

① Indica el menor de los conjuntos $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$ y $\mathbb{Q}$ al que pertenecen estos números:

a) $-543 \in \mathbb{Z}$; b) $\sqrt{81} \in \mathbb{N}$; c) $2^{137878} \dots \in \mathbb{Q}$

d) $10^6 \in \mathbb{N}$; e) $\frac{121}{8} \in \mathbb{Q}$

② ¿Es cierto que cualquier fracción puede expresarse como número decimal?

Sí, basta con dividir numerador : denominador

¿Y a la inversa?

No, los decimales irracionales NO se pueden expresar como fracción

③ ¿Verdaderas o falsas? Razona la respuesta:

a) La suma de un número racional no entero y un número entero no es nunca un número entero. Verdad. Demostremoslo por reducción al absurdo

Sean $r \in \mathbb{Q}$, $r \notin \mathbb{Z}$, $z_1 \in \mathbb{Z}$. Suponemos que es falso
cumplen $r + z_1 = z_2 \in \mathbb{Z} \Rightarrow$

$$r + \cancel{z_1} - \cancel{z_1} = z_2 - z_1 \in \mathbb{Z} !! \text{ pues } r \notin \mathbb{Z}$$

Suponemos lo contrario, y llegamos a una contradicción.

b) El producto de dos números racionales es siempre un número racional.

Verdadero, pues $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d} \in \mathbb{Q}$

⑤ Responde razonadamente y pon dos ejemplos:

¿Cualquier número decimal es irracional?

No, pues los decimales exactos y periódicos se pueden poner como una fracción, luego son racionales : $1'3 = \frac{13}{10}$; $0'3 = \frac{1}{3}$

¿Cualquier número irracional es decimal?

Sí, con infinitas cifras decimales no periódicas

⑦ ¿Puede ser un número racional la suma de dos números irracionales?

Sí, ejemplo $\sqrt{31} + (4 - \sqrt{31}) = 4 \in \mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q}$,
y $\sqrt{31} \in \mathbb{I}$

$$4 - \sqrt{31} \in \mathbb{I}$$

⑨ Razona:

¿El producto de dos números irracionales es siempre irracional?

No, $\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{5^2} = 5$

¿La raíz cuadrada de un irracional puede ser racional? No; Supongamos

que sí, entonces $\sqrt{i} = \frac{a}{b}$; $i = \left(\frac{a^2}{b^2}\right) \in \mathbb{Q} !!$ pues i era irracional.

- 10) Indica el menor de los conjuntos $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ y $\mathbb{R}$ al que pertenecen los siguientes números.

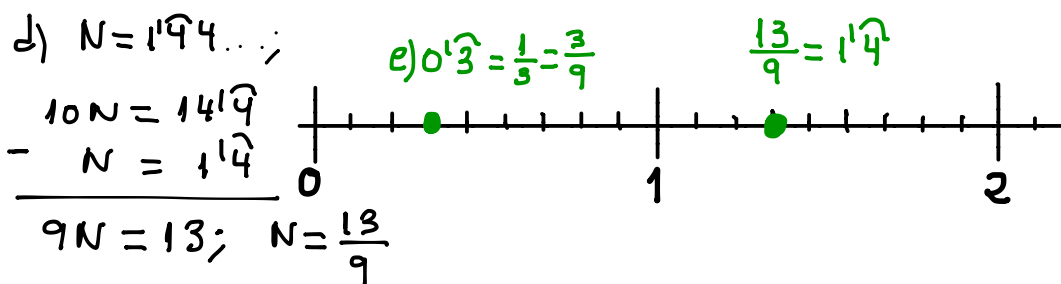
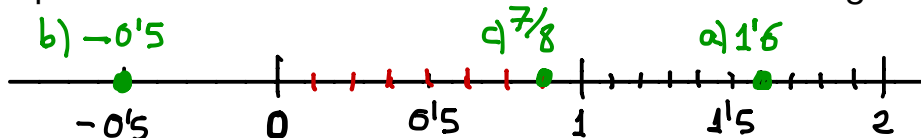
a) $\frac{5}{3} \in \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$; b) $-2 \in \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$; c) $1'35 \in \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

d) $2'1666... \in \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$; e) $\pi \in \mathbb{I} \subset \mathbb{R}$

- 12) Escribe:

