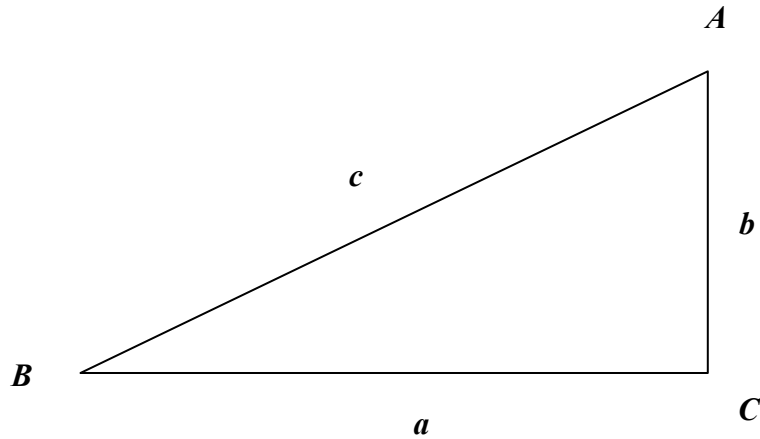


Resolución de Triángulos

Dado el siguiente triángulo

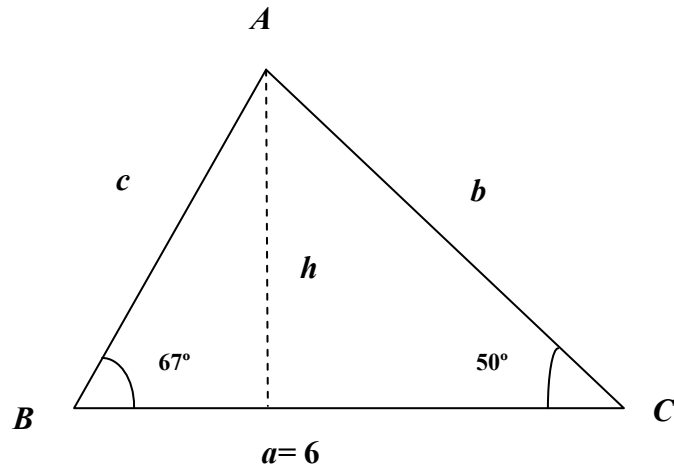


Se pide resolverlo en los siguientes casos:

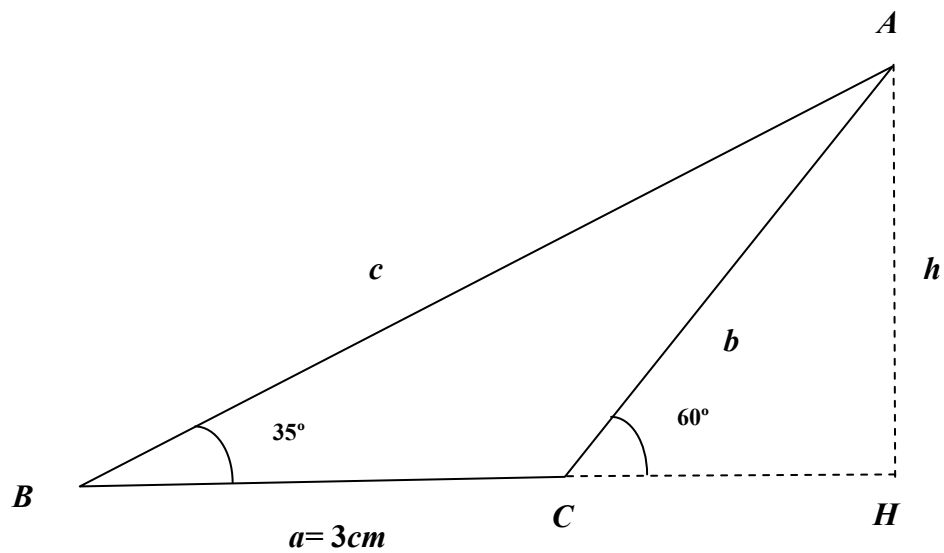
- a) Cuando $c=12$ y $A=35^\circ$
 - b) Cuando $c=17$ y $a=15$
 - c) Cuando $b=28$ y $a=45$
 - d) Cuando $c=73$ y $b=48$
 - e) Cuando $b=5$ y $B=40^\circ$
 - f) Cuando $c=25$ y $B=30^\circ$
 - g) Cuando $b=72$ y $a=65$
-
2. Los lados iguales de un triángulo isósceles miden 85 dm cada uno y el desigual 168 dm . Calcular los ángulos de dicho triángulo, así como la altura sobre el lado desigual.

