Instrucciones

El examen tiene dos partes y cada parte se valora con un máximo de 5 puntos:

- PRIMERA PARTE, 10 cuestiones tipo test de opción múltiple.
- SEGUNDA PARTE, 2 problemas.

Se permite el uso de calculadora no programable. No se permite el uso de ningún otro tipo de material ni impreso ni digital.

Vectores: Las magnitudes vectoriales se escribirán con una flecha en su parte superior (por ejemplo: velocidad, $\vec{v}$).

Decimales: En el enunciado en español se indican con una coma en la parte inferior (ejemplo: $3{,}14$) en la traducción al inglés, se denotan con un punto (ejemplo: 3.14). Ambas notaciones (punto o coma para los decimales) se considerarán válidas en las respuestas de los alumnos.

PRIMERA PARTE **CUESTIONES TIPO TEST**

Valoración de las cuestiones tipo test. Cada cuestión respondida correctamente suma 0,5 puntos. Cada fallo resta 0,2 puntos. Las cuestiones no contestadas no suman ni restan.

Solamente se corregirán las respuestas marcadas en la hoja de lectura óptica. No deben entregarse soluciones detalladas de las cuestiones de test.

1. En el Sistema Internacional de Unidades, la constante k en la ley de Coulomb se toma como $k = b\, c^2$ siendo c la velocidad de la luz en el vacío y b una constante igual a 10^{-7}. Las unidades de b son

a) $m^{-2}\ s^{-2}$
b) $kg\ m\ C^{-2}$
c) $N\ m^{-2}\ s^{-2}$

2. Los radios de dos planetas son r_1 y r_2 mientras que sus densidades medias son ρ_1 y ρ_2. El cociente entre las aceleraciones debidas a la gravedad en la superficie de cada planeta, g_1/g_2 es

a) $\rho_1 r_1^2/\rho_2 r_2^2$.
b) $\rho_1 r_2^2/\rho_2 r_1^2$.
c) $\rho_1 r_1/\rho_2 r_2$.

3. La carga eléctrica neta de un material que contiene $1{,}25 \cdot 10^{12}$ iones de Magnesio (Mg^{2+}) y $4{,}5 \cdot 10^{13}$ electrones es (nótese que la carga del protón es $q = 1{,}60\ \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}$)

a) $-3{,}2 \cdot 10^{-6}$ C
b) $-5{,}2 \cdot 10^{-6}$ C
c) $-6{,}8 \cdot 10^{-6}$ C

4. En el campo eléctrico creado por una esfera con una densidad de carga positiva uniforme, el potencial eléctrico a una distancia R del centro de la esfera (con R mayor que el radio de la esfera)

a) es independiente de la distancia R.
b) aumenta con la distancia R.
c) disminuye con la distancia R.

5. Dos cargas ($q_1 = 3q$, y $q_2 = -q$) están fijas y separadas una distancia $D = 4$ mm. El voltaje eléctrico generado por estas cargas se anula en un punto entre las dos cargas a una distancia d de la carga q_1, siendo

a) $d = 1$ mm
b) $d = 2$ mm
c) $d = 3$ mm

6. El voltaje V debido a una carga puntual q es V_1 a una distancia r_1 de la carga. Entonces, a una distancia $r_2 = 2\, r_1$, el voltaje V_2 es

a) $V_2 = V_1/2$
b) $V_2 = V_1/4$
c) $V_2 = V_1/\sqrt{2}$

7. La fuerza magnética sobre una partícula cargada que se mueve en un campo magnético

a) está alineada con el campo magnético.
b) está alineada con la velocidad de la partícula.
c) es perpendicular al campo magnético.

8. Dados dos conductores rectilíneos indefinidos y paralelos, alineados con el eje z, con corrientes en direcciones opuestas, $I_1\vec{k}$ y $-I_2\vec{k}$, respectivamente (siendo $\vec{k}$ el vector unitario según el eje z), la fuerza magnética entre los conductores

a) es siempre atractiva.
b) es repulsiva.
c) es nula cuando $I_1 = I_2$

9. En el Sistema Internacional de unidades, el desplazamiento vertical en una onda armónica es $h(x,t) = 10\,\mathrm{sen}\ [2\pi\ (0{,}3\, t - 0{,}05\, x)]$. Esta onda tiene

a) una longitud de onda de 0,1 π m.
b) una frecuencia de 0,6 π Hz.
c) una velocidad de fase de 6 m s^{-1}.

