

# UNIDAD 3. POLÍGONOS REGULARES.

## OBJETIVOS

- Conocer las características y las propiedades de los polígonos regulares.
- Determinar los puntos y rectas notables de un triángulo.
- Construir polígonos inscritos en una circunferencia.
- Construir polígonos dado el lado.
- Conocer los fundamentos de los polígonos estrellados y su forma de construcción.

## ORGANIZACIÓN DE LOS CONTENIDOS

### 1. POLÍGONOS.

- 1.1. Elementos de un polígono.
- 1.2. Clasificación.
- 1.3. Propiedades.

### 2. PUNTOS NOTABLES DE UN TRIÁNGULO.

- 2.1. Circuncentro.
- 2.2. Incentro.
- 2.3. Baricentro.
- 2.4. Ortocentro.

### 3. CONSTRUCCIÓN DE POLÍGONOS REGULARES.

- 3.1. Inscritos en una circunferencia.
- 3.2. Dado el lado.

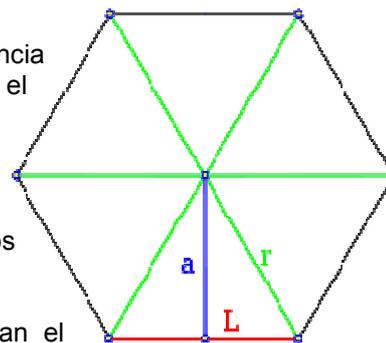
### 4. POLÍGONOS REGULARES ESTRELLADOS.

- 4.1. Propiedades.
- 4.2. Construcción.
- 4.3. Presencia de las estrellas en la vida cotidiana.



# 1. POLÍGONOS.

Se denomina **polígono** a la figura plana compuesta por una secuencia finita de segmentos rectos consecutivos que cierran una región en el espacio.



## 1.1. Elementos de un polígono.

En un polígono se pueden distinguir los siguientes elementos geométricos:

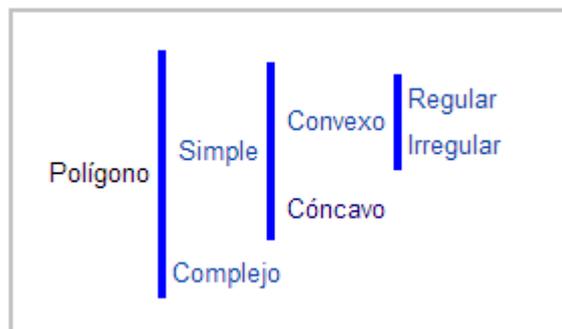
- **Lado (L):** es cada uno de los segmentos que conforman el polígono.
- **Vértice (V):** es el punto de intersección de dos lados consecutivos.
- **Diagonal (D):** es el segmento que une dos vértices no continuos.
- **Perímetro (P):** es la suma de las longitudes de todos los lados del polígono.
- **Ángulo interior (AI):** es el ángulo formado internamente por dos los lados consecutivos.
- **Ángulo exterior (AE):** es el formado por un lado y la prolongación de un lado consecutivo.
- **Contorno:** conjunto de los lados de un polígono.

En un **polígono regular** se puede distinguir, además:

- **Centro (C):** es el punto equidistante de todos los vértices y lados.
- **Ángulo central (AC):** es el formado por dos segmentos de recta que parten del centro a los extremos de un lado.
- **Apotema (a):** es el segmento que une el centro del polígono con el centro de un lado; es perpendicular a dicho lado.

## 1.2. Clasificación.

Los polígonos se clasifican por el número de sus lados según la tabla adjunta, o bien por la forma de su contorno.



**Clasificación de polígonos según el número de lados**

Nombre	nº lados
triángulo	3
cuadrilátero	4
pentágono	5
hexágono	6
heptágono	7
octágono	8
eneágono	9
decágono	10
endecágono	11
dodecágono	12
tridecágono	13
tetradecágono	14
pentadecágono	15
hexadecágono	16
heptadecágono	17

octodecágono	18
eneadecágono	19
isodécágono	20
triacontágono	30
tetracontágono	40
pentacontágono	50
hexacontágono	60
heptacontágono	70
octocontágono	80
eneacontágono	90
hectágono	100
chiliágono	1.000
miriágono	10.000
decemiriágono	100.000
megágono	1.000.000

