

Función Logarítmica

Una función Logarítmica es una función de la forma

$$f(x) = \log_b x, \quad \text{donde } b \in \mathbb{R}^+, \text{ con } b \neq 1$$

El **Dominio** de una función exponencial es el conjunto de los números Reales Positivos $\mathbb{R}^+$

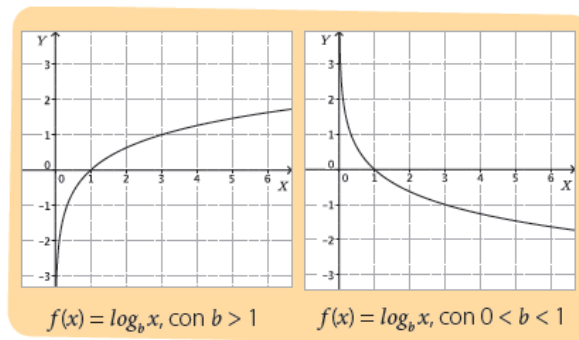
El **Recorrido** lo construye el conjunto de los números Reales $\mathbb{R}$.

La Grafica de la función Logarítmica intersecta al eje X en el punto (1,0)

No intersecta al eje Y, su **asíntota** es $x = 0$. Su Orientación depende del valor de b ,

Tal como lo muestra a figura en el **Figura N°2**.

Figura N°2



Logaritmo

Sean dos números reales a y b , siendo $a \neq 1$. El **logaritmo en base a de b** es el elemento al que hay que elevar el número a para dé como resultado el número b .

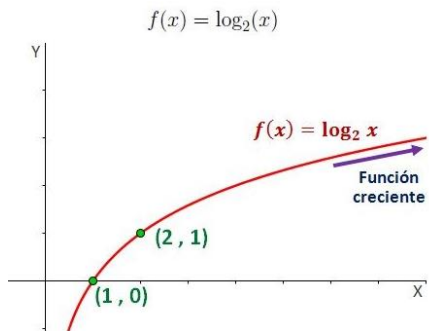
$$\log_a b = c \quad \leftrightarrow \quad a^c = b$$

Por ejemplo, el **logaritmo** en base 3 de 9 es 2, ya que siendo $a = 3$ y $b = 9$, el número al que hay que elevar 3 para que dé 9 es 2, $3^2 = 9$

$$\log_3 9 = 2 \quad \leftrightarrow \quad 3^2 = 9$$

Ejemplo N°2

Evalúa la función Logarítmica $f(x) = \log_2 x$, para los valores: $x = 1, x = 2$ y $x = 4$, grafica e identifica sus elementos.

Función logarítmica																	
$f(x) = \log_2 x$																	
Tabla de valores			Grafica														
<table><tr><th>x</th><th>$y = \log_2 x$</th><th>y</th></tr><tr><td>1</td><td>$\log_2 1$</td><td>0</td></tr><tr><td>2</td><td>$\log_2 2$</td><td>1</td></tr><tr><td>4</td><td>$\log_2 4$</td><td>2</td></tr></table>			x	$y = \log_2 x$	y	1	$\log_2 1$	0	2	$\log_2 2$	1	4	$\log_2 4$	2			
x	$y = \log_2 x$	y															
1	$\log_2 1$	0															
2	$\log_2 2$	1															
4	$\log_2 4$	2															
Desarrollo																	
$\log_2 1 = 0$	$2^0 = 1$	$\log_2 2 = 1$	$2^1 = 2$	$\log_2 4 = 2$	$2^2 = 4$												

$$\text{Dom}(f) = \mathbb{R}^+$$

$$\text{Rec}(f) = \mathbb{R}$$

Orientación ; $f(x) = \log_2 x$ $2 > 0$ Creciente.

Ejercicios de Función Logarítmica

Evalúa para los valores indicados en cada función, grafica e identifica sus elementos.

