25}} = 1{,}98\times10^{-9}\ \text{m}.$$

En resumen:

La afirmación a) es falsa.
La afirmación b) es verdadera. RESULTADO

FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO **FÍSICA CUÁNTICA**

El trabajo de extracción para el sodio es de 2,5 eV. Calcule:

a) la longitud de onda de la radiación que debemos usar para que los electrones salgan del metal con una velocidad máxima de 10^7 ms^{-1};

b) la longitud de onda de De Broglie asociada a los electrones que salen del metal con la velocidad de 10^7 ms^{-1}.

Datos: Constante de Planck: $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ Js
Velocidad de la luz en el vacío: $c = 3 \times 10^8$ m/s
Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C
Masa del electrón: $m = 9{,}1 \times 10^{-31}$ kg.

(Pruebas de acceso a la Universidad – Madrid, septiembre 2004)

SOLUCIÓN:-

Un electronvoltio (eV) es la energía que adquiere un electrón al ser acelerado por una diferencia de potencial de un voltio; por lo que deducimos que el trabajo de extracción del sodio (energía mínima que deben poseer los fotones incidentes para arrancar electrones) vale:

$$\phi = 2{,}5\ eV = 2{,}5 \times 1{,}6 \times 10^{-19}\ C \times 1\ V = 4 \times 10^{-19}\ J.$$

A partir de la ecuación de Einstein para el efecto fotoeléctrico despejamos la frecuencia de la radiación incidente:

$$E_{c,máx} = h\nu - \phi$$

$$\nu = \frac{E_{c,max} + \phi}{h} = \frac{\frac{1}{2} m v_{máx}^2 + \phi}{h}$$

$$\nu = \frac{\frac{1}{2} 9{,}1 \times 10^{-31} (10^7)^2 + 4 \times 10^{-19}}{6{,}63 \times 10^{-34}} = 6{,}92 \times 10^{16}\ s^{-1}$$

Recordando la relación entre la velocidad de la luz, la frecuencia y la **longitud de onda** de la radiación, obtenemos esta última magnitud:

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3\times10^{8}}{6{,}92\times10^{16}} = 4{,}33\times10^{-9}\ \text{m}$$: RESULTADO

Por último, la **longitud de onda asociada de De Broglie** que poseen los fotoelectrones que son emitidos a $10^{7}\ \text{ms}^{-1}$ vale:

$$\lambda_e = \frac{h}{mv} = \frac{6{,}63\times10^{-34}}{9{,}1\times10^{-31}\times10^{7}} = 7{,}29\times10^{-11}\ \text{m}$$: RESULTADO

FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO **FÍSICA CUÁNTICA**

Enuncie el principio de indetermiación de Heisenberg y comente su significado físico.

(Pruebas de acceso a la Universidad – Madrid, junio 2000)

SOLUCIÓN:

Tras recibir una carta de W. Pauli en 1926, Werner Karl Heisenberg (Duisburgo, 1901 - Munich, 1976) le contestó con otra enviada el 23 de febrero de 1927, que contiene la base de su artículo sobre el principio de indeterminación.

Este principio de indeterminación establece la imposibilidad de conocer simultáneamente con total precisión la posición y la velocidad -y, en consecuencia, el momento lineal- de una partícula, estando relacionadas sus respectivas incertidumbres por la expresión:

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar = \frac{h}{2\pi} \qquad \text{(dimensión x)}$$

(h = constante de Planck = $6,63 \times 10^{-34}$ Js).

Según la interpretación más admitida -la de la escuela de Copenhague, con Böhr y Heisenberg a la cabeza-, estas relaciones reflejan un **indeterminismo** consustancial al comportamiento del mundo microscópico, lo que, por citar un ejemplo, impide hablar de órbitas definidas para los electrones en los átomos, introduciendo el concepto sustitutivo de orbital.

Existe otra formulación del principio para el tiempo y la energía: $\Delta t \cdot \Delta E \geq \hbar$

El enunciado del principio de indeterminación le valdría a Heisenberg ser galardonado con el premio Nobel de Física en 1932.

FÍSICA de 2º de BACHILLERATO **FÍSICA CUÁNTICA**

a) Calcule la longitud de onda de un fotón que posea la misma energía que un electrón en reposo.

b) Calcule la frecuencia de dicho fotón y, a la vista de la tabla, indique a qué tipo de radiación correspondería.

Ultravioleta	Entre $7{,}5 \times 10^{14}$ Hz y 3×10^{17} Hz
Rayos X	Entre 3×10^{17} Hz y 3×10^{19} Hz
Rayos gamma	Más de 3×10^{19} Hz

Datos: Masa del electrón: $m_e = 9{,}11 \times 10^{-31}$ kg
Constante de Planck: $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J·s
Velocidad de la luz en el vacío: $c = 3{,}00 \times 10^{8}$ m·s^{-1}.

(Pruebas de acceso a la Universidad – Madrid, septiembre 2013)

SOLUCIÓN:-

La equivalencia masa-energía de Einstein da la energía de un electrón en reposo:

$$E = m_0(e^-)\cdot c^2 = 9{,}11\times10^{-31}\times(3{,}00\times10^8)^2 = 8{,}20\times10^{-14}\ J\ .$$

Con la ecuación de Planck calculamos la frecuencia del fotón con la energía anterior:

$E = h\nu$;

$$\nu = \frac{E}{h} = \frac{8{,}20\times10^{-14}}{6{,}63\times10^{-34}} = 1{,}24\times10^{20}\ Hz$$

Es un fotón de rayos gamma.

RESULTADO

Por último, relacionándola con la velocidad y la frecuencia de esos rayos gamma, hallamos su longitud de onda:

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3{,}00\times10^8}{1{,}24\times10^{20}} = 2{,}43\times10^{-12}\ m$$: RESULTADO

FÍSICA de 2º de BACHILLERATO **FÍSICA CUÁNTICA**

Al iluminar con luz de frecuencia: $8{,}0 \times 10^{14}$ Hz una superficie metálica se obtienen fotoelectrones con una energía cinética máxima de $1{,}6 \times 10^{-19}$ J.

a) ¿Cuál es la función de trabajo del metal?. Exprese su valor en eV.

b) Determine la longitud de onda máxima de los fotones que producirán fotoelectrones en dicho material.

Datos: Constante de Planck $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J·s
Velocidad de la luz en el vacío: $c = 3{,}00 \times 10^{8}$ m·s^{-1}
Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C .

(Pruebas de acceso a la Universidad – Madrid, modelo 2012)

SOLUCIÓN:-

Con la relación de Plauck obtenemos la energía de los fotones incidentes sobre el metal:

$E_{fotón} = h\nu = 6{,}63\times10^{-34}\,Js \times 8{,}0\times10^{14}\,Hz = 5{,}3\times10^{-19}$ J.

A partir de la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico podemos despejar la función de trabajo o trabajo de extracción: ϕ del metal, que es la parte de la energía del fotón incidente que se emplea en desligar electrones del metal -y, por tanto, la energía mínima que ha de poseer el fotón para producir efecto fotoeléctrico-:

$$E_{fotón} = \phi + E_{c,máx}$$

de donde:

$$\phi = E_{fotón} - E_{c,máx} = 5{,}3\times10^{-19} - 1{,}6\times10^{-19} = 3{,}7\times10^{-19}\ J.$$

Dado que un electronvoltio es la energía cinética que, a partir del reposo, adquiere un electrón si es acelerado por una diferencia de potencial eléctrico de 1 voltio, por lo cual:

$$1\,eV = e \cdot 1V = 1{,}6\times10^{-19}\,C \cdot 1V = 1{,}6\times10^{-19}\,J\ ;$$

la función de trabajo del metal, antes calculada, queda:

$$\phi = \frac{3{,}7\times10^{-19}\,J}{1{,}6\times10^{-19}\,J\cdot eV^{-1}} = 2{,}3\,eV$$: RESULTADO

De nuevo mediante la fórmula de Planck encontramos la frecuencia umbral - mínima -: ν_0 que ha de poseer la radiación incidente para producir efecto fotoeléctrico:

$$\phi = E_{fotón,mín} = h\nu_0$$

$$\nu_0 = \frac{\phi}{h} = \frac{3{,}7\times10^{-19}\,J}{6{,}63\times10^{-34}\,Js} = 5{,}6\times10^{14}\,Hz\ ;$$

y recordando la relación entre velocidad de la luz, frecuencia y longitud de onda, hallamos la longitud de onda máxima de la radiación incidente para que se emitan fotoelectrones:

$$\lambda_{máx} = \frac{c}{\nu_{mín}} = \frac{c}{\nu_0} = \frac{3{,}00\times10^{8}}{5{,}6\times10^{14}} = 5{,}4\times10^{-7}\,m$$

RESULTADO

FÍSICA de 2º de BACHILLERATO **FÍSICA CUÁNTICA**

Los electrones emitidos por una superficie metálica tienen una energía cinética máxima de 2,5 eV para una radiación incidente de 350 nm de longitud de onda. Calcule:

a) El trabajo de extracción de un mol de electrones, en julios.

b) La diferencia de potencial mínima (potencial de frenado) requerida para frenar los electrones emitidos.