Un polígono, por la forma de su contorno, se denomina:

- **Simple**, si ningún par de aristas no consecutivas se corta.
- **Complejo**, si dos de sus aristas no consecutivas se intersecan.
- **Convexo**, si al atravesarlo una recta lo corta en un máximo de dos puntos, es el que tiene todos sus ángulos menores que 180°.
- **Cóncavo**, si al atravesarlo una recta puede cortarlo en más de dos puntos; es el que tiene uno o varios ángulos mayores que 180°.
- **Equilátero**, si tiene todos sus lados iguales.
- **Equiángulo**, si tiene todos sus ángulos iguales.
- **Regular**, si es equilátero y equiángulo a la vez.
- **Irregular**, si tiene sus ángulos y lados desiguales.
- **Estrellado**, si se construye a partir de trazar diagonales en polígonos regulares. Se obtienen diferentes construcciones dependiendo de la unión de los vértices: de dos en dos, de tres en tres, etc.

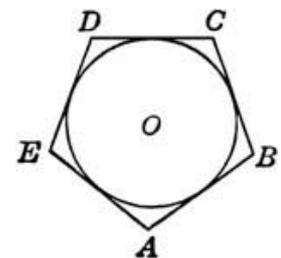
### 1.3. Propiedades.

- La **diagonal** de un polígono convexo es el segmento que une dos vértices no consecutivos. El número de diagonales totales viene

$$N_d = \frac{n(n-3)}{2}$$

dado por  $\frac{n(n-3)}{2}$ , en un polígono de n lados.

- Un polígono **circunscrito** a una circunferencia tiene todos sus lados tangentes a dicha circunferencia. En un polígono regular siempre existe una circunferencia



## 2. PUNTOS NOTABLES DE UN TRIÁNGULO.

### 2.1. Circuncentro.

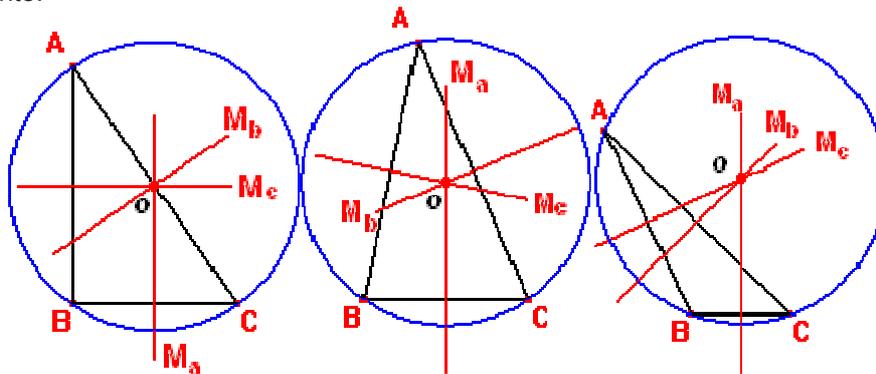
Cualquier punto de la mediatriz de un lado de un triángulo equidista de los vértices que definen dicho lado. Luego si llamamos  $O$  al punto de intersección de las mediatrices de los lados  $AB$  y  $BC$ , por la propiedad anterior, el punto  $O$  equidista de los vértices  $A$  y  $B$  (por estar en la mediatriz de  $AB$ ) y de los vértices  $B$  y  $C$  (por estar en la mediatriz de  $BC$ ). Luego equidista de  $A$ ,  $B$  y  $C$ .

Al equidistar de los tres vértices del triángulo, en particular, equidista de  $A$  y  $C$ , lo que demuestra que también estará en la mediatriz del lado  $AC$  y, además, será el centro de una circunferencia que pasa por los tres vértices del triángulo.

Se concluye que:

1. Las tres mediatrices de un triángulo se cortan en un ÚNICO punto, que denotaremos por  $O$ , y que recibe el nombre de **CIRCUNCENTRO**.
2. El punto de corte de las tres mediatrices es el CENTRO de una circunferencia que pasa por los tres vértices del triángulo, que llamaremos **circunferencia circunscrita**.

Observa el circuncentro en los casos de que el triángulo sea rectángulo, acutángulo u obtusángulo, respectivamente.