 3. En un triángulo isósceles, el ángulo opuesto al lado desigual mide 65° , y cada uno de los lados iguales mide 12 . Calcular el lado desigual y la altura sobre él.

4. Calcula la altura h y los lados b y c del triángulo no rectángulo siguiente:

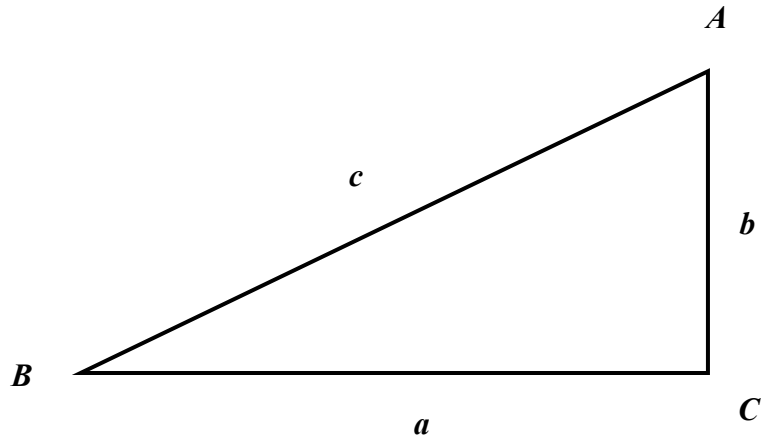


5. Calcula la altura h y los lados b y c del siguiente triángulo no rectángulo



Resolución de Triángulos

Dado el siguiente triángulo



Se pide resolverlo en los siguientes casos:

- a) Cuando $c=12$ y $A=35^\circ$
- b) Cuando $c=17$ y $a=15$
- c) Cuando $b=7$ y $a=24$
- d) Cuando $b=28$ y $a=45$
- e) Cuando $c=73$ y $b=48$
- f) Cuando $b=5$ y $B=40^\circ$
- g) Cuando $c=25$ y $B=30^\circ$
- h) Cuando $b=72$ y $a=65$

Solución:

a)

$$A + B = 90^\circ \Rightarrow B = 90^\circ - A = 55^\circ$$

$$\sin B = \frac{b}{c} \Rightarrow b = c \cdot \sin B = 12 \cdot \sin 55^\circ = 9,83$$

$$\cos B = \frac{a}{c} \Rightarrow a = c \cdot \cos B = 12 \cdot \cos 55^\circ = 6,88$$

b)

$$\cos B = \frac{a}{c} = \frac{15}{17} = 0,8823 \Rightarrow B = 28^{\circ}4'21''$$

$$A + B = 90^{\circ} \Rightarrow A = 90^{\circ} - B = 90^{\circ} - 28^{\circ}4'21'' = 61^{\circ}55'39''$$

$$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow b = \sqrt{17^2 - 15^2} = 8$$

c)

$$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow c = \sqrt{24^2 + 7^2} = 25$$

$$\tan B = \frac{b}{a} = \frac{7}{24} = 0,2916 \Rightarrow B = 16^{\circ}15'37''$$

$$A = 90^{\circ} - B = 73^{\circ}44'23''$$

d)

$$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow c = \sqrt{45^2 + 28^2} = 53$$

$$\tan B = \frac{b}{a} = \frac{28}{45} = 0,6222 \Rightarrow B = 31^{\circ}53'27''$$

$$A = 90^{\circ} - B = 58^{\circ}6'33''$$

e)

$$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow a = \sqrt{73^2 - 48^2} = 55$$

$$\sin B = \frac{b}{c} = \frac{48}{73} = 0,6575 \Rightarrow B = 41^{\circ}6'43''$$

$$A = 90^{\circ} - B = 48^{\circ}53'17''$$

f)

$$A = 90^{\circ} - B = 90^{\circ} - 40^{\circ} = 50^{\circ}$$

$$\sin B = \frac{b}{c} \Rightarrow c = \frac{5}{\sin 40^{\circ}} = 7,78$$

$$\cos B = \frac{a}{c} \Rightarrow a = c \cdot \cos 40^{\circ} = 7,78 \cdot 0,766 = 5,96$$

g)

$$A = 90^{\circ} - B = 60^{\circ}$$

$$\sin B = \frac{b}{c} \Rightarrow b = c \cdot \sin B = 25 \cdot \frac{1}{2} = 12,5$$

$$\cos B = \frac{a}{c} \Rightarrow a = c \cdot \cos B = 25 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 21,65$$

h)