Datos: Constante de Planck: $h = 6{,}62 \times 10^{-34}$ J·s

Número de Avogadro: $N_A = 6{,}02 \times 10^{23}$ mol^{-1}

Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1{,}60 \times 10^{-19}$ C.

(Pruebas de acceso a la Universidad – Madrid, junio 2013)

SOLUCIÓN:-

La frecuencia de la radiación que incide sobre la superficie metálica vale:

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8}{350 \times 10^{-9}} = 8{,}57 \times 10^{14}\ s^{-1}$$

Para un electrón, la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico relaciona la energía del fotón incidente: $h\nu$, el trabajo de extracción del metal: ϕ y la energía cinética máxima del fotoelectrón emitido:

$$E_{c,máx} = h\nu - \phi \quad ;$$

de donde:

$$\phi = h\nu - E_{c,máx} = 6{,}62 \times 10^{-34} \times 8{,}57 \times 10^{14} - 2{,}5\ eV \times 1{,}60 \times 10^{-19}\ \frac{J}{eV}$$

$$\phi = 1{,}68 \times 10^{-19}\ J$$

Para un mol (N_A) de electrones el trabajo de extracción vale:

$$\phi = 6{,}02 \times 10^{23}\ \frac{e^-}{mol} \times 1{,}68 \times 10^{-19}\ \frac{J}{e^-} = 101.308\ J : \text{RESULTADO}$$

El campo eléctrico es conservativo.

Si, para detener los electrones emitidos se aplica una diferencia de potencial en inversa: potencial de frenado: ΔV, el Principio de conservación de la energía mecánica nos dice:

$$E_{c_i}(máx) + E_{p_i} = E_{c_f} + E_{p_f} \quad .$$

Recordando que:

- carga del electrón: $q = -e$
- energía potencial eléctrica: $E_p = qV$,

tenemos:

$$E_{c_i}(máx) - eV_i = 0 - eV_f \quad ,$$

y el potencial de frenado vale:

$$\Delta V = V_f - V_i = -\frac{E_{c_i}(máx)}{e} = -\frac{2{,}5\ eV \times 1{,}60\times10^{-19}\ \frac{J}{eV}}{1{,}60\times10^{-19}\ C}$$

$$\Delta V = -2{,}5\ V$$

(El signo negativo muestra que esa diferencia de potencial se aplica en inversa.)

RESULTADO

FÍSICA de 2º de BACHILLERATO **FÍSICA CUÁNTICA**

Una radiación monocromática de longitud de onda en el vacío: $\lambda = 0{,}2$ μm incide sobre un metal cuya frecuencia umbral es de 3×10^{14} Hz. Calcule:

a) La energía cinética máxima de los electrones emitidos.

b) El potencial eléctrico que es necesario aplicar para frenarlos.

Datos: Velocidad de la luz en el vacío: $c = 3{,}00 \times 10^{8}\ m \cdot s^{-1}$
Constante de Planck: $h = 6{,}63 \times 10^{-34}\ J \cdot s$
Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1{,}60 \times 10^{-19}\ C$.

(Pruebas de acceso a la Universidad – Madrid, junio 2013 -Materias coincidentes-)

SOLUCIÓN:-

La ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico, incluyendo la relación entre frecuencia, velocidad y longitud de onda para la radiación incidente, da la energía cinética máxima de los electrones emitidos:

$$E_{c,máx} = h\nu - h\nu_0 = h\frac{c}{\lambda} - h\nu_0 = 6{,}63\times10^{-34}\left(\frac{3{,}00\times10^{8}}{0{,}2\times10^{-6}} - 3\times10^{14}\right)$$

$$E_{c,máx} = 7{,}96\times10^{-19}\ J : \text{RESULTADO}$$

Para detener los electrones emitidos se aplica una diferencia de potencial en inversa: potencial de frenado: ΔV. Se puede calcular mediante el Principio de conservación de la energía mecánica en el campo eléctrico aplicado:

$$E_{c,máx} + q_{e^-}\cdot V_i = 0 + q_{e^-}\cdot V_f$$

$$\Delta V = V_f - V_i = \frac{E_{c,máx}}{q_{e^-}} = \frac{7{,}96\times10^{-19}}{-1{,}60\times10^{-19}} = -4{,}97\ V : \text{RESULTADO}$$

$\Delta V < 0$: diferencia de potencial aplicada en inversa.

FÍSICA de 2º de BACHILLERATO **FÍSICA CUÁNTICA**

Una radiación monocromática de longitud de onda: $\lambda = 10^{-7}$ m incide sobre un metal cuya frecuencia umbral es 2×10^{14} Hz. Determine:

a) La función de trabajo y la energía cinética máxima de los electrones.

b) El potencial de frenado.

Dato: Constante de Planck: $h = 6{,}62 \times 10^{-34}$ J·s .

(Pruebas de acceso a la Universidad – Madrid, modelo 2013)

NOTA.-

Para resolver este ejercicio se necesitan también los siguientes datos:

- Velocidad de la luz en el vacío: $c = 3 \times 10^8 \, ms^{-1}$
- Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1{,}6 \times 10^{-19} C$.

SOLUCIÓN:-

La función de trabajo del metal es la energía mínima que han de poseer los fotones para lograr arrancar electrones. Se relaciona con la frecuencia umbral mediante la fórmula de Planck:

$$\phi = h\nu_0 = 6{,}62 \times 10^{-34} \times 2 \times 10^{14} = 1{,}32 \times 10^{-19} \text{ J}$$

RESULTADO

En función de la velocidad y la longitud de onda de la luz, la frecuencia de la radiación incidente vale:

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8}{10^{-7}} = 3 \times 10^{15} \, s^{-1} > \nu_0 \; ;$$

y la energía de los fotones es:

$$E = h\nu = 6{,}62\times10^{-34}\times3\times10^{15} = 1{,}99\times10^{-18}\ J\ .$$

La ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico establece que la energía cinética máxima de los fotoelectrones vale:

$$E_{c,máx} = E - \phi = h\nu - h\nu_0 = 1{,}99\times10^{-18} - 1{,}32\times10^{-19}$$

$$E_{c,máx} = 1{,}85\times10^{-18}\ J \quad : \quad \text{RESULTADO}$$

Para frenar y detener esos fotoelectrones se aplica en inversa un potencial de frenado o de detención; en ese caso la pérdida de energía cinética se transforma en un incremento de la energía potencial eléctrica de los fotoelectrones. Queda, aplicando el Principio de conservación de la energía mecánica en el campo eléctrico:

$$E_{ci} + q_{e^-}\cdot V_i = E_{cf} + q_{e^-}\cdot V_f\ ;\ E_{c,máx} + q_{e^-}\cdot V_i = 0 + q_{e^-}\cdot V_f$$

El potencial de frenado vale:

$$\Delta V = V_f - V_i = \frac{E_{c,máx}}{q_{e^-}} = \frac{1{,}85\times10^{-18}}{-1{,}6\times10^{-19}} = -11{,}59\ V$$

El signo negativo confirma que se trata de una diferencia de potencial aplicada en inversa.

RESULTADO

FÍSICA de 2º de BACHILLERATO **FÍSICA CUÁNTICA**

Una fuente luminosa emite luz monocromática de longitud de onda: 500 nm. La potencia emitida por la fuente es 1 W. Calcule:

a) La energía del fotón emitido y el número de fotones por segundo que emite la fuente.

b) La energía cinética máxima de los electrones emitidos por una lámina de cesio sobre la que incide esta radiación.

Datos:

Constante de Planck:	h	$= 6{,}62 \times 10^{-34}$ J·s
Valor absoluto de la carga del electrón:	e	$= 1{,}6 \times 10^{-19}$ C
Velocidad de la luz en el vacío:	c	$= 3 \times 10^{8}$ m·s^{-1}
Función de trabajo del cesio:	Φ_0	$= 2{,}1$ eV .

(Pruebas de acceso a la Universidad – Madrid, junio 2014 -Materias coincidentes-)

SOLUCIÓN.-

la ecuación de Planck da la energía del fotón. Si en ella incluimos la relación entre frecuencia, velocidad de la luz y longitud de onda, tenemos:

$$E = h\nu = h\frac{c}{\lambda} = 6{,}62\times10^{-34}\,\frac{3\times10^{8}}{500\times10^{-9}} = 3{,}97\times10^{-19}\ \text{J (un fotón)}$$

RESULTADO

la energía luminosa emitida por la fuente en un segundo es:

$$E_{total} = P\cdot t = 1\,W\cdot 1\,s = 1\,J\ .$$

Esta energía se distribuye en fotones.