**Propiedad:**

- "El Circuncentro de un triángulo rectángulo es el punto medio de la hipotenusa"
- "El Circuncentro de un triángulo acutángulo está en el interior del triángulo"
- "El Circuncentro de un triángulo obtusángulo está en el exterior del triángulo"

### 2.2. Incentro.

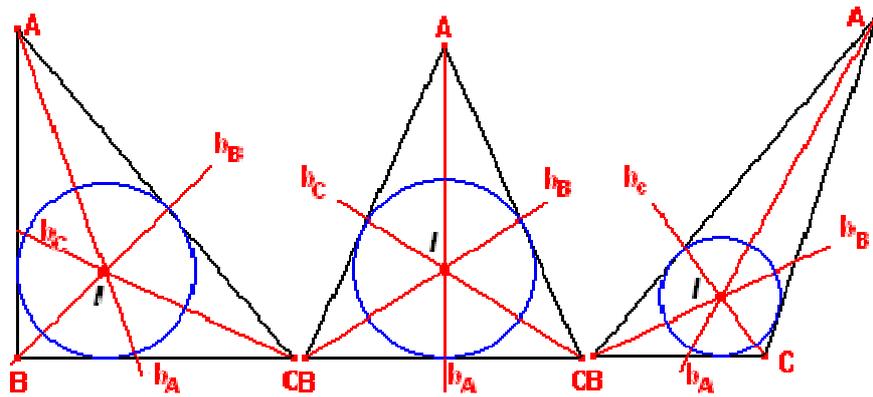
Cualquier punto de la bisectriz de un ángulo de un triángulo equidista de los lados que definen dicho ángulo. Luego si llamamos  $I$  al punto de intersección de las bisectrices de los ángulos  $A$  y  $B$ , por la propiedad anterior, el punto  $I$  equidista de los lados  $AB$  y  $AC$  (por estar en la bisectriz de  $A$ ) y de los lados  $AB$  y  $BC$  (por estar en la bisectriz de  $B$ ). Luego equidista de los lados  $AB$ ,  $BC$  y  $CA$ .

Al equidistar de los tres lados del triángulo, en particular, equidista de  $CA$  y  $CB$ , lo que demuestra que también estará en la bisectriz del ángulo  $C$  y, además, será el centro de una circunferencia que es tangente a los tres lados del triángulo.

Se concluye que:

1. Las tres bisectrices de un triángulo se cortan en un ÚNICO punto, que denotaremos por  $I$ , y que recibe el nombre de **INCENTRO**.
2. El punto de corte de las tres bisectrices es el CENTRO de una circunferencia tangente a los tres lados del triángulo, que llamaremos **circunferencia inscrita**.

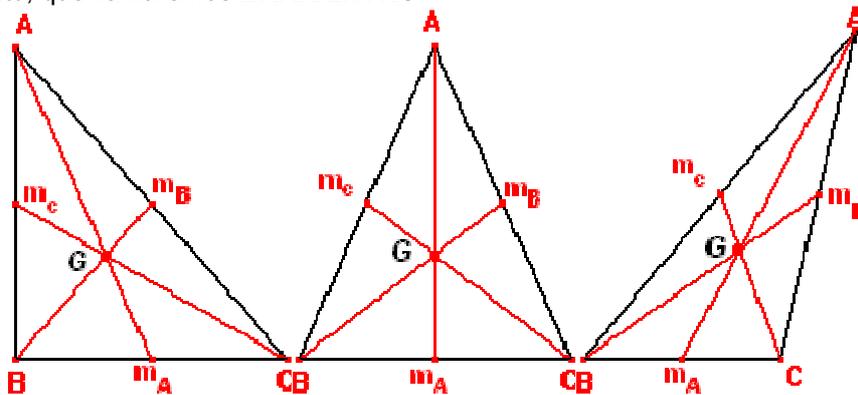
Observa el incentro en los casos de que el triángulo sea rectángulo, acutángulo u obtusángulo, respectivamente.

**Propiedad:**

- "El incentro de un triángulo cualquiera está siempre en el interior del triángulo"

**2.3. Baricentro o centro de gravedad.**

Las tres medianas de un triángulo, al igual que ocurría con las mediatrices y bisectrices, se cortan en un ÚNICO punto, que llamaremos **BARICENTRO**.