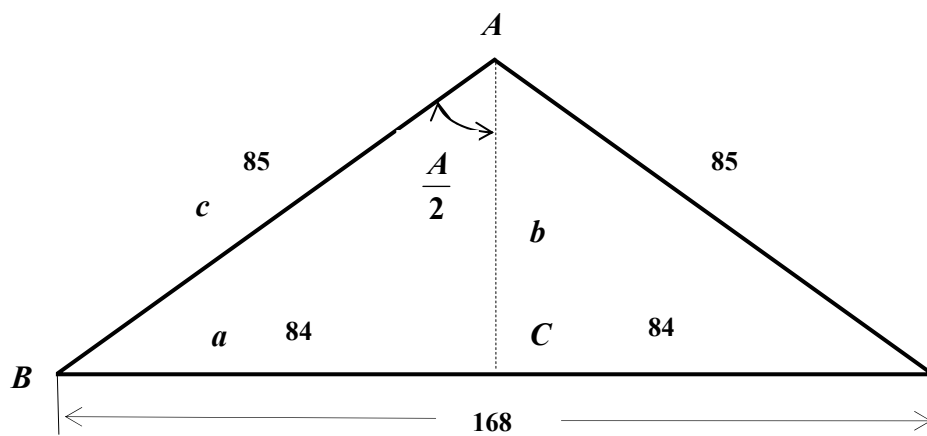
$$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow c = \sqrt{65^2 + 72^2} = 97$$

$$\tan B = \frac{b}{a} = \frac{72}{65} = 1,1077 \Rightarrow B = 47^\circ 55' 30''$$

$$A = 90^\circ - B = 42^\circ 4' 30''$$

2. Los lados iguales de un triángulo isósceles miden 85 dm cada uno y el desigual 168 dm . Calcular los ángulos de dicho triángulo, así como la altura sobre el lado desigual.

Solución:



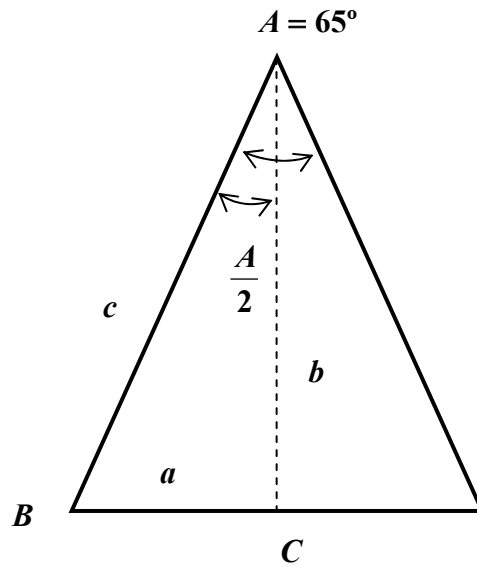
$$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow b = \sqrt{85^2 - 84^2} = 13$$

$$\sin B = \frac{b}{c} = \frac{13}{85} = 0,1529 \Rightarrow B = 8^\circ 47' 51''$$

$$\frac{A}{2} = 90^\circ - B = 81^\circ 12' 9'' \Rightarrow A = 162^\circ 24' 18''$$

3. En un triángulo isósceles, el ángulo opuesto al lado desigual mide 65° , y cada uno de los lados iguales mide 12 . Calcular el lado desigual y la altura sobre él.

Solución:



$$c = 12$$

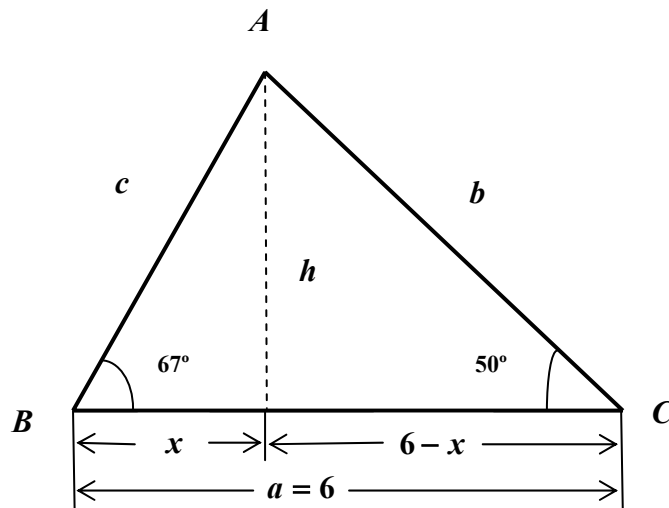
$$\frac{A}{2} = 32^{\circ}30'$$

$$\sin \frac{A}{2} = \frac{a}{c} \Rightarrow a = c \cdot \sin \frac{A}{2} = 12 \cdot 0,5373 = 6,45$$