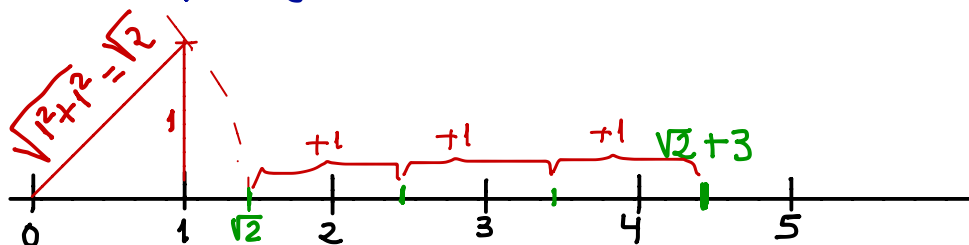
- a) Un número entero que no sea natural. $-10; 0$
 b) Un número racional que no sea entero. $\frac{3}{4}; 2'5$
 c) Un número real que no sea racional. $\pi, \sqrt{5}$
 d) Un número decimal que no sea racional. $3'1010010001...$
 e) Un número decimal que sea racional. $3'2555...$
 f) Un número real que no sea ni positivo ni negativo. 0

- 13) Representa en la recta real los números racionales siguientes:



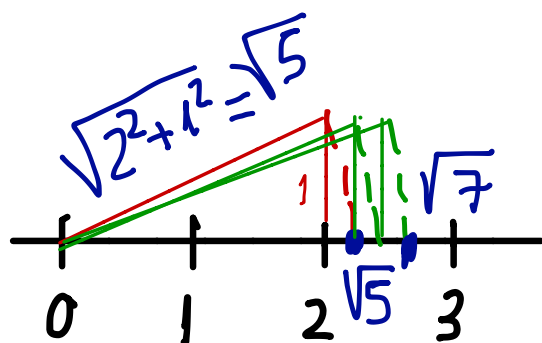
- 15) Calcula dos números decimales que aproximen $\sqrt{2} + 3$. y representa dicho número en la recta real

$\sqrt{2} = 1'4142135... \approx 1'414 \approx 1'41$



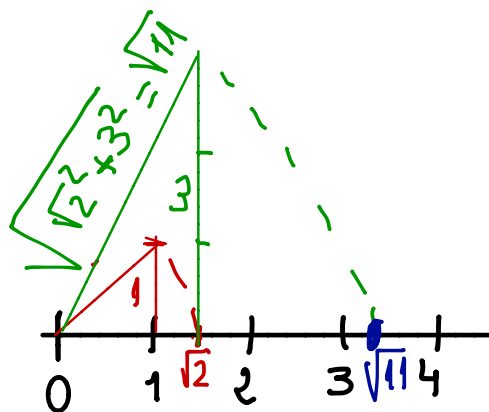
16. Representa:

a) $\sqrt{5} = \sqrt{2^2 + 1^2}$; b) $\sqrt{7}$;



c) $\sqrt{11} = \sqrt{3^2 + 2^2}$

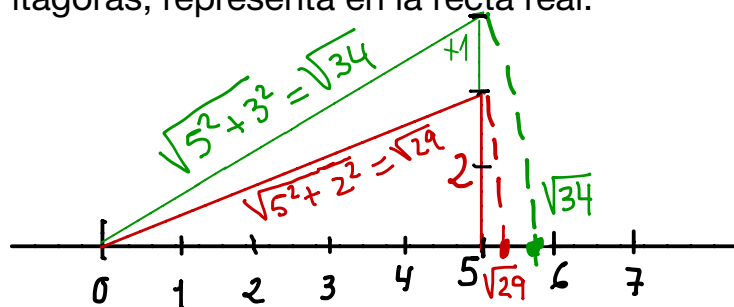
(También se puede hacer
 ④ $\sqrt{10} = \sqrt{3^2 + 1^2}$ y avanzar 1)