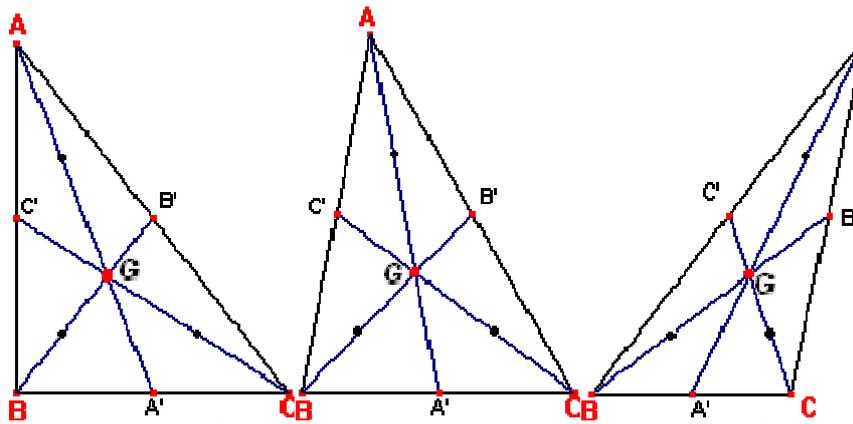


Como puedes ver en los dibujos anteriores, no hay diferencias significativas en la situación del baricentro, dependiendo del tipo de triángulo (rectángulo, acutángulo u obtusángulo). En cualquier triángulo, el baricentro siempre es interior al mismo, más aún, es el centro de gravedad del triángulo y se denotará por **G**.

**Propiedad 13:**

- "El baricentro de un triángulo, es un punto interior al mismo, que dista el doble de cada vértice que del punto medio de su lado opuesto"

Sin entrar en la demostración, que se sale fuera de los objetivos de este curso, sí que lo veremos gráficamente en los tres casos: triángulos rectángulos, acutángulos y obtusángulos, respectivamente.



Se han denotado por A', B', C', los puntos medios de los lados "a" =BC, "b" =AC y "c" =AB, respectivamente, y se ha señalado el punto medio de las distancias del baricentro a cada vértice, mediante un punto negro sin etiquetar.

A la vista de lo anterior, se observa que:

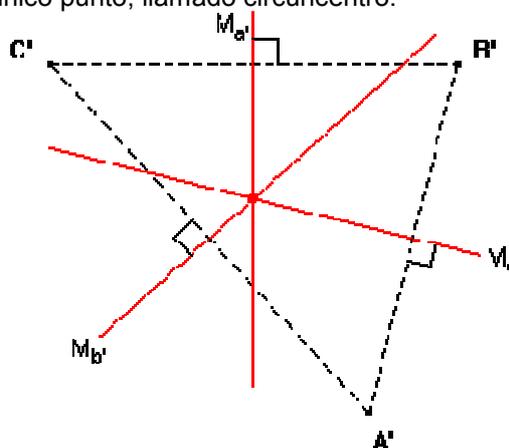
$GA = 2 \cdot GA'$  (la distancia de Baricentro al vértice A es igual a dos veces la distancia del baricentro al punto medio del lado "a"=BC)

$GB = 2 \cdot GB'$  (la distancia de Baricentro al vértice B es igual a dos veces la distancia del baricentro al punto medio del lado "b"=AC )

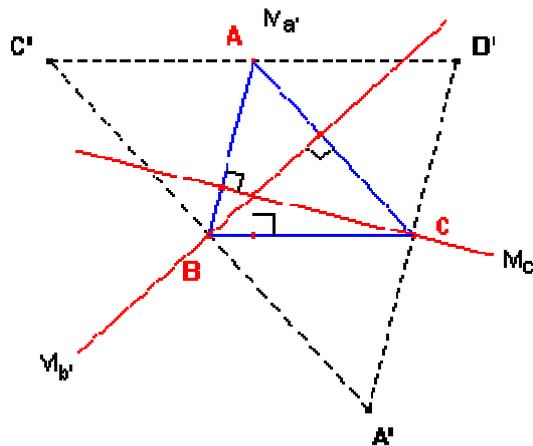
$GC = 2 \cdot GC'$  (la distancia de Baricentro al vértice C es igual a dos veces la distancia del baricentro al punto medio del lado "c"=AB )

### 2.4. Ortocentro

Consideremos un triángulo de vértices A', B' y C'. Ya demostramos que las mediatrices de dicho triángulo se cortaban en un único punto, llamado circuncentro.

