

EJERCICIOS

- 1.- Sabiendo que $\operatorname{sen} a = \frac{4}{5}$, $a < \frac{p}{2}$, halla las razones trigonométricas de $2a$ y $a/2$.
- 2.- Sabiendo que $\operatorname{tg} \alpha = 1/2$, halla $\operatorname{tg}(\alpha + 45^\circ)$ y $\operatorname{tg}(45^\circ - \alpha)$.
- 3.- Sabiendo que $\operatorname{tg} a = -\frac{3}{4}$ y que $\cos a < 0$, calcular:
a) $\operatorname{tg}\left(\frac{a}{2}\right)$ b) $\cot g\left(\frac{p}{4} + a\right)$
- 4.- Sabiendo que $\sec a = -2$, $\frac{3p}{2} < a < 2p$, calcular:
a) $\operatorname{sen} 2a$ b) $\cos\left(\frac{a}{2}\right)$ c) $\operatorname{sen}(a - 30^\circ)$ d) $\operatorname{tg}\left(a + \frac{p}{3}\right)$ e) $\operatorname{cosec}(a + 1650^\circ)$
- 5.- Si $\operatorname{sen} a = \frac{4}{5}$, $0 < a < \frac{p}{2}$, $\operatorname{sen} b = \frac{3}{5}$, $\frac{p}{2} < b < p$, calcular:
a) $\cos(a - b)$ b) $\operatorname{sen}(2b)$ c) $\operatorname{tg}\left(\frac{a}{2} + b\right)$
- 6.- Calcula $\cos(a - b)$ sabiendo que $\operatorname{sen} a = \frac{4}{5}$ y $\operatorname{sen} b = \frac{12}{13}$ y que α y β son ángulos del mismo cuadrante
- 7.- Si $\operatorname{tg} a = -2$, calcula $\operatorname{sen} 4a$ y $\cos 4a$
- 8.- Dos ángulos agudos α y β verifican que $7\operatorname{tg} a = 1$, $10\operatorname{sen}^2 b = 1$
a) ¿Cuál de los dos ángulos es mayor?
b) Calcula $\operatorname{tg}(a + 2b)$
c) Indica razonadamente cuál es el ángulo $a + 2b$
- 9.- Sabiendo que α es un ángulo del primer cuadrante y que $\operatorname{sen} \frac{a}{2} = \frac{1}{3}$, calcular el valor de la tangente de α
- 10.- Simplifica las siguientes expresiones:
a) $\frac{\operatorname{sen} 2a}{1 - \cos^2 a}$ b) $\frac{\operatorname{sen} a + \cos a}{\sqrt{2} \cos\left(\frac{p}{4} - a\right)}$ c) $\operatorname{sen} 2a \cdot \cos a + \operatorname{sen} a \cdot \cos 2a$

10.- Demuestra las siguientes identidades trigonométricas:

$$a) \frac{\cos^2 a}{1 + \operatorname{sen} a} = 1 - \operatorname{sen} a$$

$$b) (\operatorname{sen} a - \cos a)^2 + (\operatorname{sen} a + \cos a)^2 = 2$$

$$c) \operatorname{tg} \left(\frac{p}{4} + a \right) \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{p}{4} - a \right) = 1$$

$$d) 1 + \operatorname{sen}(2a) = (\operatorname{sen} a + \cos a)^2$$

$$e) \operatorname{sen}(a+b) \cdot \operatorname{sen}(a-b) = \cos^2 b - \cos^2 a$$

$$f) \left(\operatorname{sen} \frac{a}{2} + \cos \frac{a}{2} \right)^2 = 1 + \operatorname{sen} a$$

$$g) \operatorname{tg} \left(\frac{p}{4} + a \right) - \operatorname{tg} \left(\frac{p}{4} - a \right) = 2 \operatorname{tg} a$$

$$h) 2 \cos \left(\frac{p}{4} + a \right) \cdot \cos \left(\frac{p}{4} - a \right) = \cos 2a$$

$$i) \cos^2 \left(\frac{a-b}{2} \right) - \cos^2 \left(\frac{a+b}{2} \right) = \operatorname{sen} a \cdot \operatorname{sen} b$$

$$j) \operatorname{sen} a = \frac{2 \operatorname{tg} \left(\frac{a}{2} \right)}{1 + \operatorname{tg}^2 \left(\frac{a}{2} \right)}$$