10. El Carbono-14, ${}^{14}_{6}C$ utilizado en datación arqueológica decae por radiación beta dando lugar a un isótopo del nitrógeno. El número de neutrones (N) y protones (Z, número atómico) en el núcleo de nitrógeno resultante es

a) $N = 7,\ Z = 7$
b) $N = 8,\ Z = 5$
c) $N = 7,\ Z = 5$

SOLUCIONES TEST

1

$$K = b \cdot c^2 \longrightarrow b = \frac{K}{c^2} = \frac{\frac{Kg\,m^3}{s^2 \cdot C^2}}{\frac{m^2}{s^2}} = \frac{Kg\,m^3 \cdot \cancel{s^2}}{\cancel{s^2} \cdot C^2 \cdot m^2} = \boxed{\frac{Kg\,m}{C^2}}$$

$$\begin{cases} 1K = \dfrac{Nm^2}{C^2} \xrightarrow{1N = 1\,kg \cdot \frac{m}{s^2}} = \dfrac{\overbrace{\left[\dfrac{Kg \cdot m}{s^2}\right]}^{N} \cdot m^2}{C^2} = \dfrac{Kg\,m^3}{s^2 \cdot C^2} \\ C = \dfrac{m}{s} \end{cases}$$

2

$$\left.\frac{g_1}{g_2} = \frac{\frac{\cancel{G}M_1}{r_1^2}}{\frac{\cancel{G}M_2}{r_2^2}}\right\} \frac{g_1}{g_2} = \frac{\frac{\rho_1 \cdot \frac{4}{3}\pi r_1^{\cancel{3}}}{\cancel{r_1^2}}}{\frac{\rho_2 \cdot \frac{4}{3}\pi r_2^{\cancel{3}}}{\cancel{r_2^2}}} \left.\right\} \frac{g_1}{g_2} = \frac{\rho_1 \cdot \cancel{4/3\pi} r_1}{\rho_2 \cdot \cancel{4/3\pi} r_2} \longrightarrow \boxed{\frac{g_1}{g_2} = \frac{\rho_1 \cdot r_1}{\rho_2 \cdot r_2}}$$

$$\begin{cases} g = \dfrac{GM}{r^2} \\ \rho = \dfrac{M}{V} \rightarrow M = \rho \cdot V \\ V_{esfera} = \dfrac{4\pi r^3}{3} \end{cases}$$

3

$Q_{neta} = 1'60 \cdot 10^{-19}$ (Nº protones – Nº electrones)

Mg^{2+} → pierde dos e^-

Nos dan los iones, no los protones → Nº protones = Nº iones x carga (2^+)

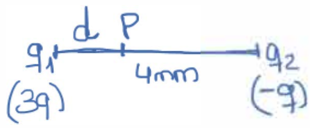
$$Q = 1'60 \cdot 10^{-19} \left(2 \times 1'25 \cdot 10^{12} - 4'5 \cdot 10^{13}\right) = \boxed{-6'8 \cdot 10^{-6}\ C}$$

4

$V = \dfrac{KQ}{R}$ → V y R son inversamente prop.

↑ ↓ a mayor R, menor V

5



$V_1 + V_2 = 0 \longrightarrow \frac{\cancel{K}3q}{d} = \frac{\cancel{K}(-q)}{4-d} \longrightarrow 3\cancel{q}(4-d) = \cancel{-q}d$