El número de fotones emitidos en un segundo es:

$$n = \frac{E_{total}}{E(\text{un fotón})} = \frac{1}{3{,}97\times10^{-19}} = 2{,}52\times10^{18}\ \text{fotones}$$

RESULTADO

Esa radiación electromagnética incide sobre una lámina metálica de cesio, cuya función de trabajo - energía mínima que han de poseer los fotones para que se produzca efecto foto eléctrico - es:

$$\phi_0 = 2,1 \text{ eV}.$$

Dado que un "electronvoltio" es la energía que adquiere un electrón, inicialmente en reposo, tras ser acelerado por una diferencia de potencial de un voltio, tenemos:

$$1 \text{ eV} = |q_{e^-}| \times 1 \text{V} = 1,6 \times 10^{-19} \times 1 = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$\phi_0 = 2,1 \text{ eV} = 2,1 \times 1,6 \times 10^{-19} \text{ J} = 3,36 \times 10^{-19} \text{ J}.$$

Finalmente, la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico da la energía cinética máxima de los electrones emitidos:

$$E_{c\,máx} = E_{fotón} - \phi_0 = 3,97 \times 10^{-19} - 3,36 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$\boxed{E_{c\,máx} = 6,12 \times 10^{-20} \text{ J}: \text{ RESULTADO}}$$

FÍSICA de 2º de BACHILLERATO **FÍSICA CUÁNTICA**

La función de trabajo del cesio es 2,20 eV. Determine:

a) La longitud de onda umbral del efecto fotoeléctrico en el cesio.

b) Si sobre una muestra de cesio incide luz de longitud de onda de 390 nm, ¿cuál será la velocidad máxima de los electrones emitidos por efecto fotoeléctrico?.

Datos:

Constante de Planck:	h	$= 6{,}62 \times 10^{-34}$ J·s
Masa del electrón:	m_e	$= 9{,}1 \times 10^{-31}$ kg
Valor absoluto de la carga del electrón:	e	$= 1{,}6 \times 10^{-19}$ C
Velocidad de la luz en el vacío:	c	$= 3 \times 10^{8}$ m·s^{-1} .

(Pruebas de acceso a la Universidad – Madrid, septiembre 2014)

SOLUCIÓN:-

La función de trabajo del metal es la energía mínima que deben poseer los fotones de la radiación incidente para arrancar electrones. Con la ecuación de Planck relacionamos ϕ con la frecuencia umbral: ν_0, y, a su vez, relacionamos la frecuencia umbral-mínima, la velocidad de la luz y la longitud de onda umbral -máxima para producir efecto fotoeléctrico:

Recordando también la equivalencia del electronvoltio con el julio:

$$1\ eV = e \cdot 1V = 1{,}6\times10^{-19}\ C \times 1V = 1{,}6\times10^{-19}\ J$$

tenemos:

$$\phi = h\nu_0 = h\frac{c}{\lambda_0}\ ;\quad \text{despejando:}$$

Longitud de onda umbral para el cesio:

$$\lambda_0 = \frac{hc}{\phi} = \frac{6{,}62\times10^{-34}\times3\times10^{8}}{2{,}20\times1{,}6\times10^{-19}} = 5{,}64\times10^{-7}\ m$$ RESULTADO

Superada la función de trabajo, la ecuación de Einstein da la energía cinética máxima de los electrones emitidos por efecto fotoeléctrico:

$$E_{c,máx} = h\nu - \phi = h\frac{c}{\lambda} - \phi = \frac{1}{2} m_e v_{máx}^2$$

Despejando, obtenemos la velocidad máxima de los electrones emitidos:

$$v_{máx} = \sqrt{\frac{2}{m_e}\left(h\frac{c}{\lambda} - \phi\right)} =$$

$$= \sqrt{\frac{2}{9{,}1\times10^{-31}}\left[6{,}62\times10^{-34}\,\frac{3\times10^{8}}{3{,}90\times10^{-7}} - (2{,}20\times1{,}6\times10^{-19})\right]}$$

$$\boxed{v_{máx} = 5{,}88\times10^{5}\ m\,s^{-1} \text{ : RESULTADO}}$$

FÍSICA de 2º de BACHILLERATO **FÍSICA CUÁNTICA**

La longitud de onda umbral de la plata para el efecto fotoeléctrico es 262 nm.

a) Halle la función de trabajo de la plata (trabajo de extracción).

b) Sobre una lámina de plata incide radiación electromagnética monocromática de 175 nm. ¿Cuál es la velocidad máxima de los electrones emitidos por efecto fotoeléctrico?.

Datos: Velocidad de la luz en el vacío: $c = 3 \times 10^8\ m \cdot s^{-1}$
Masa del electrón: $m_e = 9{,}1 \times 10^{-31}\ kg$
Constante de Planck: $h = 6{,}62 \times 10^{-34}\ J \cdot s$.

(Pruebas de acceso a la Universidad – Madrid, modelo 2015)

SOLUCIÓN:-

La función de trabajo del metal es la energía mínima que deben poseer los fotones de la radiación incidente para arrancar electrones. Con la ecuación de Planck relacionamos ϕ con la frecuencia umbral: ν_0, y, a su vez, relacionamos la frecuencia umbral -mínima-, la velocidad de la luz y la longitud de onda umbral -máxima para producir efecto fotoeléctrico-.

Tenemos:

Función de trabajo: $\phi = h\nu_0 = h\frac{c}{\lambda_0} = 6{,}62\times10^{-34}\frac{3\times10^8}{2{,}62\times10^{-7}}$

La función de trabajo o trabajo de extracción de la plata vale:

$\phi = 7{,}58\times10^{-19}\ J$: RESULTADO

Superada la función de trabajo, la ecuación de Einstein da la energía cinética máxima de los electrones emitidos por efecto foto eléctrico:

$$E_{c,máx} = \frac{1}{2} m_e v_{máx}^2 = h\nu - \phi = h\frac{c}{\lambda} - \phi \quad .$$

Despejando, obtenemos la velocidad máxima de los electrones emitidos:

$$v_{máx} = \sqrt{\frac{2}{m_e}\left(h\frac{c}{\lambda} - \phi\right)} =$$

$$= \sqrt{\frac{2}{9{,}1\times10^{-31}}\left(6{,}62\times10^{-34}\times\frac{3\times10^{8}}{1{,}75\times10^{-7}} - 7{,}58\times10^{-19}\right)}$$

$$\boxed{v_{máx} = 9{,}10\times10^{5}\ m\cdot s^{-1} \quad : \text{RESULTADO}}$$

Sobre un metal, cuyo trabajo de extracción es de 1,6 eV, incide un rayo láser de 30 mW de potencia cuyos fotones tienen una longitud de onda de 633 nm. Determine:

a) La energía de los fotones incidentes y la energía cinética máxima de los electrones emitidos, en eV.

b) El número de fotones que, por segundo, incide sobre la muestra metálica.

Datos:

Velocidad de la luz en el vacío: $c = 3 \times 10^8\ m \cdot s^{-1}$

Constante de Planck: $h = 6{,}62 \times 10^{-34}\ J \cdot s$

Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1{,}6 \times 10^{-19}\ C$.

(Pruebas de acceso a la Universidad – Madrid, junio 2015 -Materias coincidentes-)

SOLUCIÓN:-

La ecuación de Planck, junto a la relación entre frecuencia, velocidad de la luz y longitud de onda, da la energía de los fotones incidentes sobre el metal:

$$E_{fotón} = h\nu = h\frac{c}{\lambda} = 6{,}62 \times 10^{-34}\ \frac{3 \times 10^8}{633 \times 10^{-9}} = 3{,}14 \times 10^{-19}\ J.$$

Recordando que un electronvoltio es la energía cinética adquirida por un electrón, inicialmente en reposo, tras ser acelerado por una diferencia de potencial eléctrico de un voltio, tenemos:

$$1\ eV = 1{,}6 \times 10^{-19} \times 1\ J = 1{,}6 \times 10^{-19}\ J.$$

La energía de los fotones incidentes vale:

$$E_{fotón} = \frac{3{,}14 \times 10^{-19}\ J}{1{,}6 \times 10^{-19}\ J \cdot eV^{-1}} = 1{,}96\ eV$$: RESULTADO

La ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico da la energía cinética máxima de los electrones emitidos desde la superficie del metal. Trabajando en eV:

$$E_{c,máx} = h\nu - \phi = 1{,}96 - 1{,}6\ eV = 0{,}36\ eV$$

RESULTADO

Dado que la energía de la radiación láser incidente se distribuye en fotones, tenemos:

$$E_{ent} = P \cdot t = n \cdot E_{fotón}$$

Para $t = 1s$, el número de fotones es:

$$n = \frac{P \cdot t}{E_{fotón}} = \frac{30 \times 10^{-3}\ W \times 1s}{3{,}14 \times 10^{-19}\ J} = 9{,}56 \times 10^{16}\ fotones$$

RESULTADO

FÍSICA de 2º de BACHILLERATO **FÍSICA CUÁNTICA**

Sobre un cierto metal, cuya función de trabajo (trabajo de extracción) es 1,3 eV, incide un haz de luz cuya longitud de onda es 662 nm. Calcule:

a) La energía cinética máxima de los electrones emitidos.

b) La longitud de onda de De Broglie de los electrones emitidos con la máxima energía cinética posible.

Datos:

Velocidad de la luz en el vacío:	c	$= 3 \times 10^{8}\ m \cdot s^{-1}$
Masa del electrón:	m_e	$= 9{,}1 \times 10^{-31}\ kg$
Constante de Planck:	h	$= 6{,}62 \times 10^{-34}\ J \cdot s$
Valor absoluto de la carga del electrón:	e	$= 1{,}6 \times 10^{-19}\ C$.