11.- Resuelve las ecuaciones:

$$a) \operatorname{tg} x = \sqrt{2} \cos x$$

$$b) 3 \cos x = 2 \sec x - \frac{5}{2}$$

$$c) \frac{\cos x}{\operatorname{tg} x} = \frac{3}{2}$$

$$d) 6 \cos^2 x + 6 \operatorname{sen}^2 x = 5 + \operatorname{sen} x$$

$$e) \operatorname{sen} x - 2 \cos(2x) = -\frac{1}{2}$$

$$f) 4 \operatorname{sen} \left(\frac{x}{2} \right) + 2 \cos x = 3$$

$$g) 6 \cos^2 x + \cos(2x) = 5$$

$$h) 1 + \cos x + \cos(2x) = 0$$

$$i) \frac{1}{\cos x} = \operatorname{sen} x + \cos x$$

$$j) \operatorname{tg} \left(\frac{p}{4} + x \right) - 3 \operatorname{tg} x = 2$$

$$k) \cos x - \frac{2 \operatorname{tg} x}{1 + \operatorname{tg}^2 x} = 0$$

$$l) \cos^2 \frac{x}{2} + \cos x = \frac{1}{2}$$

$$ll) \operatorname{sen} x - \sqrt{3} \cos x = 2$$

$$m) \operatorname{tg} \left(4x - \frac{p}{4} \right) = -1$$

$$n) \operatorname{tg} 2x + \operatorname{tg} x = 0$$

12.- Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones:

$$a) \begin{cases} \operatorname{sen} x + \operatorname{sen} y = 1 \\ \operatorname{sen} x - \operatorname{sen} y = 1 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} \cos x + \operatorname{sen} y = \frac{3}{2} \\ y - x = \frac{p}{6} \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} \frac{\operatorname{sen} x}{\operatorname{sen} y} = 2 \\ x - y = \frac{p}{3} \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} x - 2y = 0 \\ \cos x + \operatorname{sen} y = 1 \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} \operatorname{sen} x + \cos y = 1 \\ x + y = \frac{p}{2} \end{cases}$$

$$f) \begin{cases} \operatorname{sen}^2 x - \cos^2 y = \frac{1}{2} \\ \cos^2 x - \cos^2 y = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$g) \begin{cases} \operatorname{sen} x + \operatorname{sen} y = \frac{3}{2} \\ x + y = 120^\circ \end{cases}$$

$$h) \begin{cases} \operatorname{sen} x + \operatorname{sen} y = \frac{3}{2} \\ \cos \left(\frac{x-y}{2} \right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

13.- Responde razonadamente y sin usar la calculadora a las siguientes cuestiones:

- a) ¿Es posible que un ángulo tenga igual secante que cosecante?
- b) Si $\operatorname{sen}\alpha = 1'25$, ¿cuánto vale $\cos(2\alpha)$?
- c) Si un ángulo mide $1'5$ radianes, ¿es agudo, obtuso o recto?
- d) ¿Es cierto que $\operatorname{sen}(12\pi - a) = \operatorname{sen}a$?
- e) Si un ángulo α pertenece al tercer cuadrante, ¿en qué cuadrante están $\frac{a}{2}$ y $2a$?
- f) ¿Es cierto siempre que $\operatorname{sen}a + \operatorname{sen}b = \operatorname{sen}(a + b)$?
- g) Como $\operatorname{sen}(2a) = 2\operatorname{sen}a \cdot \cos a$, entonces ¿ $\operatorname{cosec}(2a) = 2\operatorname{cosec}a \cdot \sec a$?

Soluciones:

1.- $\sin(2\alpha)=24/25$, $\cos(2\alpha)=-7/25$; $\sin(\alpha/2)=\frac{\sqrt{5}}{5}$, $\cos(\alpha/2)=\frac{2\sqrt{5}}{5}$

2.- 3; $1/3$

3.- 3; 7

4.- a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ b) $-\frac{1}{2}$ c) $-\frac{1}{2}$ d) $-\sqrt{3}$ e) 1

5.- a) 0 b) $-\frac{24}{25}$ c) $-\frac{2}{11}$

6.- $\frac{63}{65}$

7.- $\frac{24}{25}$; $-\frac{7}{25}$

8.- a) β b) 1 c) 45°

9.- $\frac{4\sqrt{2}}{7}$

10.- a) $2 \cot \alpha$ b) 1 c) $\sec \alpha$

11.- a) 45, 135 b) 60, 300 c) 30, 150 d) 90 e) 30, 150, 228 y 312 (aprox.)

f) 60, 300 g) 30, 150, 210 y 330 h) 90, 120, 240 y 270

i) 0, 45, 135, 180, 225, 315 j) 30, 150, 210 y 330 k) 30, 150

l) 90, 270 ll) 150 m) 45, 90 n) 0, 180, 30, 150, 210 y 330

12.- a) (90,0) b) (0,30), (60,90) c) (30,90) d) (60,30)

e) (30,60) f) (90,45) g) (30,90), (90,30) h) (90,30)