$V_1 = V_2$

$12 - 3d = d$

$12 = 4d$

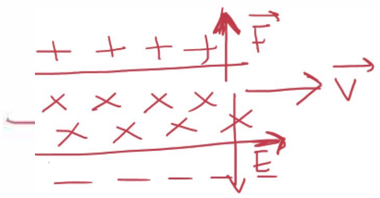
$\boxed{d = 3}$ mm

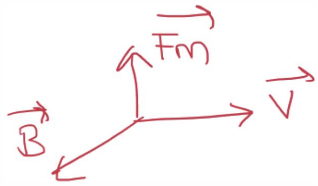
6 $V_1 = \frac{Kq}{r_1}$ $V_2 = \frac{Kq}{r_2} = \frac{Kq}{2r_1}$

$\longrightarrow \frac{\frac{\cancel{K\cdot q}}{r_1}}{\frac{\cancel{K\cdot q}}{2r_1}} = \frac{\frac{1}{r_1}}{\frac{1}{2r_1}} = \frac{2\cancel{r_1}}{\cancel{r_1}} \longrightarrow \frac{V_1}{V_2} = 2$

$\boxed{V_2 = \frac{V_1}{2}}$

7

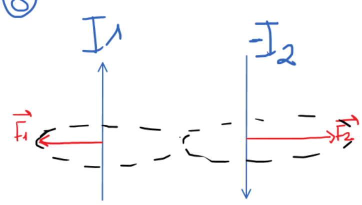




$\vec{F} \perp \vec{v}$

$\vec{F} \perp \vec{B}$

8



- Cuando las cargas van en sentido opuesto, las fuerzas son de repulsión
- Cuando las cargas van en el mismo sentido, las fuerzas son de atracción.

9 $\underbrace{10}_{A} \cdot \text{sen}(\underbrace{0'6\pi}_{\omega} t - \underbrace{0'1\pi}_{K} x)$

$\lambda = \frac{2\pi}{K} = \frac{2\cancel{\pi}}{0'1\cancel{\pi}} = 20$ m

$f = \frac{1}{T}$ $\frac{0'6}{2} = 0'3$ Hz

$\hookrightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\cancel{\pi}}{0'6\cancel{\pi}} =$

$v = \lambda \cdot f = 20 \cdot 0'3 = \boxed{6 \text{ m/s}}$

10 ${}^{14}_{6}C \longrightarrow {}^{A}_{Z}N + {}^{0}_{-1}\beta$

$\begin{cases} 14 = A + 0 \longrightarrow A = 14 \\ 6 = Z - 1 \longrightarrow \boxed{Z = 7} \text{ protones} \end{cases}$

$N = A - Z = 14 - 7 = \boxed{7}$ neutrones

Valoración máxima 2,5 puntos por cada problema. Dentro de cada problema, cada apartado tiene el mismo valor.

Se valora el planteamiento del problema, su desarrollo (deben indicarse los pasos que conducen a la solución), resultado correcto y el uso adecuado de unidades y vectores.

No se valorarán resultados que no estén justificados con explicaciones.

PROBLEMA 1

En el modelo clásico del átomo de Hidrógeno, el electrón describe una órbita circular de radio r alrededor del protón que se considera fijo.

a) Calcular la fuerza gravitacional y la fuerza eléctrica sobre el electrón debido al protón. Discutir si la fuerza gravitacional es relevante en este caso.
b) Obtener la aceleración centrípeta y la velocidad angular del electrón.
c) Obtener la velocidad orbital del electrón y comprarla con la velocidad de la luz.
d) Determinar la energía potencial eléctrica y la energía cinética del electrón en su órbita.
e) Obtener el trabajo mínimo necesario para liberar al electrón de la atracción del protón.

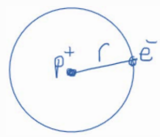
Datos:

G, constante de gravitación universal	$6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}
k, constante de la ley de Coulomb	$9{,}0 \cdot 10^{9}$ N m C^{-2}
r, radio de la órbita del electrón	$5{,}3 \cdot 10^{-9}$ m
m_e, masa del electrón	$9{,}11 \cdot 10^{-28}$ g
m_p, masa del protón	$1{,}67 \cdot 10^{-24}$ g
carga del electrón	$-e = -1{,}60 \cdot 10^{-19}$ C
c, velocidad de la luz en el vacío	$3{,}00 \cdot 10^{5}$ km s^{-1}

a)