(Pruebas de acceso a la Universidad – Madrid, junio 2014)

SOLUCIÓN:-

Un electronvoltio es la energía que adquiere un electrón, partiendo del reposo, tras ser acelerado por una diferencia de potencial de un voltio:

$$1\,eV = |1e^-| \times 1V = 1{,}6 \times 10^{-19} \times 1 = 1{,}6 \times 10^{-19}\ J.$$

La función de trabajo, o trabajo de extracción de un metal: ϕ es la energía mínima que han de poseer los fotones de la radiación incidente sobre ese metal para arrancar electrones, mediante efecto fotoeléctrico; aquí:

$$\phi = 1{,}3\,eV = 1{,}3 \times 1{,}6 \times 10^{-19}\ J = 2{,}08 \times 10^{-19}\ J$$

La ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico, incluyendo la relación entre frecuencia, velocidad y longitud de onda de la radiación incidente, da la energía cinética máxima de los electrones emitidos:

$Ec\,máx = h\nu - \phi = h\frac{c}{\lambda} - \phi$; sustituyendo:

$$Ec\,máx = 6{,}62\times10^{-34}\,\frac{3\times10^{8}}{662\times10^{-9}} - 2{,}08\times10^{-19} = 9{,}2\times10^{-20}\ J$$

RESULTADO

A partir de esta energía cinética máxima calculamos la velocidad de estos fotoelectrones más rápidos:

$$Ec\,máx = \frac{1}{2}\,m_e \cdot V_{máx}^2$$

$$V_{máx} = \sqrt{\frac{2\cdot Ec\,máx}{m_e}} = \sqrt{\frac{2\times9{,}2\times10^{-20}}{9{,}1\times10^{-31}}} = 4{,}50\times10^{5}\,\frac{m}{s}$$

Entonces, la longitud de onda de De Broglie de estos fotoelectrones más rápidos vale, de acuerdo a la Teoría de la dualidad onda-corpúsculo:

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6{,}62\times10^{-34}}{9{,}1\times10^{-31}\times4{,}50\times10^{5}} = 1{,}62\times10^{-9}\ m$$

RESULTADO

FÍSICA de 2º de BACHILLERATO **FÍSICA CUÁNTICA**

El trabajo de extracción de un material metálico es 2,5 eV. Se ilumina con luz monocromática y la velocidad máxima de los electrones emitidos es de $1,5 \times 10^6$ m·s^{-1}. Determine:

a) La frecuencia de la luz incidente y la longitud de onda de De Broglie asociada a los electrones emitidos.

b) La longitud de onda con la que hay que iluminar el material metálico para que la energía cinética máxima de los electrones emitidos sea de 1,9 eV.

Datos:

Constante de Planck:	h	$= 6,63 \times 10^{-34}$ J·s
Valor absoluto de la carga del electrón:	e	$= 1,60 \times 10^{-19}$ C
Masa del electrón:	m_e	$= 9,11 \times 10^{-31}$ kg
Velocidad de la luz en el vacío:	c	$= 3 \times 10^8$ m·s^{-1} .

(Pruebas de acceso a la Universidad – Madrid, septiembre 2012)

SOLUCIÓN:-

El trabajo de extracción: ϕ es la energía mínima que ha de tener la radiación incidente para lograr arrancar electrones del metal. Recordando que un electronvoltio es:

$$1\,eV = e \cdot 1\,V = 1,60 \times 10^{-19} \times 1 = 1,60 \times 10^{-19}\,J \;;$$

tenemos: $\phi = 2,5\,eV = 2,5 \times 1,60 \times 10^{-19}\,J = 4 \times 10^{-19}\,J$.

De acuerdo a la ecuación de Einstein del efecto foto eléctrico:

$$E_{radiación} = h\nu = \phi + Ec_{e;máx} = \phi + \frac{1}{2} m_e v_{e,máx}^2$$

vemos que la frecuencia de la luz incidente vale:

$$\nu = \frac{\phi + \frac{1}{2} m_e v_{e,máx}^2}{h} = \frac{(4 \times 10^{-19}) + \frac{1}{2}(9,11 \times 10^{-31})(1,5 \times 10^6)^2}{6,63 \times 10^{-34}}$$

$$\boxed{\nu = 2,15 \times 10^{15}\ s^{-1} : \text{RESULTADO}}$$

Según la Teoría de De Broglie de la dualidad onda-corpúsculo, el electrón arrancado del metal lleva consigo una onda asociada cuya longitud de onda vale:

$$\lambda = \frac{h}{m_e v_e} \; ; \; \lambda_{mín} = \frac{h}{m_e v_{e,máx}} = \frac{6{,}63\times10^{-34}}{9{,}11\times10^{-31}\times 1{,}5\times10^{6}} \; m$$

$$\boxed{\lambda_{mín}(e^-) = 4{,}85\times10^{-10}\; m \; : \; \text{RESULTADO}}$$

Si queremos que la energía cinética máxima de los fotoelectrones sea ahora, en segundo lugar:

$$E_{c,e^-;máx} = 1{,}9\; eV = 1{,}9\; eV \times 1{,}60\times10^{-19}\; J\cdot eV^{-1} = 3{,}04\times10^{-19}\; J$$

la frecuencia de la radiación incidente debe valer:

$$\nu' = \frac{\phi + E_{c,e,máx}}{h} = \frac{(4\times10^{-19}) + (3{,}04\times10^{-19})}{6{,}63\times10^{-34}} = 1{,}06\times10^{15}\; s^{-1}.$$

Recordando la relación entre la velocidad de las ondas electromagnéticas en el vacío, la frecuencia y la longitud de onda de la radiación incidente en esta segunda experiencia encontramos esta última:

$$\boxed{\lambda' = \frac{c}{\nu'} = \frac{3\times10^{8}}{1{,}06\times10^{15}} = 2{,}83\times10^{-7}\; m \; : \; \text{RESULTADO}}$$

FÍSICA de 2º de BACHILLERATO **FÍSICA CUÁNTICA**

a) Determine la velocidad de un electrón para que su longitud de onda asociada sea la misma que la de un fotón de 1,3 eV.

b) ¿Cuál es la longitud de onda de dicho electrón?.

Datos:

Velocidad de la luz en el vacío:	c	$= 3 \times 10^{8}\ m \cdot s^{-1}$
Masa del electrón:	m_e	$= 9{,}1 \times 10^{-31}\ kg$
Constante de Planck:	h	$= 6{,}63 \times 10^{-34}\ J \cdot s$
Valor absoluto de la carga del electrón:	e	$= 1{,}6 \times 10^{-19}\ C$.

(Pruebas de acceso a la Universidad – Madrid, junio 2015 -Materias coincidentes-)

SOLUCIÓN:-

Podemos despejar la longitud de onda del fotón a partir de la relación de Planck, entre su energía y su frecuencia, y la relación entre esta última, la longitud de onda y la velocidad de la luz en el vacío.

Recordamos también que un electronvoltio es la energía cinética adquirida por un electrón, inicialmente en reposo, tras ser acelerado por una diferencia de potencial de un voltio.

Tenemos:

$$E_{fotón} = 1{,}3\,eV = 1{,}3 \times 1{,}60 \times 10^{-19} \times 1\ J = 2{,}08 \times 10^{-19}\ J$$

$$E_{fotón} = h\nu = h\frac{c}{\lambda}$$

$$\lambda_{fotón} = \frac{hc}{E} = \frac{6{,}63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^{8}}{2{,}08 \times 10^{-19}} = 9{,}56 \times 10^{-7}\ m.$$

Como $\lambda_{e^-} = \lambda_{fotón}$, queda:

$$\lambda_{e^-} = 9{,}56 \times 10^{-7}\ m \quad : \quad \text{RESULTADO}$$

La Teoría de De Broglie de la dualidad onda-corpúsculo establece que el electrón posee una onda asociada cuya longitud de onda vale:

$$\lambda_{e^-} = \frac{h}{m_{e^-} \cdot v_{e^-}}$$

Despejando, la velocidad del electrón queda:

$$v_{e^-} = \frac{h}{m_{e^-} \cdot \lambda_{e^-}} = \frac{6{,}63 \times 10^{-34}}{9{,}1 \times 10^{-31} \times 9{,}56 \times 10^{-7}} = 761{,}90 \ ms^{-1}$$

RESULTADO

FÍSICA de 2º de BACHILLERATO **FÍSICA CUÁNTICA**

Dos núcleos de deuterio (^2H) y tritio (^3H) reaccionan para producir un núcleo de helio (^4He) y un neutrón, liberando 17,55 MeV durante el proceso.

a) Suponiendo que el núcleo de helio se lleva en forma de energía cinética el 25 % de la energía liberada y que se comporta como una partícula no relativista, determine su velocidad y su longitud de onda de De Broglie.

b) Determine la longitud de onda de un fotón cuya energía fuese el 75 % de la energía liberada en la reacción anterior.

Datos:

Masa del núcleo de helio:	m_{He}	$= 6{,}62 \times 10^{-27}$ kg
Velocidad de la luz en el vacío:	c	$= 3 \times 10^{8}$ m·s^{-1}
Valor absoluto de la carga del electrón:	e	$= 1{,}6 \times 10^{-19}$ C
Constante de Planck:	h	$= 6{,}63 \times 10^{-34}$ J·s .