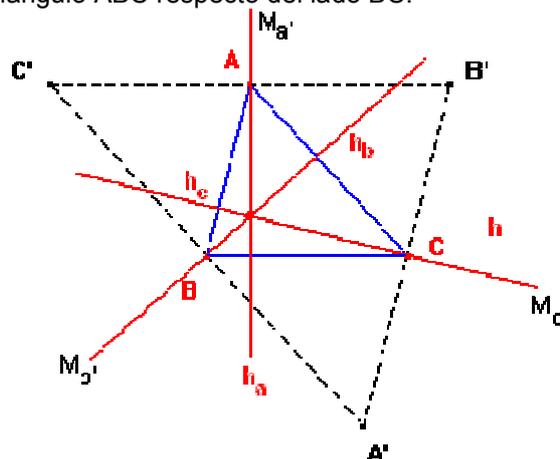


Ahora bien, si llamas A, B y C a los puntos medios de los lados B'C', A'C' y A'B', respectivamente, y consideras el triángulo ABC. Podemos comprobar lo siguiente:



1. Los lados de los triángulos ABC y A'B'C', son respectivamente paralelos.
2. La mediatriz del lado A'B' es la perpendicular a A'B' que pasa por su punto medio (C), luego será también perpendicular a AB (por ser paralelo a A'B'). Así pues, considerando el triángulo ABC, dicha recta es perpendicular a AB pasando el vértice C, o lo que es lo mismo, es la altura del triángulo ABC respecto del lado AB.

Análogo razonamiento nos lleva a deducir que la mediatriz del lado A'C' del triángulo A'B'C', coincide con la altura del triángulo ABC respecto del lado AC. Y, la mediatriz del lado B'C' del triángulo A'B'C', coincide con la altura del triángulo ABC respecto del lado BC.

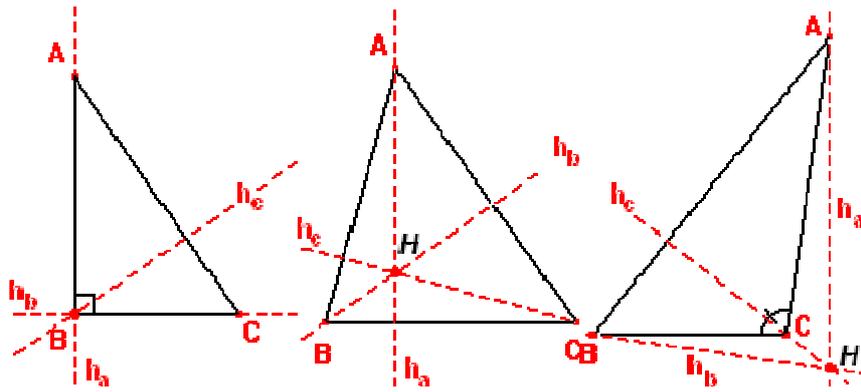


Las alturas del triángulo ABC, son las mediatrices del A'B'C', y como las mediatrices de cualquier triángulo se cortaban en un único punto, podemos deducir:

1. Las alturas de cualquier triángulo se cortan en un único punto, que llamaremos **ORTOCENTRO**, y que denotaremos por **H**.
2. Además, el ortocentro de este triángulo coincide con el circuncentro de un triángulo semejante al dado, y que tiene los vértices del primero como puntos medios de sus lados.