- $\vec{F_g} = \dfrac{GMm}{r^2}$

$$\vec{F_g} = \frac{6'67\cdot10^{-11}\cdot 9'11\cdot10^{-31}\cdot 1'67\cdot10^{-27}}{(5'3\cdot10^{-9})^2} = \boxed{3'61\cdot10^{-51}\ N}$$ Despreciable



- $\vec{F_e} = \vec{E}\cdot q$

$$\vec{F_e} = \frac{Kq}{r^2}\cdot q = \frac{Kq^2}{r^2} = \frac{9\cdot10^{9}\cdot(1'6\cdot10^{-19})^2}{(5'3\cdot10^{-9})^2} = \boxed{8'2\cdot10^{-12}\ N}$$

La fuerza eléctrica es muchísimo mayor que Fg, por lo que Fg podemos despreciarla

b) $F_c = \Sigma F$

$F_e = F_C$

$$\frac{kq^2}{r^2} = ma_c \longrightarrow a_c = \frac{\frac{Kq^2}{r^2}}{m} = \frac{8'2\cdot10^{-12}}{9'11\cdot10^{-31}} = \boxed{9\cdot10^{18}\ m/s^2}$$

$$\longrightarrow \boxed{a_c = \frac{v^2}{r}} \xrightarrow{v=\omega r} a_c = \frac{(\omega\cdot r)^2}{r} \Rightarrow a_c = \omega^2\cdot r$$

$$\omega = \sqrt{\frac{a_c}{r}} = \sqrt{\frac{9\cdot10^{18}}{5'3\cdot10^{-9}}} = \boxed{4'12\cdot10^{13}\ rad/s}$$

c) La vel ē la calculamos del apdo anterior

$$v = \sqrt{a_c\cdot r} = \sqrt{9\cdot10^{18}\cdot5'3\cdot10^{-9}} = \boxed{2'18\cdot10^{5}\ m/s}$$ v no es relativista $v \ll c$

$$\boxed{\frac{v_0}{c} = 7'28\cdot10^{-4}}$$

d) $$E_p = -\frac{K\overbrace{q_1 q_2}^{\bar{e}}}{r} = -\frac{9\cdot10^{9}(1'6\cdot10^{-19})^2}{5'3\cdot10^{-9}} = \boxed{-4'35\cdot10^{-20}\ J}$$

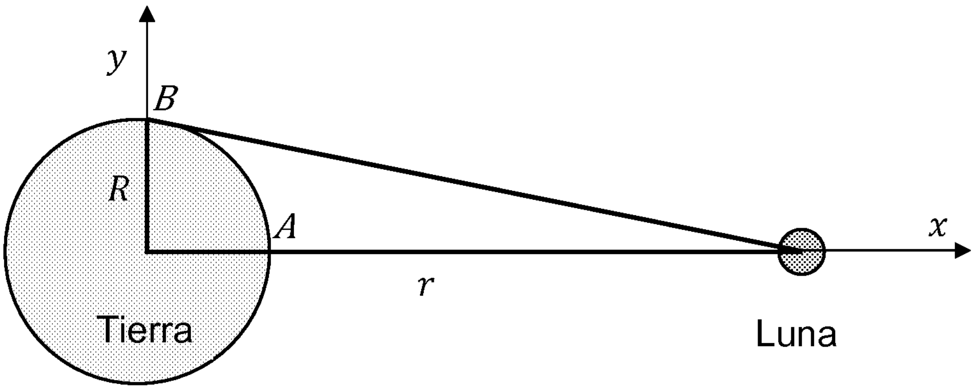
$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{9'11\cdot10^{-31}(2'18\cdot10^{5})^2}{2} = \boxed{2'16\cdot10^{-20}\ J}$$

e) $$W = -\Delta E_p = \cancel{E_{p\infty}}^{0} - (E_{p\bar{e}}) = \boxed{-4'35\cdot10^{-38}\ J}$$

PROBLEMA 2

La figura (no a escala) representa esquemáticamente a la Tierra y la Luna en el plano orbital de la Luna (x, y). Se denotan por $\vec{\imath}$ y $\vec{\jmath}$ los vectores unitarios a lo largo de los ejes x e y, respectivamente.