(Pruebas de acceso a la Universidad – Madrid, junio 2015)

SOLUCIÓN:-

La reacción nuclear producida es:

$$^2_1H + ^3_1H \rightarrow ^4_2He + ^1_0n + 17{,}55\ MeV \quad .$$

Recordando que un electronvoltio es la energía que posee un electrón tras ser acelerado, a partir del reposo, por una diferencia de potencial de un voltio, tenemos:

$$17{,}55\ MeV = 17{,}55 \times 10^6 \times e \times 1V = 17{,}55 \times 10^6 \times 1{,}6 \times 10^{-19} \times 1\ J$$

$$17{,}55\ MeV = 2{,}81 \times 10^{-12}\ J \quad .$$

La energía cinética del núcleo ^4_2He -comportándose como partícula no relativista- vale:

$$E_c = \frac{1}{2} m_{^4_2He} \cdot v^2 = \frac{25}{100} \times 2{,}81 \times 10^{-12} = 7{,}02 \times 10^{-13}\ J \quad ;$$

de donde despejamos su velocidad -valor numérico-:

$$v=\sqrt{\frac{2\cdot E_c}{m_{{}^4_2He}}}=\sqrt{\frac{2\times 7{,}02\times 10^{-13}}{6{,}62\times 10^{-27}}}=1{,}46\times 10^{7}\ \frac{m}{s}$$: RESULTADO

Según la Teoría de la dualidad onda-corpúsculo, de De Broglie, la longitud de la onda asociada al núcleo de ${}^4_2He$ en movimiento vale:

$$\lambda=\frac{h}{m_{{}^4_2He}\cdot v}=\frac{6{,}63\times 10^{-34}}{6{,}62\times 10^{-27}\times 1{,}46\times 10^{7}}=6{,}88\times 10^{-15}\ m$$: RESULTADO

La longitud de onda de un fotón, cuya energía es el 75 % de la energía liberada en la reacción nuclear, se puede determinar aplicando la ley de Planck, y la relación entre velocidad de propagación, longitud de onda y frecuencia de la onda:

$$E_{fotón}=h\nu=h\frac{c}{\lambda}$$

$$\lambda=\frac{hc}{E}=\frac{6{,}63\times 10^{-34}\times 3\times 10^{8}}{\frac{75}{100}\times 2{,}81\times 10^{-12}}=9{,}44\times 10^{-14}\ m$$: RESULTADO

FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO **FÍSICA CUÁNTICA**

Un metal tiene una frecuencia umbral de $4{,}5 \times 10^{14}$ Hz para el efecto fotoeléctrico.

a) Si el metal se ilumina con una radiación de 4×10^{-7} m de longitud de onda, ¿cuál será la energía cinética y la velocidad de los electrones emitidos?.

b) Si el metal se ilumina con otra radiación distinta de forma que los electrones emitidos tengan una energía cinética el doble que en el caso anterior, ¿cuál será la frecuencia de esta radiación?.

Datos:

Valor absoluto de la carga del electrón:	$e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C
Masa del electrón en reposo:	$m_e = 9{,}1 \times 10^{-31}$ kg
Constante de Planck:	$h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ Js
Velocidad de la luz en el vacío:	$c = 3 \times 10^{8}$ ms^{-1}.

(Pruebas de acceso a la Universidad – Madrid, septiembre 2003)

SOLUCIÓN:-

La frecuencia de la radiación cuya longitud de onda es: $\lambda = 4 \times 10^{-7}$ m vale:

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^{8}}{4 \times 10^{-7}} = 7{,}5 \times 10^{14}\ \text{Hz}$$

Al ser $\nu > \nu_0$ hay emisión de fotoelectrones, estando dada la energía cinética máxima de éstos por la relación de Einstein:

$$E_{c,máx} = h\nu - h\nu_0 = (6{,}63 \times 10^{-34})(7{,}5 \times 10^{14} - 4{,}5 \times 10^{14})$$

$$E_{c,máx} = 1{,}99 \times 10^{-19}\ \text{J} \quad : \text{RESULTADO}$$

A partir de esta energía cinética máxima calculamos la velocidad máxima de los foto-electrones emitidos:

$$E_{c,máx} = \frac{1}{2} m_{e^-} v_{máx}^2$$

$$v_{máx} = \sqrt{\frac{2E_{c,máx}}{m_{e^-}}} = \sqrt{\frac{2 \times 1{,}99 \times 10^{-19}}{9{,}1 \times 10^{-31}}} = 6{,}61 \times 10^5 \ m s^{-1}$$

RESULTADO

Para que se duplique la energía cinética máxima de los fotoelectrones habrá de aumentar la frecuencia de la radiación incidente, cuyo valor despejamos de la relación de Einstein:

$$E_{c,máx}' = h\nu' - h\nu_0$$

$$\nu' = \frac{E_{c,máx}' + h\nu_0}{h}$$

$$\nu' = \frac{2 \times 1{,}99 \times 10^{-19} + (6{,}63 \times 10^{-34})(4{,}5 \times 10^{14})}{6{,}63 \times 10^{-34}}$$

$$\nu' = 1{,}05 \times 10^{15} \ Hz \ : \ \text{RESULTADO}$$

FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO **FÍSICA CUÁNTICA**

Una radiación monocromática que tiene una longitud de onda en el vacío de 600 nm y una potencia de 0,54 W penetra en una célula fotoeléctrica de cátodo de cesio, cuyo trabajo de extracción es de 2,0 eV. Determine:

a) el número de fotones por segundo que viajan con la radiación;
b) la longitud de onda umbral del efecto fotoeléctrico para el cesio;
c) la energía cinética de los electrones emitidos;
d) la velocidad con que llegan los electrones al ánodo si se aplica una diferencia de potencial de 100 V.

Datos: Velocidad de la luz en el vacío: $c = 3 \times 10^8\ ms^{-1}$.
Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1{,}6 \times 10^{-19}\ C$.
Masa del electrón: $m_e = 9{,}1 \times 10^{-31}\ kg$.
Constante de Planck: $h = 6{,}63 \times 10^{-34}\ Js$.

(Pruebas de acceso a la Universidad – Madrid, junio 2000)

SOLUCIÓN:

Recordando la definición de potencia: $P = \frac{E}{t}$, la relación de Planck: $E = h\nu$ y la relación entre frecuencia y longitud de onda, en el vacío: $\nu = \frac{c}{\lambda}$, tenemos:

$E = Pt = nh\nu = nh\frac{c}{\lambda}$, de donde, para $t = 1s$:

$$n(\text{nº de fotones}) = \frac{Pt\lambda}{hc} = \frac{0{,}54 \times 1 \times 600 \times 10^{-9}}{6{,}63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8} = 1{,}63 \times 10^{18}\ \text{fotones}$$

RESULTADO

La longitud de onda umbral es la asociada con una energía igual al trabajo de extracción. Con las expresiones anteriores, queda:

$\phi = h\nu_0 = h\frac{c}{\lambda_0}$;

$$\lambda_0 = \frac{hc}{\phi} = \frac{6{,}63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{2{,}0\ eV \times 1{,}6 \times 10^{-19}\ J/eV} = 6{,}22 \times 10^{-7}\ m$$: RESULTADO

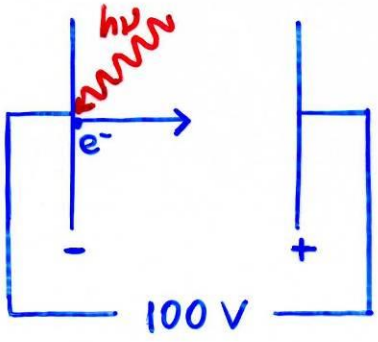
La energía cinética de los fotoelectrones varía entre 0 y un valor máximo, que corresponde al mayor aprovechamiento de la energía del fotón incidente, y vale:

$$E_{c\,máx} = h\nu - \phi = h\frac{c}{\lambda} - \phi = 6{,}63\times10^{-34}\,\frac{3\times10^{8}}{600\times10^{-9}} - (2{,}0\times1{,}6\times10^{-19})$$

$$E_{c\,máx} = 1{,}15\times10^{-20}\ \text{J}.$$

Por tanto: $\boxed{0 \leqslant E_c \leqslant 1{,}15\times10^{-20}\ \text{J}}$: RESULTADO

Entre el ánodo y el cátodo se aplica una diferencia de potencial de 100 V:



aplicando conservación de la energía total en el campo eléctrico, calculamos el incremento en la energía cinetica del fotoelectrón, y de ahí, su velocidad final:

$$\Delta E_c = -\Delta E_p = q(-\Delta V) = (-1{,}6\times10^{-19})\times(-100) = 1{,}60\times10^{-17}\ \text{J}$$

Para los fotoelectrones con $E_{c_i} = E_{c\,mín} = 0$:

$$E_{c_f} = E_{c_i} + \Delta E_c = 0 + 1{,}60\times10^{-17} = 1{,}60\times10^{-17} = \frac{1}{2}mv_f^2$$

$$v_f = \sqrt{\frac{2\times1{,}60\times10^{-17}}{9{,}1\times10^{-31}}} = 5{,}93\times10^{6}\ \text{m s}^{-1}$$