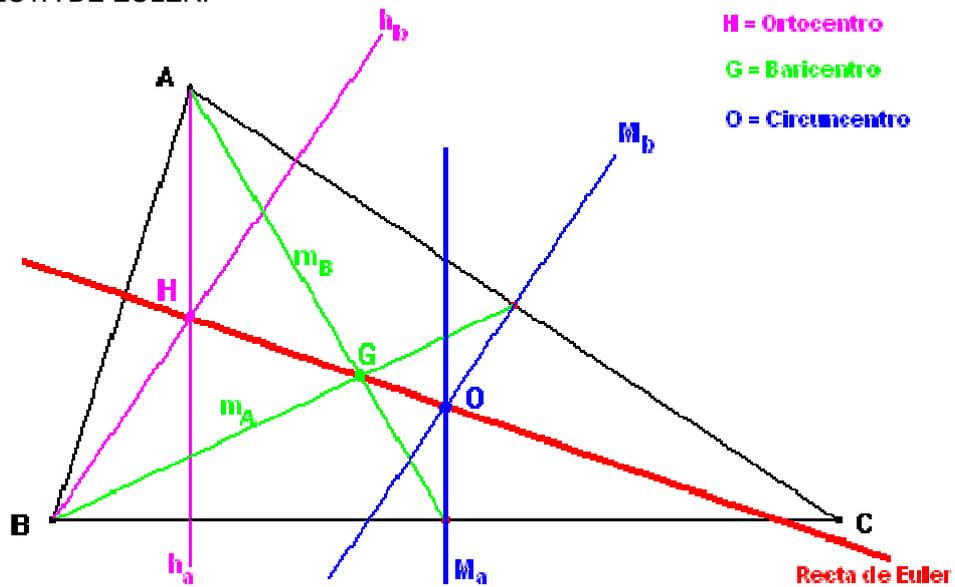
### Propiedad

- "El Ortocentro de un triángulo rectángulo es el vértice correspondiente al ángulo recto"
- "El Ortocentro de un triángulo acutángulo está en el interior del triángulo"
- "El Ortocentro de un triángulo obtusángulo está en el exterior del triángulo"



**Propiedad:**

- El Ortocentro, Baricentro y Circuncentro están siempre ALINEADOS.
- El baricentro está ENTRE el ortocentro y circuncentro.
- La distancia del baricentro al circuncentro es la mitad que la distancia del baricentro al ortocentro.
- La recta que pasa por los tres puntos citados (Ortocentro, Baricentro y Circuncentro) se llama RECTA DE EULER.



### 3. CONSTRUCCIÓN DE POLÍGONOS REGULARES.

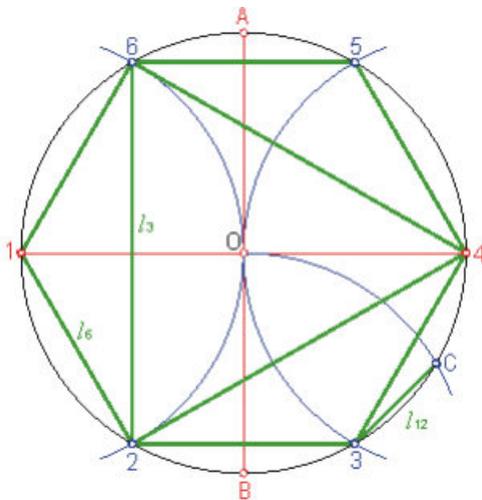
#### 3.1. Dada la circunferencia circunscrita o inscritos en una circunferencia.

La construcción de polígonos inscritos en una circunferencia dada, se basan en la división de dicha circunferencia en un número partes iguales. En ocasiones, el trazado pasa por la obtención de la cuerda correspondiente a cada uno de esos arcos, es decir el lado del polígono, y otras ocasiones pasa por la obtención del ángulo central del polígono correspondiente.

Cuando en una construcción obtenemos el lado del polígono, y hemos de llevarlo sucesivas veces a lo largo de la circunferencia, se aconseja no llevar todos los lados sucesivamente en un solo sentido de la circunferencia, sino, que partiendo de un vértice se lleve la mitad de los lados en una dirección y la otra mitad en sentido contrario, con objeto de minimizar los errores de construcción, inherentes al instrumental o al procedimiento.

##### 3.1.1. Triángulo (3), hexágono (6), dodecágono (12),... (Construcción exacta).

- Sobre la circunferencia de centro O se trazan dos diámetros perpendiculares.