1. $f(x) = \log_3 x$ $x = 1$; $x = 3$; $x = 27$

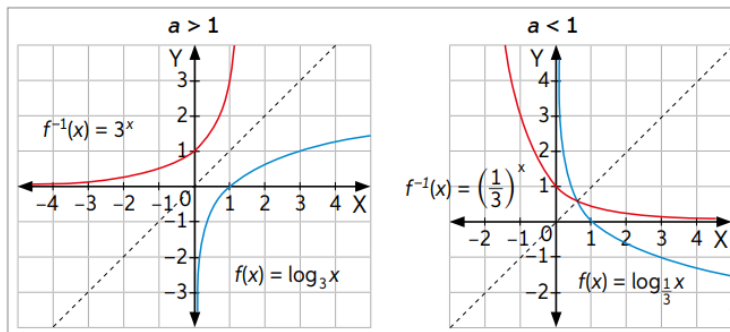
2. $f(x) = \log_2 x$ $x = 1$; $x = 2$; $x = 64$

3. $f(x) = \log_{0,5} x$ $x = 1$; $x = 0,25$ $x = 0,12$

Desarrollo páginas 20 y 21 del Cuadernillo de actividades 3º medio

Relación entre Función Logarítmica Y Función Exponencial

La función logarítmica $f(x) = \log_a x$ es la función inversa de la función exponencial $f^{-1}(x) = a^x$. Las gráficas de estas funciones que tienen la misma base son simétricas respecto de la recta $y = x$.



Recuerda que si f^{-1} es la función inversa de f , se cumple que

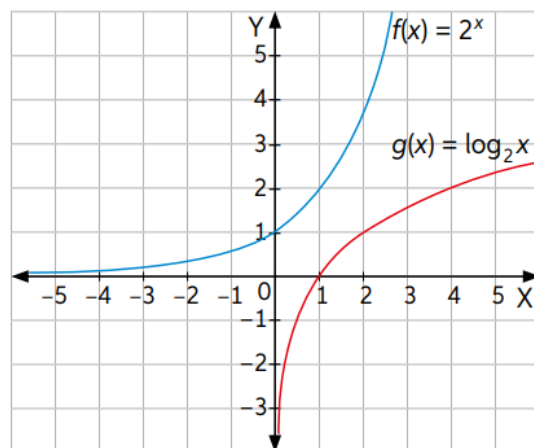
$$f: A \rightarrow B \Rightarrow f^{-1}: B \rightarrow A$$

Ejemplo

- a. Observa las tablas de valores de cada función y sus gráficas respectivas.

x	$f(x) = 2^x$
-3	$\frac{1}{8}$
-2	$\frac{1}{4}$
-1	$\frac{1}{2}$
0	1
1	2
2	4

x	$g(x) = \log_2 x$
$\frac{1}{8}$	-3
$\frac{1}{4}$	-2
$\frac{1}{2}$	-1
1	0
2	1
4	2



- b. Identifica la gráfica correspondiente a cada función.
- c. Fíjate en los valores asignados a las columnas de cada tabla. ¿Qué observas?
- d. ¿Cuáles son las intersecciones de las gráficas con los ejes?
- e. ¿Cuál es el dominio y el recorrido de ambas funciones? ¿Cómo puedes explicar esta relación? Comenta con tu curso.

Actividad

1. Representa en el plano cartesiano cada función logarítmica y su inversa

a. $f(x) = \log_2 x$	b. $h(x) = \log_4 x$	c. $g(x) = \log x$
----------------------	----------------------	--------------------

2. Determina algebraicamente la función inversa de las siguientes funciones exponenciales. Observa el ejemplo para $f(x) = 3^x$

$$\begin{aligned} y &= 3^x && / \log_3 \\ \log_3 y &= \log_3 3^x && \\ & \log_3 y = x && \\ \log_3 x = y &\rightarrow f^{-1} = \log_3 x && \end{aligned}$$

a. $f(x) = 4^x$	b. $h(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$	c. $g(x) = e^x$
-----------------	--	-----------------