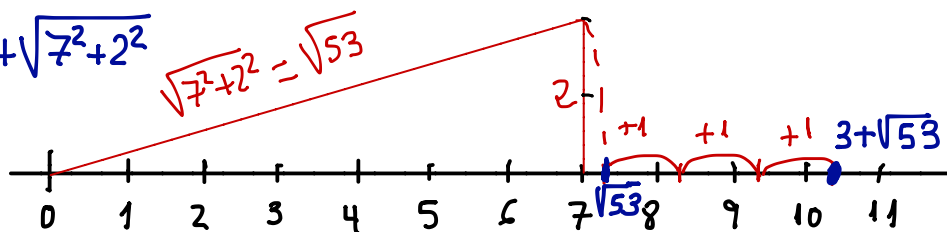
17. Utilizando el teorema de Pitágoras, representa en la recta real:

a) $\sqrt{29} = \sqrt{5^2 + 2^2}$

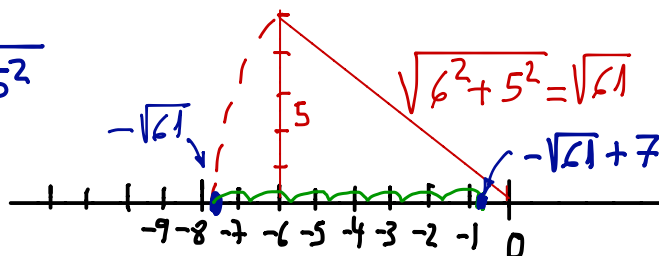
b) $\sqrt{34} = \sqrt{5^2 + 3^2}$



c) $3 + \sqrt{53} = 3 + \sqrt{7^2 + 2^2}$



d) $7 - \sqrt{61} = 7 - \sqrt{6^2 + 5^2}$



28. Calcula:

$$a) (-5)^3 = -125 \quad ; b) -2^5 = -32 \quad ; c) (-2^5)^3 = -32^3 = -32768$$

$$d) 2\pi + (3\sqrt{2})^4 = 2\pi + 3^4 \cdot 2^4 = 2\pi + 81 \cdot 4 = 2\pi + 324$$

29. Opera y expresa el resultado en notación científica:

$$a) \frac{5'8 \cdot 10^7 + 7'9 \cdot 10^8}{7'7 \cdot 10^{-13}} = \frac{5'8 \cdot 10^7 + 79 \cdot 10^7}{7'7 \cdot 10^{-13}} = \frac{(5'8 + 79) \cdot 10^7}{7'7 \cdot 10^{-13}} = \frac{84'8 \cdot 10^7}{7'7 \cdot 10^{-13}} = 11'012987... \cdot 10^{20} = 1'10129... \cdot 10^{21}$$

$$b) \frac{0'3 \cdot 2'7 \cdot 10^{-5}}{1'1 \cdot 10^{23}} = \left(\frac{0'3 \cdot 2'7}{1'1} \right) \cdot \left(\frac{10^{-5}}{10^{23}} \right) = 0'73636... \cdot 10^{-28} = 7'36... \cdot 10^{-29}$$

30. Calcula:

$$a) (-2)^5 + (-3)^4 - 3^3 - (-5)^3 = -32 + 81 - 27 - (-125) = -59 + 206 = 147$$

$$b) \left[\left(\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{2} \right) + \frac{1}{2^{-3}} \right]^{-1} : \left[\left(\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{2} \right)^{-3} + \frac{3^{-4}}{2^{-3}} \right] = \left[\frac{5}{9} + 2^3 \right]^{-1} : \left[\left(\frac{12}{15} \right)^{-3} + \frac{(2 \cdot 3)^3}{3^4} \right] = \left[\frac{5+72}{9} \right]^{-1} : \left[\frac{5^3}{4^3} + \frac{2^3}{3} \right] = \frac{9}{77} : \left[\frac{375+512}{192} \right] = \frac{9 \cdot 192}{77 \cdot 887} = \frac{1728}{68299}$$

31. Opera y simplifica:

$$a) \left(\frac{3}{4} - \frac{7}{5} \right)^{-2} \cdot \left(\frac{4}{5} \right)^{-2} = \left(\frac{15-28}{20} \right)^{-2} \cdot \left(\frac{5}{4} \right)^2 = \left(\frac{-13}{20} \right)^{-2} \cdot \frac{5^2}{4^2} = \frac{20^2}{13^2} \cdot \frac{5^2}{4^2} = \frac{5^4}{13^2} = \frac{625}{169}$$

$$b) \left[\left(\frac{7}{5} \right)^{-4} : \left(\frac{5}{7} \right)^4 \right]^{-7} = \left[\left(\frac{5}{7} \right)^4 : \left(\frac{5}{7} \right)^4 \right]^{-7} = 1^{-7} = 1$$

$$c) \left[\frac{2 - \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}}{\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} - \left(\frac{5}{2}\right)^{-1}} \right]^{-2} = \left[\frac{2 - 2^2}{\frac{3^2}{2^2} - \frac{2}{5}} \right]^{-2} = \left[\frac{-2}{\frac{45-8}{20}} \right]^{-2} = \left[\frac{-2}{\frac{37}{20}} \right]^{-2} = \left[\frac{-2 \cdot 20}{37} \right]^{-2} = \left(\frac{-40}{37} \right)^{-2} = \frac{37^2}{40^2} = \frac{1369}{1600}$$