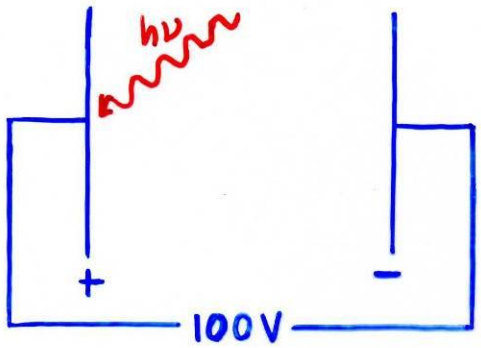
Para los fotoelectrones con $E_{c_i} = E_{c\,máx} = 1{,}15\times10^{-20}$ J:

$$E_{c_f} = E_{c_i} + \Delta E_c = 1{,}15\times10^{-20} + 1{,}60\times10^{-17} \approx 1{,}60\times10^{-17}\ \text{J} = \frac{1}{2}mv_f^2;$$

luego: $\boxed{v_f \simeq 5{,}93\times10^{6}\ \text{m s}^{-1}}$: RESULTADO

NOTA:

Aunque el enunciado no lo especifica, hemos supuesto que la diferencia de potencial de 100V se aplica en directa, ya que si se aplicase en inversa, no llegarían electrones a la placa opuesta, al ser -en valor absoluto- la diferencia de potencial aplicada superior al potencial de frenado. En efecto, calculemos éste:



por conservación de la energía total:

$$\Delta E_c = -\Delta E_p \; ; \quad 0 - E_{c\,máx,i} = q(-\Delta V_{frenado})$$

$$\Delta V_{frenado} = \frac{E_{c\,máx,i}}{q} = \frac{1{,}15\times10^{-20}}{-1{,}6\times10^{-19}} = -7{,}19\times10^{-2}\,V.$$

Dado que $|\Delta V| = |-100\,V| = 100\,V > |-7{,}19\times10^{-2}\,V| = |\Delta V_{frenado}|$ los fotoelectrones no podrían llegar a la placa opuesta.

FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO **FÍSICA CUÁNTICA**

El cátodo de una célula fotoeléctrica es iluminado con una radiación electromagnética de longitud de onda λ. La energía de extracción para un electrón del cátodo es 2,2 eV, siendo preciso establecer entre el cátodo y el ánodo una tensión de 0,4 V para anular la corriente fotoeléctrica. Calcular:

a) La velocidad máxima de los electrones emitidos.

b) Los valores de la longitud de onda de la radiación empleada λ y la longitud de onda umbral λ_o.

Datos: Masa del electrón: $m_e = 9{,}109 \times 10^{-31}$ kg.
Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C.
Velocidad de la luz en el vacío: $c = 3 \times 10^{8}$ ms^{-1}.
Constante de Planck: $h = 6{,}626 \times 10^{-34}$ Js.

(Pruebas de acceso a la Universidad – Madrid, modelo 1999)

SOLUCIÓN:

La frecuencia umbral: $\nu_o = \frac{c}{\lambda_o}$ corresponde a un fotón cuya energía $h\nu_o$ es justamente el trabajo de extracción: ϕ; por consiguiente:

$$\phi = h\nu_o = h\frac{c}{\lambda_o}\ ;\quad \boxed{\lambda_o = \frac{hc}{\phi} = \frac{6{,}626\times10^{-34}\,\text{Js}\times 3\times10^{8}\,\text{ms}^{-1}}{2{,}2\,\text{eV}\times 1{,}6\times10^{-19}\,\text{J/eV}} = 5{,}65\times10^{-7}\,\text{m}}\ \text{: RESULTADO}$$

La energía cinética máxima de los fotoelectrones es anulada con la energía potencial eléctrica debida al potencial de detención, por lo que:

$$E_{c\,máx} = \frac{1}{2}m_e v_{máx}^2 = q_e\,\Delta V\ ;\ \text{despejando } v_{máx}:$$

$$\boxed{v_{máx} = \sqrt{\frac{2\,q_e\,\Delta V}{m_e}} = \sqrt{\frac{2(-1{,}6\times10^{-19})(-0{,}4)}{9{,}109\times10^{-31}}} = 3{,}75\times10^{5}\,\text{ms}^{-1}}\ \text{: RESULTADO}$$

La ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico es:

$$h\nu = h\frac{c}{\lambda} = \phi + E_{c\,máx} = h\frac{c}{\lambda_o} + q_e\,\Delta V\ ;\ \text{de donde:}$$

$$\boxed{\lambda = \frac{hc}{\phi + q_e\,\Delta V} = \frac{6{,}626\times10^{-34}\times 3\times10^{8}}{(2{,}2\,\text{eV}\times 1{,}6\times10^{-19}\,\text{J/eV}) + (-1{,}60\times10^{-19})(-0{,}4)} = 4{,}78\times10^{-7}\,\text{m}}\ \text{: RESULTADO}$$

FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO **FÍSICA CUÁNTICA**

Al iluminar un metal con luz de frecuencia: $2{,}5 \times 10^{15}$ Hz se observa que emite electrones que pueden detenerse al aplicar un potencial de frenado de 7,2 V. Si la luz que se emplea con el mismo fin es de longitud de onda en el vacío: $1{,}78 \times 10^{-7}$ m, dicho potencial pasa a ser de 3,8 V. Determine:

a) el valor de la constante de Planck;

b) la función de trabajo (ó trabajo de extracción) del metal.

Datos: Velocidad de la luz en el vacío: $c = 3 \times 10^{8}\ \text{ms}^{-1}$

Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C.

(Pruebas de acceso a la Universidad – Madrid, modelo 2001)

SOLUCIÓN:

La frecuencia de la segunda luz es, en función de su velocidad de propagación en el vacío y su longitud de onda:

$$\nu_2 = \frac{c}{\lambda_2} = \frac{3 \times 10^8}{1{,}78 \times 10^{-7}} = 1{,}69 \times 10^{15}\ \text{Hz}.$$

De acuerdo a la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico, cuando un metal cuya función de trabajo es ϕ es iluminado con luz de frecuencia ν ($\nu > \nu_0$), la energía cinética máxima de los fotoelectrones emitidos está dada por:

$$E_{c\,máx} = h\nu - \phi \quad ;$$

esta energía cinética máxima puede anularse aplicando una diferencia de potencial -de frenado-: ΔV en inversa que, según la conservación de la energía en un campo eléctrico es:

$$\Delta E_c + \Delta E_p = 0;\ (0 - E_{c\,máx}) + q_e \Delta V = 0;\ E_{c\,máx} = q_e \Delta V\ .$$

Combinando las dos últimas expresiones tenemos:

$$q_e \Delta V = h\nu - \phi \quad .$$

Si consideramos las dos situaciones que presenta el enunciado, podemos plantear este sistema de dos ecuaciones:

$$\begin{cases} q_e (\Delta V)_1 = h\nu_1 - \phi \\ q_e (\Delta V)_2 = h\nu_2 - \phi \end{cases} ;$$

sustituyendo, queda:

$$\begin{cases} (-1{,}6\times10^{-19})(-7{,}2) = 1{,}15\times10^{-18} = h\times2{,}5\times10^{15} - \phi \\ (-1{,}6\times10^{-19})(-3{,}8) = 6{,}08\times10^{-19} = h\times1{,}69\times10^{15} - \phi \end{cases} ;$$

la solución a dicho sistema es:

Constante de Planck: $h = 6{,}68\times10^{-34}$ Js

Función de trabajo: $\phi = 5{,}18\times10^{-19}$ J

RESULTADOS

FÍSICA de 2º de BACHILLERATO **FÍSICA CUÁNTICA**

Al iluminar un metal con luz de frecuencia $2{,}5 \times 10^{15}$ Hz se observa que emite electrones que pueden detenerse al aplicar un potencial de frenado de 7,2 V. Si la luz que se emplea con el mismo fin es de longitud de onda en el vacío $1{,}8 \times 10^{-7}$ m, dicho potencial pasa a ser de 3,8 V. Determine:

a) el valor de la constante de Planck;

b) el trabajo de extracción del metal.

Datos: Velocidad de la luz en el vacío: $c = 3{,}00 \times 10^{8}\ m \cdot s^{-1}$

Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1{,}6 \times 10^{-19}\ C$.

(Pruebas de acceso a la Universidad – Madrid, septiembre 2011)

SOLUCIÓN:-

La frecuencia de la segunda luz es, en función de su velocidad de propagación en el vacío y su longitud de onda:

$$\nu_2 = \frac{c}{\lambda_2} = \frac{3{,}00 \times 10^{8}}{1{,}8 \times 10^{-7}} = 1{,}7 \times 10^{15}\ Hz.$$

De acuerdo a la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico, cuando un metal cuyo trabajo de extracción es ϕ es iluminado con luz de frecuencia ν ($\nu > \nu_0$) la energía cinética máxima de los fotoelectrones emitidos está dada por:

$$E_{c,máx} = h\nu - \phi \ ;$$

esta energía cinética máxima puede anularse aplicando una diferencia de potencial -de frenado-: ΔV en inversa que, según la conservación de la energía en un campo eléctrico:

$\Delta E_c + \Delta E_p = 0$; $(0 - E_{c,máx}) + q_e \Delta V = 0$; $E_{c,máx} = q_e \Delta V$.

