

EXAMEN PCE SEPTIEMBRE 2022

1. Una matriz contiene un total de 48 coeficientes. Entonces:
 - a. Su número de columnas puede ser 18.
 - b. Su número de filas puede ser 16.
 - c. Ninguna de las anteriores.

2. Para todo par A, B de matrices cuadradas tales que $A \cdot B$ es ortogonal (una matriz es ortogonal si multiplicada por su traspuesta da la identidad), se cumple que:
 - a. A y B son ortogonales.
 - b. Si A es ortogonal, también B es ortogonal.
 - c. Ninguna de las anteriores.

3. Toda A matriz real cuadrada tal que $A^2 = A$, cumple que:
 - a. $\det(A) > 0$.
 - b. Si A es regular, $A = I$ (la matriz identidad).
 - c. Ninguna de las anteriores.

4. Si el sistema
$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$
es compatible indeterminado, entonces, el sistema
$$\begin{cases} ax + cy = b \\ a'x + c'y = b' \end{cases}$$
 - a. También es compatible, pero puede que indeterminado.
 - b. Es compatible indeterminado.
 - c. Ninguna de las anteriores.

5. Para todas A matriz real de dimensión 3×1 y B matriz real de dimensión 1×3 , se cumple que:
 - a. $\text{Rango}(A \cdot B) \geq 2$.
 - b. $\text{Rango}(A \cdot B) \leq 1$.
 - c. Ninguna de las anteriores.

6. Para todo par u y v de vectores unitarios, se cumple que:
 - a. $\|u - v\| \geq 1$.
 - b. El producto escalar $(u+v) \cdot (u-v) = 0$.
 - c. Ninguna de las anteriores.

7. La distancia del punto $(2,1,3)$ a la recta $a = 2b = 3z$ es:

- a. Mayor que 1
- b. Menor que 1
- c. Ninguna de las otras dos

8. Si $Ax + By + Cz + D = 0$ es la ecuación del plano que pasa por el punto $(2,0,3)$ y contiene a la recta $\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-2}{3}$ entonces:

- a. $A \cdot B \cdot C \cdot D > 0$.
- b. $A \cdot B \cdot C \cdot D < 0$.
- c. Ninguna de las otras dos.

9. El límite $L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x \ln x - x + 1}{(x-1) \ln x}$:

- a. Tiene un valor L comprendido entre $(1/2, 3/2)$.
- b. Tiene un valor L comprendido entre $(0, 1/2)$.
- c. Ninguna de las otras dos.

10. Para cada $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ función continua en $[a, b]$ y derivable en (a, b) , se cumple que:

- a. Existe $\theta \in (a, b)$ tal que $f(b) = f'(b)(b - a)$.
- b. Existe $\theta \in (a, b)$ tal que $f(b) = f(a) + f'(\theta)(b - a)$.
- c. Ninguna de las otras dos.

11. La derivada de la función $F(x) = \int_3^x \sqrt{e^t - 1} dt$ es:

- a. $F'(x) = e^x \sqrt{e^x - 1}$.
- b. $F'(x) = \sqrt{e^x - 1}$.
- c. Ninguna de las dos.

12. Un dado no truco se lanza dos veces. ¿Cuál es la probabilidad p de sacar un 2 en la primera tirada y no sacar el 4 en la segunda?

- a. $0, 1 < p < 0,15$.
- b. $0, 15 < p < 0,2$. Ninguna
- c. de las otras dos.

13. Al cruzar rosas blancas con rosas blancas se obtienen rosas rojas el 25% de las veces. Se cruzan 5 pares de rosas rojas y blancas para obtener 5 brotes. La probabilidad p de que no haya flores rojas entre los brotes cumple:

- a. $0,2 \leq p \leq 0,3$.

- b. $0,3 < p < 0,4$.
- c. Ninguna de las otras dos.

14. Una ruleta tiene 38 casillas (18 rojas, 18 negras y 2 verdes). Si se juega 5 veces, apostando siempre al rojo, el número n de veces que se esperaría ganar, cumple:

- a. $2 \leq n \leq 3$.
- b. $1 \leq n \leq 2$.
- c. Ninguna de las otras dos.

15. La cantidad N de números impares que se pueden formar con tres dígitos tomados del conjunto $\{5, 6, 7, 8, 9\}$

- a. $70 \leq N \leq 80$.
- b. $60 < N < 70$.
- c. Ninguna de las otras dos.

Opción 1_ PROBLEMAS

1. Estudiar la posición relativa de las rectas

$$r: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = a \\ z = -1 + 2t \end{cases} \quad y \quad s: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -t \\ z = 1 + t \end{cases}$$

según los valores de a .

2. Hallar el dominio, asíntotas, intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función

$$f(x) = \frac{1}{x^2 - 4}$$

Opción 2_ PROBLEMAS

3. Hallar las matrices A y B que verifican:

$$3A + 2B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 3 & 19 \end{pmatrix}, A - B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -4 & -2 \end{pmatrix}$$

4. Calcule la siguiente integral:

$$\int \frac{x}{\sqrt{(x+1)}} dx$$