$-2 : \frac{37}{20}$

$$d) \left[\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} - \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \right]^{-2} = \left[2^3 - \frac{3^2}{2^2} \right]^{-2} = \left(\frac{32-9}{4} \right)^{-2} = \left(\frac{23}{4} \right)^{-2} = \frac{4^2}{23^2} = \frac{16}{529}$$

$$e) \left(\frac{2}{3} - \frac{4}{7} \right)^{-2} : \left(\frac{2}{21} \right)^{-1} = \left(\frac{14-12}{21} \right)^{-2} : \frac{21}{2} = \left(\frac{2}{21} \right)^{-2} : \frac{21}{2} = \left(\frac{21}{2} \right)^2 : \frac{21}{2} = \frac{21}{2}$$

$$f) \left[\left(-\frac{2}{3} \right)^{-1} : \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}}{\left(\frac{2}{7}\right)^{-1} - 5} \right]^{-2} = \left(-\frac{3}{2} : \frac{2^3}{\frac{7}{2} - 5} \right)^{-2} = \left(-\frac{3}{2} : \frac{2^3}{-\frac{3}{2}} \right)^{-2} = \left[-\frac{3}{2} : \left(-\frac{2^4}{3} \right) \right]^{-2} = \left(\frac{3^2}{2^5} \right)^{-2} = \left(\frac{2^5}{3^2} \right)^2 = \frac{2^{10}}{3^4} = \frac{1024}{81}$$

97. Opera y simplifica:

$$a) \left[\frac{5}{2} - \left(\frac{3}{5}\right)^{-2} \right]^{-3} = \left[\frac{5}{2} - \frac{5^2}{3^2} \right]^{-3} = \left[\frac{45-50}{18} \right]^{-3} = \left(\frac{-5}{18} \right)^{-3} = -\frac{18^3}{5^3}$$

$$b) \left(\frac{3}{2} - \frac{2}{3} \right)^{-3} : \left(\frac{7}{2} \right)^{-1} = \left(\frac{9-4}{6} \right)^{-3} : \frac{2}{7} = \left(\frac{5}{6} \right)^{-3} : \frac{2}{7} = \frac{6^3}{5^3} : \frac{2}{7} = \frac{2^3 \cdot 3^3 \cdot 7}{5^3 \cdot 2} = \frac{2^2 \cdot 3^3 \cdot 7}{5^3}$$

98. Opera y simplifica:

$$a) \left[3 + \frac{\left(\frac{3}{5}\right)^{-1}}{\left(\frac{2}{3}\right)^2} \right]^{-1} = \left[3 + \frac{5}{3} : \frac{2^2}{3^2} \right]^{-1} = \left[3 + \frac{5 \cdot 3^2}{3 \cdot 2^2} \right]^{-1} = \left[3 + \frac{5 \cdot 3}{4} \right]^{-1} = \left[\frac{12+15}{4} \right]^{-1} = \left[\frac{27}{4} \right]^{-1} = \frac{4}{27}$$

$$b) \frac{\left(\frac{3}{2}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-3}}{3^{-1} : 2^2} = \frac{\left(\frac{3}{2}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^3}{\frac{1}{3 \cdot 2^2}} = \frac{3}{2} : \frac{1}{3 \cdot 2^2} = \frac{3^2 \cdot 2^2}{2} = 3^2 \cdot 2 = 18$$

$$\frac{1}{3} : 2^2 = \frac{1}{3 \cdot 2^2}$$

$$c) \left[\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} - \frac{3}{2} \right]^{-2} : \left(\frac{27}{4} \right)^{-1} = \left[3^2 - \frac{3}{2} \right]^{-2} : \frac{4}{27} = \left(\frac{15}{2} \right)^{-2} : \frac{4}{27} = \left(\frac{2}{15} \right)^2 : \frac{4}{27} = \frac{2^2 \cdot 3^3}{3^2 \cdot 5^2 \cdot 4} = \frac{3}{5^2}$$

$$d) \left(\frac{2}{x}\right)^{-2} : \left(\frac{1}{x^{-2}}\right)^{-2} = \frac{x^2}{2^2} : (x^2)^{-2} = \frac{x^2}{4} : x^{-4} = \frac{x^2}{4} : \frac{1}{x^4} = \left(\frac{x^6}{4}\right)$$