$$\text{lado desigual} = 2a = 12,9\text{cm}$$

$$\cos \frac{A}{2} = \frac{b}{c} \Rightarrow b = c \cdot \cos \frac{A}{2} = 12 \cdot 0,8434 = 10,12\text{cm de altura}$$

4. Calcula la altura h y los lados b y c del triángulo no rectángulo siguiente:



Solución:

$$\begin{cases} \tan 67^\circ = \frac{h}{x} \\ \tan 50^\circ = \frac{h}{6-x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} h = 2,3559 \cdot x \\ h = 1,1918(6-x) \end{cases} \Rightarrow 2,3559 \cdot x = 1,1918(6-x) \Rightarrow$$

$$x = \frac{7,1508}{3,5476} \approx 2cm$$

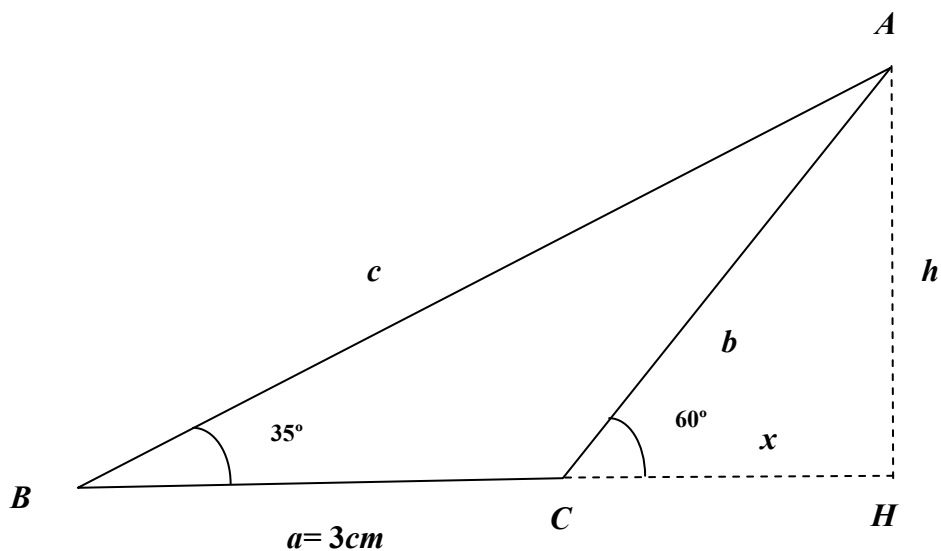
$$6 - x = 4$$

$$h = 4,73cm \text{ de altura}$$

$$\cos 67^\circ = \frac{x}{c} \Rightarrow c = \frac{2}{\cos 67^\circ} = 5,12cm$$

$$\cos 50^\circ = \frac{6-x}{b} \Rightarrow b = \frac{4}{\cos 50^\circ} = 6,22cm$$

5. Calcula la altura h y los lados b y c del siguiente triángulo no rectángulo



Solución:

$$\begin{cases} \tan 35^\circ = \frac{h}{3+x} \\ \tan 60^\circ = \frac{h}{x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} h = 0,7(3+x) \\ h = 1,73 \cdot x \end{cases} \Rightarrow 0,7(3+x) = 1,73 \cdot x \Rightarrow$$

$$x = \frac{2,1}{1,03} = 2,03 \text{ cm} \Rightarrow h = 1,73 \cdot 2,03 = 3,53 \text{ cm de altura}$$

$$\sin 60^\circ = \frac{h}{b} \Rightarrow b = \frac{h}{\sin 60^\circ} = \frac{3,53}{0,866} = 4,07 \text{ cm}$$

$$\sin 35^\circ = \frac{h}{c} \Rightarrow c = \frac{h}{\sin 35^\circ} = \frac{3,53}{0,5736} = 6,15 \text{ cm}$$