Combinando las dos últimas expresiones tenemos:

$$q_e \Delta V = h\nu - \phi \quad .$$

Si consideramos las dos situaciones que presenta el enunciado, podemos plantear este sistema de dos ecuaciones:

$$\begin{cases} q_e (\Delta V)_1 = h\nu_1 - \phi \\ q_e (\Delta V)_2 = h\nu_2 - \phi \end{cases} ;$$

sustituyendo, queda:

$$\begin{cases} (-1{,}6\times10^{-19})(-7{,}2) = h(2{,}5\times10^{15}) - \phi \\ (-1{,}6\times10^{-19})(-3{,}8) = h(1{,}7\times10^{15}) - \phi \end{cases} .$$

La solución a dicho sistema es:

Constante de Planck: $h = 6{,}53\times10^{-34}$ Js

Trabajo de extracción: $\phi = 4{,}80\times10^{-19}$ J

RESULTADOS

FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO **FÍSICA CUÁNTICA**

Los fotoelectrones expulsados de la superficie de un metal por una luz de 400 nm de longitud de onda en el vacío son frenados por una diferencia de potencial de 0,8 V.

a) Determine la función de trabajo del metal.

b) ¿Qué diferencia de potencial se requiere para frenar los electrones expulsados de dicho metal por una luz de 300 nm de longitud de onda en el vacío?.

Datos:

Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C

Constante de Planck: $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ Js

Velocidad de la luz en el vacío: $c = 3 \times 10^{8}$ ms^{-1}.

(Pruebas de acceso a la Universidad – Madrid, septiembre 2002)

SOLUCIÓN:

Al iluminar la superficie del metal con una luz de frecuencia: $\nu = \frac{c}{\lambda}$ -superior a la frecuencia umbral- se emiten fotoelectrones con una energía cinética cuyo valor máximo está dado por la teoría de Einstein:

$$E_{c,máx} = h\nu - \phi = h\frac{c}{\lambda} - \phi \ ,$$

donde ϕ es la función de trabajo del metal.

Si se aplica una diferencia de potencial en inversa los electrones pueden ser frenados y detenidos, y recordando la conservación de la energía en el campo eléctrico resulta:

$$\Delta E_c + \Delta E_p = 0; \quad E_{c\,máx} + eV_i = 0 + eV_f ; \quad E_{c,máx} = e\Delta V$$

Tenemos entonces:

a) Para luz de: $\lambda_1 = 400\,nm = 400\times10^{-9}\,m = 4\times10^{-7}\,m$:

$$e\Delta V_1 = h\frac{c}{\lambda_1} - \phi \;;\; \text{despejando:}$$

$$\phi = h\frac{c}{\lambda_1} - e\Delta V_1 = 6{,}63\times10^{-34}\,\frac{3\times10^{8}}{4\times10^{-7}} - (-1{,}6\times10^{-19})(-0{,}8)$$

$$\boxed{\phi = 3{,}69\times10^{-19}\,J \;:\; \text{RESULTADO}}$$

NOTA: el potencial de detención es negativo al estar aplicado en inversa.

b) Para luz de: $\lambda_2 = 300\,nm = 300\times10^{-9}\,m = 3\times10^{-7}\,m$:

$$\boxed{\Delta V_2 = \frac{h\frac{c}{\lambda_2} - \phi}{e} = \frac{6{,}63\times10^{-34}\,\frac{3\times10^{8}}{3\times10^{-7}} - 3{,}69\times10^{-19}}{-1{,}6\times10^{-19}} = -1{,}84\,V}$$

RESULTADO

FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO **FÍSICA CUÁNTICA**

Si se ilumina con luz de $\lambda = 300$ nm la superficie de un material fotoeléctrico, el potencial de frenado vale 1,2 V. El potencial de frenado se reduce a 0,6 V por oxidación del material. Determine:

a) La variación de la energía cinética máxima de los electrones emitidos.

b) La variación de la función de trabajo del material y de la frecuencia umbral.

Datos: Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C
Velocidad de la luz en el vacío: $c = 3 \times 10^{8}$ ms^{-1}
Constante de Planck: $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ Js.

(Pruebas de acceso a la Universidad – Madrid, septiembre 1999)

SOLUCIÓN:

La energía cinética máxima de los fotoelectrones es anulada con la energía potencial eléctrica debida al potencial de frenado, es decir: $E_{c\,máx} = q_e \Delta V$

Entonces:

$$\Delta E_{c\,máx} = E_{c\,máx\,f} - E_{c\,máx\,i} = q_e(\Delta V_f - \Delta V_i) =$$

$$= (-1{,}6\times10^{-19})[(-0{,}6)-(-1{,}2)] = -9{,}6\times10^{-20}\,J = -0{,}6\,eV$$

La energía cinética máxima se reduce $9{,}6\times10^{-20}$ J: RESULTADO

De la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico despejamos la función de trabajo: ϕ:

$$h\nu = h\frac{c}{\lambda} = \phi + E_{c\,máx}\ ;\quad \phi = h\frac{c}{\lambda} - E_{c\,máx}\ ;\ \text{luego:}$$

$$\Delta\phi = \Delta\left(h\frac{c}{\lambda} - E_{c\,máx}\right) = \Delta\left(h\frac{c}{\lambda}\right) - \Delta E_{c\,máx} = -\Delta E_{c\,máx}\ ;\ \text{es decir:}$$

$\Delta\phi = +9{,}60\times10^{-20}$ J $= 0{,}6$ eV – un aumento de $9{,}6\times10^{-20}$ J –: RESULTADO

Recordando que la función de trabajo y la frecuencia umbral: ν_0 están relacionadas por: $\phi = h\nu_0$, queda:

$$\Delta\phi = \Delta(h\nu_0) = h(\Delta\nu_0);\quad \Delta\nu_0 = \frac{\Delta\phi}{h} = \frac{9{,}6\times10^{-20}}{6{,}63\times10^{-34}} = 1{,}45\times10^{14}\,s^{-1}$$ **: RESULTADO**

FÍSICA de 2º de BACHILLERATO **FÍSICA CUÁNTICA**

Un protón se encuentra situado en el origen de coordenadas en el plano XY. Un electrón, inicialmente en reposo, está situado en el punto (2,0). Por efecto del campo eléctrico creado por el protón (supuesto inmóvil) el electrón se acelera. Estando las coordenadas expresadas en μm, calcule:

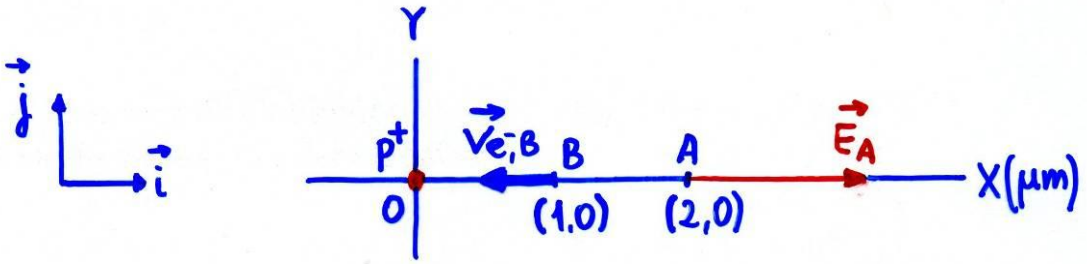
a) el campo eléctrico y el potencial creados por el protón en el punto (2,0);
b) la energía cinética del electrón cuando se encuentra en el punto (1,0);
c) la velocidad y el momento lineal del electrón en la posición (1,0), y
d) la longitud de onda de De Broglie asociada al electrón en el punto (1,0).

Datos:

Constante de la Ley de Coulomb:	K_0	$= 9 \times 10^9\ N \cdot m^2 \cdot C^{-2}$
Valor absoluto de la carga del electrón:	e	$= 1{,}6 \times 10^{-19}\ C$
Masa del electrón:	m_e	$= 9{,}1 \times 10^{-31}\ kg$
Constante de Planck	h	$= 6{,}63 \times 10^{-34}\ J \cdot s$.

