

EJERCICIOS de DERIVABILIDAD

Derivabilidad y continuidad:

1. Dada $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x \geq 0 \\ x & \text{si } x < 0 \end{cases}$, se pide: **a)** Estudiar su derivabilidad en $x=0$ **b)** Representarla.

(Soluc: $\nexists f'(0)$)

2. Ídem con $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + 5 & \text{si } x \geq 3 \\ 2x - 4 & \text{si } x < 3 \end{cases}$ en $x=3$ (Soluc: $\exists f'(3)$)

3. Estudiar la derivabilidad de $f(x)=|x|$. Representarla gráficamente. (Soluc: $\nexists f'(0)$)

4. Ídem con: **a)** $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + 2 & \text{si } x > 1 \\ 4x & \text{si } x \leq 1 \end{cases}$ **b)** $f(x) = \begin{cases} 3x & \text{si } x \neq 2 \\ 5 & \text{si } x = 2 \end{cases}$

(Soluc: **a)** $f(x)$ derivable $\forall x \in \mathbb{R} - \{1\}$; **b)** $f(x)$ derivable $\forall x \in \mathbb{R} - \{2\}$)

5. Estudiar la derivabilidad de las siguientes funciones en los intervalos que se indican:

a) $f(x)=x^2$ en $(0,2)$

b) $f(x)=1/x$ en $(-1,1)$

c) $f(x) = \frac{x^2 - 4x}{x + 2}$ en $(0,4)$

d) $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3}{2} & \text{si } -1 < x \leq 0 \\ 1/x & \text{si } -2 \leq x \leq -1 \end{cases}$ en su Dom(f)

6. Dada $f(x) = \sqrt[3]{x}$, se pide: **a)** Dibujarla. **b)** Estudiar su continuidad y derivabilidad.



7. Estudiar la derivabilidad de la función $f(x)=1-\sqrt[3]{x^2}$ (Soluc: derivable $\forall x \in \mathbb{R} - \{0\}$)

8. **(S)** Estudiar la derivabilidad en $x=1$ de la función

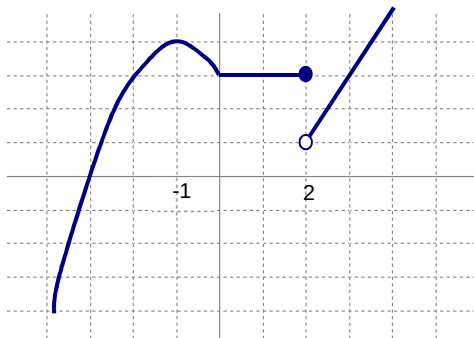
$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \leq 1 \\ 2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

Hacer la gráfica. (Soluc: no es derivable porque no es continua)

9. **(S)** Dada la función

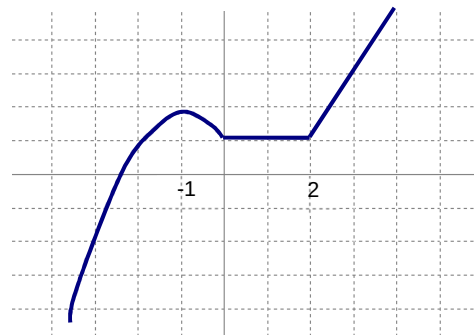
$$f(x) = \begin{cases} 2 & \text{si } x \leq 0 \\ x^2 & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

¿es derivable en $x=0$? ¿Es continua en $x=0$? (Soluc: no es derivable ni continua en $x=0$)



10. En la figura izquierda aparece la gráfica de una función $f(x)$ definida a trozos. Se pide:

- Estudiar su continuidad.
- Estudiar su derivabilidad.
- Hallar $f'(-1)$, $f'(0^+)$, $f'(1)$, $f'(2)$ y $f'(3)$



11. En la figura derecha se ha representado la gráfica de una función $f(x)$ definida por ramas. Calcular $f'(-1)$, $f'(1)$, $f'(2)$ y $f'(3)$.

12. Dada $f(x)=x|x-1|$, se pide: **a)** Expresarla como función definida a trozos. **b)** Estudiar su derivabilidad en $x=1$ **c)** Representarla.
(Soluc: $\nexists f(1)$)

13. (S) Representar gráficamente la función $y=|x^2-7x+10|$ e indicar en qué puntos no es derivable.
(Soluc: no es derivable en $x=2$ y $x=5$)

14. Estudiar la derivabilidad de $f(x)=|x-3|+|x|$. Representarla. (Soluc: $\nexists f(0)$; $\nexists f(3)$)

15. (S) Determinar **a** y **b** para que sea continua la función

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{si } x < 0 \\ ax + b & \text{si } 0 \leq x \leq 3 \\ x - 5 & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

¿La función que resulta es derivable? Representarla gráficamente. (Soluc: $a=-1$ y $b=1$; no derivable)

16. (S) Calcular **a** y **b** para que la siguiente función sea derivable en todo $\mathbb{R}$:

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + 3x & \text{si } x \leq 2 \\ x^2 - bx - 4 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

(Soluc: $a=2$ y $b=-7$)

17. (S) Hallar **a** y **b** para que la función

$$f(x) = \begin{cases} 2x + a & \text{si } x < -1 \\ ax + b & \text{si } -1 \leq x < 0 \\ 3x^2 + 2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

sea continua. Para esos valores de **a** y **b** estudiar la derivabilidad. Representarla gráficamente.

(Soluc: $a=b=2$; para esos valores es derivable en $x=-1$ y no lo es en $x=0$)

18. (S) Sea

$$f(x) = \begin{cases} 3x & \text{si } x \leq 1 \\ ax^2 + b(x-1) & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

¿Para qué valores de **a** y **b** es continua la función? ¿Para qué valores de **a** y **b** es derivable? Representarla gráficamente. (Soluc: continua para $a=3$ y $\forall b$; derivable para $a=3$ y $b=-3$)

19. (S) Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} 3 - ax^2 & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{2}{ax} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

a) ¿Para qué valores del parámetro **a** es continua?

(Soluc: $a=1$ y $a=2$)

b) ¿Para qué valores de **a** es derivable? Representarla en este caso.

(Soluc: Sólo para $a=1$)