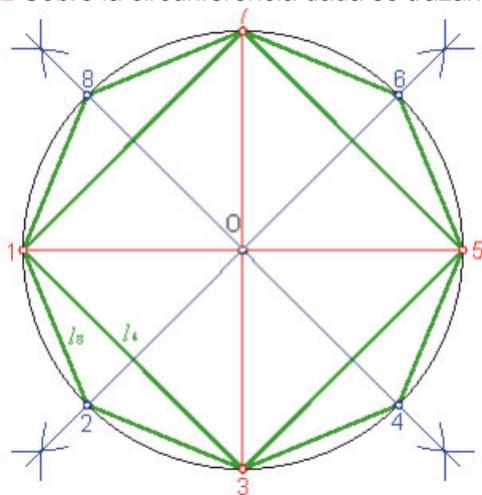
- Estos diámetros determinan los puntos A-B y 1-4. Con centro en 1 y 4 se trazan dos arcos de radio igual al de la circunferencia dada que determinan los puntos 2, 6, 3 y 5.

Con centro en B se traza un arco del mismo radio, que determina el punto C sobre la circunferencia dada.

- Uniendo los puntos 2, 4 y 6, se obtiene el triángulo inscrito. Uniendo los puntos 1, 2, 3, 4, 5 y 6, se obtiene el hexágono inscrito. Por último, uniendo los puntos 3 y C, se obtiene el lado del dodecágono inscrito; para su total construcción se lleva este lado 12 veces sobre la circunferencia.

##### 3.1.2. Cuadrado (4), octágono (8), hexadecágono (16),... (Construcción exacta).

- Sobre la circunferencia dada se trazan dos diámetros perpendiculares.



- Éstos diámetros determinan sobre la circunferencia dada los puntos 1-5 y 3-7.

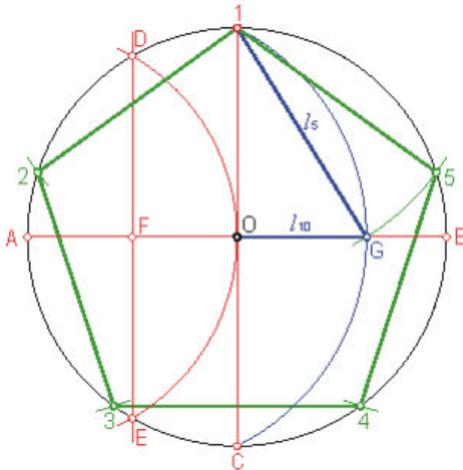
Se trazan las bisectrices de los cuatro ángulos de  $90^\circ$ , formados por las diagonales trazadas, dichas bisectrices determinan sobre la circunferencia los puntos 2, 4, 6 y 8.

- Uniendo los puntos 1, 3, 5 y 7, se obtiene el cuadrado inscrito. Y uniendo los puntos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 y 8, se obtiene el octógono inscrito.

**NOTA:** De esta construcción se puede deducir, la forma de construir un polígono de doble número de lados que uno dado. Sólo se tiene que trazar las bisectrices de los ángulos centrales del polígono dado, y éstas determinan, sobre la circunferencia circunscrita, los vértices necesarios para la construcción.

##### 3.1.3. Pentágono (5), decágono (10), icoságono (20),... (Construcción exacta).

- Sobre la circunferencia de centro O se trazan dos diámetros perpendiculares.



■ Éstos determinan los puntos A-B y 1-C. Con centro en A y radio r se traza un arco que determina los puntos D y E sobre la circunferencia.

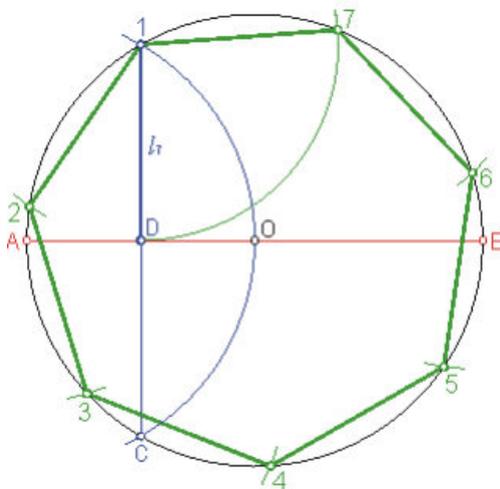
Uniendo dichos puntos se obtiene el punto F, mediatriz del segmento AO. Con centro en F se traza un arco de radio F1, que determina el punto G sobre el diámetro AB.

El segmento 1G es el lado de pentágono inscrito, mientras que el segmento OG es el lado del decágono inscrito.

