FUNCIÓN LOGARÍTMICA

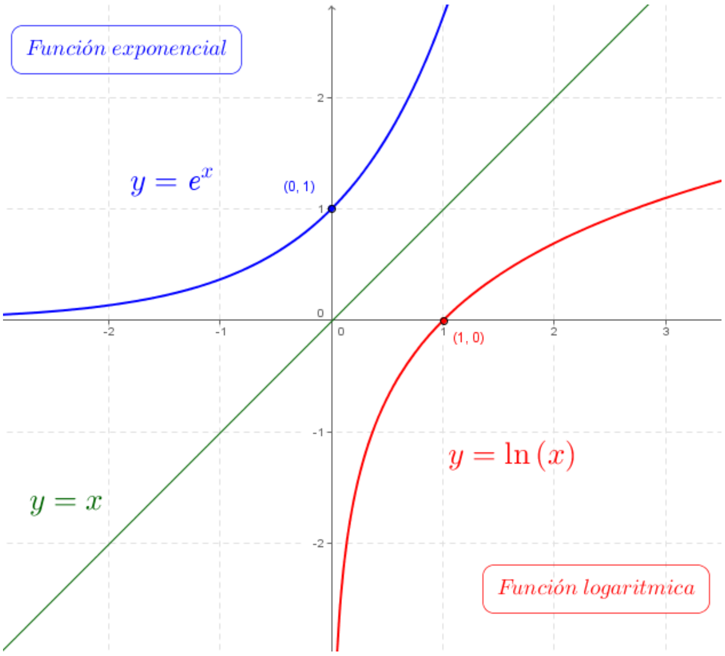
Toda función exponencial $f(x)=a^x$, *con* $a>0$ *y* $a\neq 1$, es una función biunívoca y por tanto tiene función inversa. La función inversa f^{-1} se llama **función logarítmica** con base a y se escribe $\log_a$

$$f^{-1}(x)=y \Leftrightarrow f(y)=x$$

$$\mathbb{R} \xrightarrow{\exp_a} \mathbb{R}^+ \xrightarrow{\log_a} \mathbb{R}$$

$$x \longrightarrow a^x = y \longrightarrow \log_a y = x$$

Sus gráficas son simétricas respecto de la recta $y=x$



DEFINICIÓN

Sea a un número positivo y $a\neq 1$, la función logarítmica con base a, escrita $\log_a$, se define como

$$\boxed{\log_a x = y \quad \Leftrightarrow \quad a^y = x}$$

Por lo tanto, $\log_a x$ es el exponente al cual se debe elevar la base a para obtener x

Consideraciones generales

- La función logarítmica es de la forma $f(x)=\log_a x$, *donde* $a>0$ *y* $a\neq 1$
- El dominio de esta función son todos los números reales positivos, y el recorrido o imagen todos los números reales.

  $Dom\, f=\mathbb{R}^+=(0,+\infty)$; $Im\, f=\mathbb{R}$
- Si $a>1$ entonces es monótona creciente.
- Si $0<a<1$ entonces es monótona decreciente.
- Es una función continua en todo $\mathbb{R}$
- Conviene indicar que: $\log_a 1=0$; $\log_a a=1$; $\log_a a^x=x$
- El eje Y es una asíntota vertical de la función $y=\log_a x$ porque

  $\log_a x \to \pm\infty$ *cuando* $x\to 0^+$
- También es bueno volver a decir que los números negativos y el cero no tienen logaritmo dado que la función logarítmica sólo está definida sobre los números reales positivos.
- Y además, las bases más habituales son la base 10 (logaritmos decimales) y la base *e = 2,718281…* (logaritmos neperianos).

Ejemplo:

$y=f(x)=\log_2(3-5x)$

$Dom\, f=\{x\in\mathbb{R}/f(x)\in\mathbb{R}\}$; $Dom\, f=\{x\in\mathbb{R}\,/\log_2(3-5x)\in\mathbb{R}\}$

$Dom\, f=\{x\in\mathbb{R}/3-5x>0\}$; $\boxed{Dom\, f=\left(-\infty,\frac{3}{5}\right)}$

Representación Gráfica

Si $a>1$ *tenemos que*:

- Los números menores que 1 tienen logaritmo negativo
- Los números mayores que 1 tienen logaritmo positivo