Considérense dos masas iguales de agua m en la superficie del mar, localizadas en los puntos $A = (R, 0)$ y $B = (0, R)$, respectivamente.



a) Determinar la fuerza gravitatoria ejercida por la Tierra ($\vec{F}_T$) y la ejercida por la Luna ($\vec{F}_L$) en ambos casos sobre la masa m localizada en el punto A. Calcular el módulo de la fuerza total sobre esta masa.

b) Determinar la fuerza gravitacional ejercida por la Tierra ($\vec{F}_T$) y la ejercida por la Luna ($\vec{F}_L$) sobre la masa m localizada en el punto B. Calcular el módulo de la fuerza total sobre esta masa.

c) Obtener $(E_B - E_A)$, la diferencia de energía potencial gravitatoria de las masas situadas en estas dos posiciones, B y A.

d) Si se denota por $\vec{F}$ la diferencia entre la fuerza ejercida por la Luna sobre una masa m situada en la superficie de la Tierra y la fuerza de la Luna sobre la misma masa si esta estuviera situada en el centro de la Tierra, demostrar que para la masa situada en A, $\vec{F}$ está aproximadamente dada por la relación

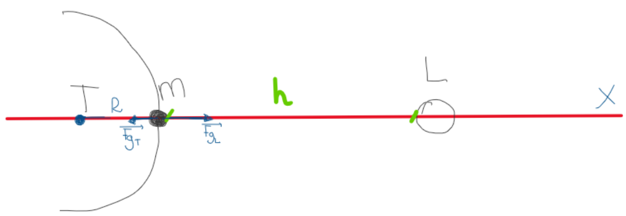
$$\vec{F} = \frac{2GM_L mR}{r^3}\,\vec{\imath}$$

y calcular el módulo de $\vec{F}$ sobre 1,00 kg de agua del mar en el punto A.

Datos:

G, constante de gravitación universal	$6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}
r , radio de la órbita de la Luna	$3{,}84 \cdot 10^{8}$ m
R, radio de la Tierra	$6{,}38 \cdot 10^{6}$ m
M_T, masa de la Tierra	$5{,}97 \cdot 10^{24}$ kg
M_L, masa de la Luna	$7{,}35 \cdot 10^{22}$ kg
m, masa de agua	$1{,}00$ kg

a)



$F_{g_T} = \frac{G \cdot M_T \cdot m}{R^2}$

$F_{g_L} = \frac{G \cdot M_L \cdot m}{h^2}$

• $\vec{F_{g_T}} = \frac{6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 5'97 \cdot 10^{24} \cdot 1}{(6'38 \cdot 10^6)^2}$

• $\vec{F_{g_L}} = \frac{6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 7'35 \cdot 10^{22}}{(3'84 \cdot 10^8 - 6'38 \cdot 10^6)^2}$

$\vec{F_{g_T}} = -9'78\vec{i} \quad (-9'78, 0)(N)$

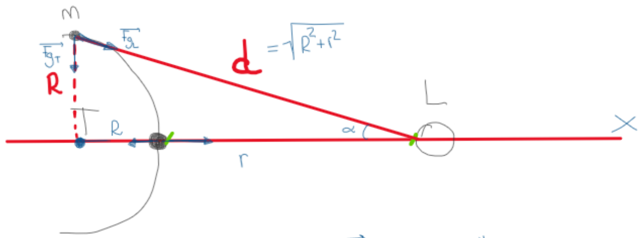
$|\vec{F_{g_T}}| = \sqrt{9'78^2} = 9'78\vec{i}\ N$

$= 3'44 \cdot 10^{-5}\vec{i}\ N \rightarrow (3'44 \cdot 10^{-5}, 0)$

$|\vec{F_{g_L}}| = 3'44 \cdot 10^{-5}\vec{i}\ N$

$tg\alpha = \frac{R}{r} \rightarrow \alpha = 0'95°$

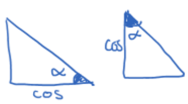
b)