99. Opera y simplifica:

$$a) \left(3 - \frac{2}{3}\right)^{-2} : \left(\frac{7}{2}\right)^{-1} = \left(\frac{7}{3}\right)^{-2} : \left(\frac{7}{2}\right)^{-1} = \frac{3^2}{7^2} : \frac{2}{7} = \frac{3^2 \cdot 7}{2 \cdot 7^2} = \left(\frac{9}{14}\right)$$

$$b) \frac{1 + \left(3 - \frac{7}{3}\right)^{-2} : \left(\frac{5}{2}\right)^{-1}}{\left(\frac{7}{6} + \frac{2}{3}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}} = \frac{1 + \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} : \frac{2}{5}}{\left(\frac{11}{6}\right)^{-1} + 2^2} = \frac{1 + \frac{3^2}{2^2} : \frac{2}{5}}{\frac{6}{11} + 2^2} = \frac{1 + \frac{5 \cdot 3^2}{2^3}}{\frac{50}{11}} =$$

$$= \frac{\frac{8 + 45}{2^3}}{\frac{50}{11}} = \frac{53}{8} : \frac{50}{11} = \frac{53 \cdot 11}{8 \cdot 50} = \left(\frac{583}{400}\right)$$

$$c) \left[3 - \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} - \left(\frac{2}{3}\right)^2\right]^{-1} = \left[3 - 2^2 - \frac{2^2}{3^2}\right]^{-1} = \left[\frac{27 - 36 - 4}{9}\right]^{-1} = \left(-\frac{13}{9}\right)^{-1} = \left(-\frac{9}{13}\right)$$

$$d) \left[\frac{\left(1 - \frac{2}{5}\right)^{-3} : \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}}{\left(\frac{5}{6} : \frac{5}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}}\right]^{-3} = \left[\frac{\left(\frac{3}{5}\right)^{-3} : 3}{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2}\right]^{-3} = \left[\frac{\left(\frac{5}{3}\right)^3 : 3}{\frac{1 + 3^2}{2^2}}\right]^{-3} = \left[\frac{\frac{5^3}{3^4}}{\frac{10}{4}}\right]^{-3} =$$

$$= \left[\frac{5^3 : 5}{3^4 : 2}\right]^{-3} = \left[\frac{5^3 \cdot 2}{3^4 \cdot 5}\right]^{-3} = \left[\frac{5^2 \cdot 2}{3^4}\right]^{-3} = \left(\frac{3^4}{5^2 \cdot 2}\right)^3 = \left(\frac{3^{12}}{5^6 \cdot 2^3}\right)$$

100. Opera y expresa el resultado en notación científica:

Para sumar y restar necesito misma potencia de base 10

$$a) 2'34 \cdot 10^{-8} + 3'72 \cdot 10^{-9} = 2'34 \cdot 10^{-8} + 0'372 \cdot 10^{-8} = (2'34 + 0'372) \cdot 10^{-8} = \boxed{2'712 \cdot 10^{-8}}$$

$$b) 4'01 \cdot 10^{-23} - 3'72 \cdot 10^{-21} = 0'0401 \cdot 10^{-21} - 3'72 \cdot 10^{-21} = (0'0401 - 3'72) \cdot 10^{-21} = \boxed{-3'6799 \cdot 10^{-21}}$$

$$c) (2'3 \cdot 10^{-9}) : (3'9 \cdot 10^7) = \frac{2'3 \cdot 10^{-9}}{3'9 \cdot 10^7} = 0'58974 \cdot 10^{-16} = \boxed{5'8974 \cdot 10^{-17}}$$

$$d) (2'3 \cdot 10^{-9}) \cdot (3'9 \cdot 10^7) \cdot 2 = 2'3 \cdot 3'9 \cdot 2 \cdot 10^{-9} \cdot 10^7 = 17'94 \cdot 10^{-2} = \boxed{1'794 \cdot 10^{-1}}$$