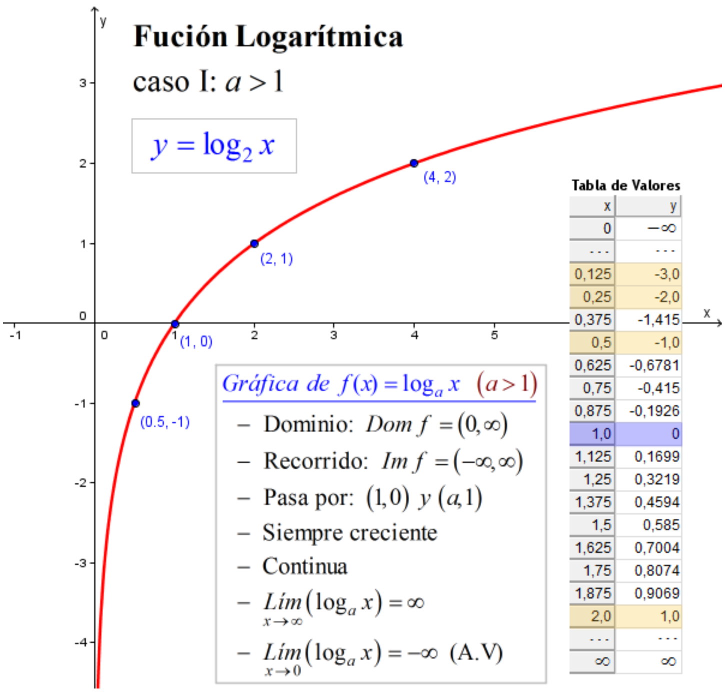


Tabla de Valores

x	y
0	$-\infty$
...	...
0,125	-3,0
0,25	-2,0
0,375	-1,415
0,5	-1,0
0,625	-0,6781
0,75	-0,415
0,875	-0,1926
1,0	0
1,125	0,1699
1,25	0,3219
1,375	0,4594
1,5	0,585
1,625	0,7004
1,75	0,8074
1,875	0,9069
2,0	1,0
...	...
∞	∞

Si $0<a<1$ *tenemos que*:

- Los números menores que 1 tienen logaritmo positivo
- Los números mayores que 1 tienen logaritmo negativo

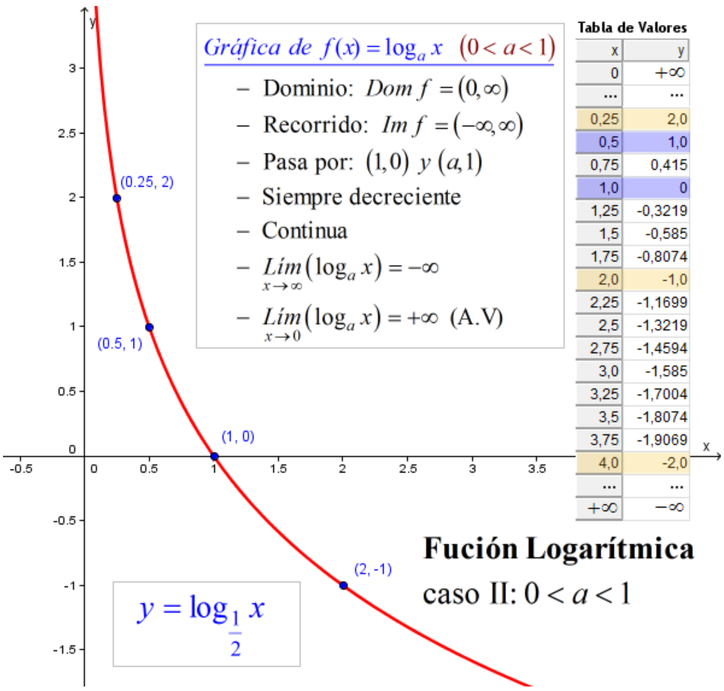


Tabla de Valores

x	y
0	$+\infty$
...	...
0,25	2,0
0,5	1,0
0,75	0,415
1,0	0
1,25	-0,3219
1,5	-0,585
1,75	-0,8074
2,0	-1,0
2,25	-1,1699
2,5	-1,3219
2,75	-1,4594
3,0	-1,585
3,25	-1,7004
3,5	-1,8074
3,75	-1,9069
4,0	-2,0
...	...
$+\infty$	$-\infty$

Utilizando las gráficas anteriores como básicas podemos **reflejar** (respecto al eje X o Y) gráficas de funciones logarítmicas como

a) $g(x)=\log_2(-x)$ b) $h(x)=-\log_2 x$

Y también podemos **desplazar** (hacia arriba/abajo o a derecha/izquierda) gráficas de funciones logarítmicas como las siguientes

a) $g(x)=3+\log_2 x$ b) $h(x)=\log_2(x+3)$