$\vec{F_{g_T}} = -9'78\vec{j}\ N$

$\vec{F_{g_L}} = \frac{6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 7'35 \cdot 10^{22} \cdot 1}{(\cancel{\sqrt{}}\ R^2 + r^2\ )^{\cancel{2}}} = 3'32 \cdot 10^{-5}\ N$

$= 3'84 \cdot 10^8$



$\hookrightarrow F_{gLx} = 3'32 \cdot 10^{-5} \cdot \cos 0'95 = 3'32 \cdot 10^{-5}\ N$

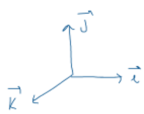
$\hookrightarrow F_{gLy} = 3'32 \cdot 10^{-5} \cdot \text{sen}\ 0'95 = 5'5 \cdot 10^{-7}\ N$

$(3'32 \cdot 10^{-5}, -5'5 \cdot 10^{-7})\ N$

$\vec{F_T} = (3'32 \cdot 10^{-5} + 0\ ,\ -5'5 \cdot 10^{-7} + -9'78)\ N$

$= 3'32 \cdot 10^{-5}\vec{i} - 9'78\vec{j}\ N$

$|F_{TOT}| = \sqrt{(3'32 \cdot 10^{-5})^2 + (9'78)^2} = \boxed{9'78\ N}$



c) $E_p = -\frac{G \cdot M m}{r}$

$$E_{pT} \begin{cases} A = \frac{-G \cdot M_T \cdot m}{R} = -6'24 \cdot 10^5 \text{ J} \\ B = \frac{-G \cdot M_T \cdot m}{R} = -6'24 \cdot 10^5 \text{ J} \end{cases}$$

$$E_{pL} \begin{cases} A = -\frac{G \cdot M_L \cdot m}{h} = -12'98 \cdot 10^3 \text{ J} \\ B = -\frac{G \cdot M_L \cdot m}{d} = -12'76 \cdot 10^3 \text{ J} \end{cases}$$

$$\text{TOT} \begin{cases} E_{pB} = -6'24 \cdot 10^5 - 12'76 \cdot 10^3 = -636760 \\ E_{pA} = -6'37 \cdot 10^5 \text{ J} \end{cases} \Bigg\} \left[E_{pB} - E_{pA}\right] = -636760 - (-6'37 \cdot 10^5) \approx \boxed{-220 \text{ J}}$$

d)

$$\begin{rcases} F_{g_{L-ST}} = \frac{G \cdot M_L \cdot m}{(r-R)^2} \\ F_{g_{L-CT}} = \frac{G \cdot M_L \cdot m}{r^2} \end{rcases} \frac{G \cdot M_L \cdot m}{(r-R)^2} - \frac{G \cdot M_L m}{r^2}$$

$$= \frac{G \cdot M_L \cdot m (r^2)}{(r-R)^2} - \frac{G \cdot M_L \cdot m (R-r)^2}{r^2}$$

$$= \frac{GMm \cdot r^2 - GMm \cdot (r-R)^2}{(r-R)^2 \cdot r^2} \Rightarrow GMm \cdot \frac{r^2 - \overbrace{(R-r)^2}^{R^2 - 2rR + r^2}}{(r-R)^2 \cdot r^2} \Rightarrow GMm \cdot \frac{\cancel{r^2} - R^2 + 2rR - \cancel{r^2}}{(r-R)^2 \cdot r^2}$$

$$\rightarrow GMm \cdot \left[\frac{2rR - R^2}{(r-R)^2 \cdot r^2}\right] \xrightarrow[\text{despreciamos } R]{(r-R) \approx r} GMm \cdot \frac{2rR - R^2}{r^2 \cdot r^2} \xrightarrow[\text{porque } r >> R]{\text{despreciamos } R^2/r^3} GMm \cdot \left[\frac{2rR}{r^{4}} - \cancel{\frac{R^2}{r^4}}\right]$$

$$\rightarrow \boxed{\frac{GMm \cdot 2R}{r^3}}$$

$\vec{F}$ cuando $m = 1$ kg

$$\boxed{\vec{F} = 1'1 \cdot 10^{-6} \text{ N}}$$