(Pruebas de acceso a la Universidad – Madrid, junio 2003)

SOLUCIÓN:-



Aplicando sus respectivas expresiones, que se deducen de la Ley de Coulomb, calculamos la intensidad del campo eléctrico en el punto A(2,0) y los potenciales en los puntos A(2,0) y B(1,0), todos ellos debidos al protón que se halla en el origen de coordenadas:

Intensidad del campo eléctrico en A(2,0):

$$E_A = K_0 \frac{q}{r_A^2} = 9\times10^9 \frac{1,6\times10^{-19}}{(2\times10^{-6})^2} = 360\ NC^{-1}\ .$$

Teniendo en cuenta que el protón - carga positiva - da lugar a campos eléctricos repulsivos, el vector intensidad del campo eléctrico pedido es:

$$\vec{E}_A = 360\ \vec{i}\ (NC^{-1})\ :\ \text{RESULTADO}$$

Potencial en el punto A (2,0):

$$V_A = K_0 \frac{q}{r_A} = 9\times10^9 \frac{1,6\times10^{-19}}{2\times10^{-6}} = 7,2\times10^{-4}\ V\ :\ \text{RESULTADO}$$

Potencial en el punto B (1,0):

$$V_B = K_0 \frac{q}{r_B} = 9\times10^9 \frac{1,6\times10^{-19}}{10^{-6}} = 1,4\times10^{-3}\ V$$

Dado que el campo eléctrico es conservativo, aplicando el Principio de conservación de la energía mecánica al movimiento del electrón entre los puntos A y B obtenemos su energía cinética en este último:

$$E_{C_A} + E_{P_A} = E_{C_B} + E_{P_B}\ ;\quad E_{C_B} = E_{P_A} - E_{P_B}\quad (E_{C_A} = 0)$$

$$E_{C_B} = q_{e^-}(V_A - V_B) = -1,6\times10^{-19}\left[(7,2\times10^{-4}) - (1,4\times10^{-3})\right]$$

$$E_{C_B} = 1,15\times10^{-22}\ J\ :\ \text{RESULTADO}$$

A partir de esta energía cinética despejamos la velocidad del electrón en B (1,0):

$$Ec_B = \frac{1}{2} m v_B^2 \; ; \; v_B = \sqrt{\frac{2Ec_B}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 1{,}15 \times 10^{-22}}{9{,}1 \times 10^{-31}}} = 1{,}59 \times 10^4 \; ms^{-1}$$

y vectorialmente, a partir de la figura:

$$\vec{v}_B = -1{,}59 \times 10^4 \, \vec{i} \; (ms^{-1}) \; : \text{RESULTADO}$$

El momento lineal del electrón en ese mismo punto vale:

$$\vec{p}_B = m\vec{v}_B = (9{,}1 \times 10^{-31})(-1{,}59 \times 10^4 \, \vec{i}) = -1{,}45 \times 10^{-26} \, \vec{i} \; (kgms^{-1})$$

RESULTADO

Por último, de acuerdo a la teoría de la dualidad onda-corpúsculo de L. De Broglie, el electrón con este momento lineal tiene asociada una onda cuya longitud de onda vale:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6{,}63 \times 10^{-34}}{1{,}45 \times 10^{-26}} = 4{,}58 \times 10^{-8} \; m \; : \text{RESULTADO}$$

FÍSICA de 2º de BACHILLERATO **FÍSICA CUÁNTICA**

Una partícula de carga: $+e$ y masa : $2{,}32 \times 10^{-23}$ g se mueve con velocidad constante: $\vec{v} = 10^5\ \vec{i}$ $(m \cdot s^{-1})$ a lo largo del eje X, desde valores negativos del mismo. Al llegar a x = 0, por efecto del campo magnético uniforme: $\vec{B} = 0{,}6\ \vec{k}$ (T) en la región: $x \geq 0$, la partícula describe media circunferencia y sale de la región de campo magnético en sentido opuesto al de entrada.

a) Haciendo uso de la Segunda Ley de Newton, calcule la distancia entre los puntos de entrada y salida de la partícula de la región de campo magnético. Realice un dibujo del fenómeno.

b) Determine el tiempo que tardará la partícula en salir de la región con campo magnético.

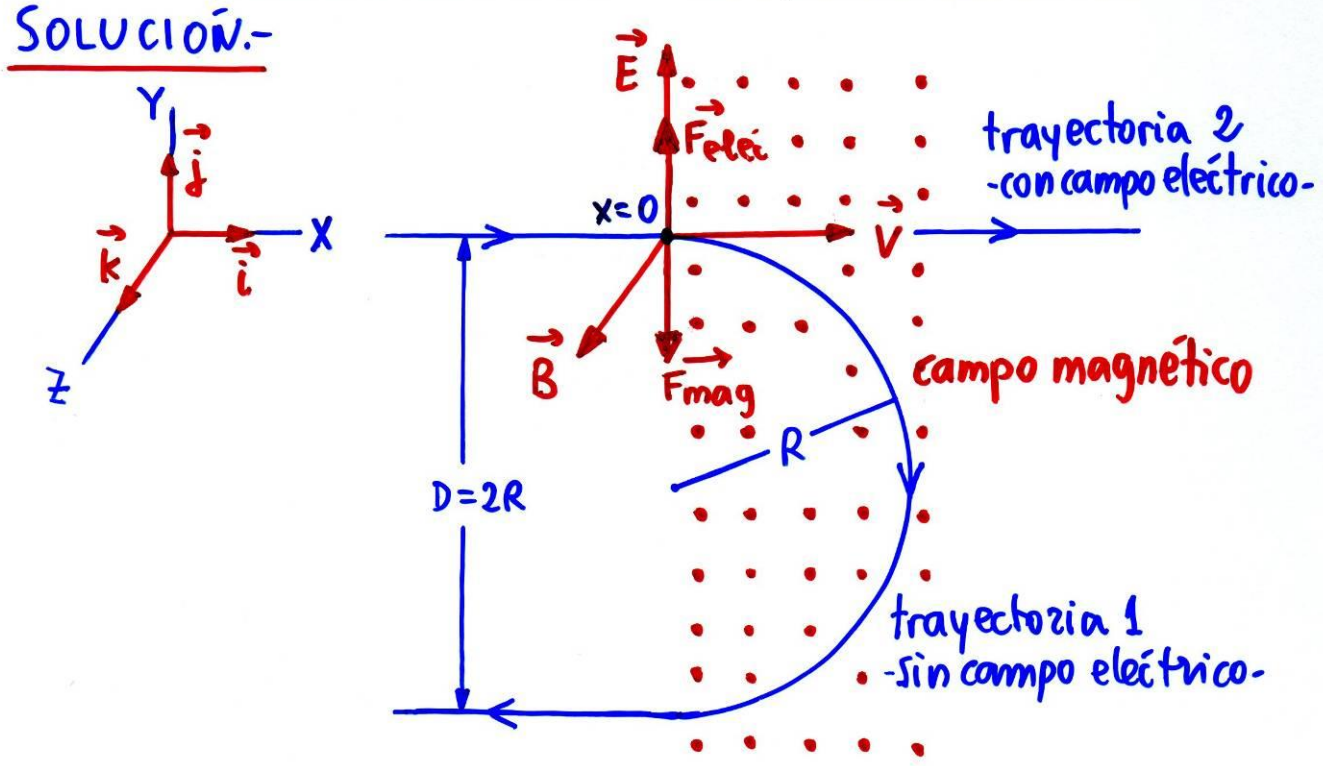
c) Halle el campo eléctrico que habría que aplicar a partir de: x = 0 para que al llegar a ese punto la partícula no viese alterada su velocidad.

d) Obtenga el valor de la longitud de onda de De Broglie asociada a la partícula.

Datos: Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C
Constante de Planck $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J·s.

(Pruebas de acceso a la Universidad – Madrid, junio 2010 -Materias coincidentes-)

SOLUCIÓN.-



Al penetrar la carga en el campo magnético describe un movimiento circular uniforme al ser la fuerza magnética una fuerza centrípeta. Igualando ambas queda:

$$\vec{F}_{mag} = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

$$F_{mag} = qvB = F_{cpta} = m\frac{v^2}{R} \quad ;$$

despejando de aquí el radio de la circunferencia tenemos:

$$R = \frac{mv}{qB} = \frac{2{,}32 \times 10^{-26} \times 10^5}{1{,}6 \times 10^{-19} \times 0{,}6} = 2{,}42 \times 10^{-2}\ m.$$

En la figura anterior comprobamos que la distancia entre los puntos de entrada y salida de la partícula de la región donde está establecido el campo magnético es el diámetro de la semicircunferencia descrita, es decir:

$$D = 2R = 2 \times 2{,}42 \times 10^{-2} = 4{,}83 \times 10^{-2}\ m \ : \text{RESULTADO}$$

La fuerza magnética -centrípeta- no afecta al módulo de la velocidad lineal de la partícula en el campo magnético. Dado que en éste la partícula cargada describe media circunferencia, el tiempo que permanece la partícula en el campo magnético vale:

$$t = \frac{\pi R}{v} = \frac{\pi \times 2{,}42 \times 10^{-2}}{10^5} = 7{,}59 \times 10^{-7}\ s \ : \text{RESULTADO}$$

Si queremos que la partícula cargada penetre en el campo magnético y su vector velocidad permanezca constante -movimiento rectilíneo uniforme- hemos de contrarrestar la fuerza magnética con otra fuerza eléctrica igual y de sentido contrario. Recordando el valor de esta última, tenemos:

$$\vec{F}_{mag} = q(\vec{v} \times \vec{B}) = -evB\,\vec{j}$$

$$\vec{F}_{eléc} = q\vec{E} = -\vec{F}_{mag} = e\vec{E} = evB\,\vec{j} \quad ;$$

de aquí encontramos que la intensidad del campo eléctrico vale:

$$\vec{E} = vB\,\vec{j} = 10^5 \times 0{,}6\,\vec{j} = 6 \times 10^4\,\vec{j}\ (N \cdot C^{-1}) : \text{RESULTADO}$$

De este modo: $\vec{F}_{total} = \vec{F}_{eléc} + \vec{F}_{mag} = 0$ y, según la ley de inercia, el movimiento de la partícula es rectilíneo uniforme.

Finalmente, el valor de la longitud de onda asociada a la partícula en movimiento vale, de acuerdo a la Teoría de la dualidad onda-corpúsculo de De Broglie:

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6{,}63 \times 10^{-34}}{2{,}32 \times 10^{-26} \times 10^5} = 2{,}86 \times 10^{-13}\ m : \text{RESULTADO}$$