■ Para la construcción del pentágono y el decágono, se lleva 5 y 10 veces sobre la circunferencia la longitud del lado obtenido, respectivamente.

### 3.1.4. Heptágono (7), tetradecágono (14),... (Construcción aproximada).

■ Se traza una diagonal de la circunferencia dada que determina los puntos A y B.



■ Con centro en A, se traza el arco de radio AO, que determina, sobre la circunferencia, los puntos 1 y C.

Uniendo dichos puntos se obtiene el punto D, punto medio del radio AO. En el segmento 1D se ha obtenido el lado del heptágono inscrito.

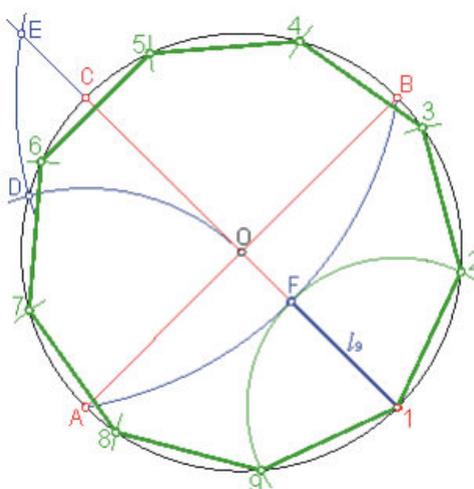
■ Para la construcción del heptágono se lleva 7 veces sobre la circunferencia la longitud del lado obtenido. Para minimizar los errores de construcción, se lleva dicho lado tres veces en cada sentido de la circunferencia.

Si se trazan las mediatrices de los lados del polígono, éstas cortan a la circunferencia en una serie de puntos que unidos a los vértices anteriores permiten obtener un polígono con el doble de lados, es decir, 14 (tetradecágono).

**NOTA:** Como puede apreciarse en la construcción, el lado del heptágono inscrito en una circunferencia, es igual a la mitad del lado del triángulo inscrito.

### 3.1.5. Eneágono (9), octadecágono (18),... (Construcción aproximada).

■ Sobre la circunferencia de centro O se trazan dos diámetros perpendiculares.

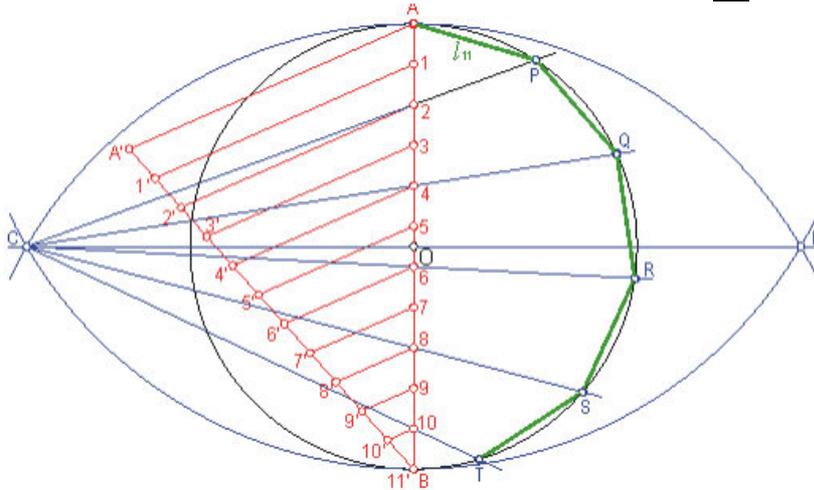


Como en los casos ya analizados, si se trazan las mediatrices de los lados del polígono, éstas cortan a la circunferencia en una serie de puntos que unidos a los vértices anteriores permiten obtener un polígono con el doble de lados, es decir, 18 (octadecágono). Y así sucesivamente, podemos obtener polígonos con el doble de lados que el anterior.

### 3.1.6. Procedimiento general (construcción aproximada).

Este procedimiento se utiliza sólo cuando el polígono buscado no tenga una construcción particular, ni pueda obtenerse como múltiplo de otro, dado que este procedimiento lleva inherente una gran imprecisión.

- Sobre la circunferencia de centro O se trazan el diámetro AB.



- Se divide el diámetro AB mediante el Teorema de Tales en tantas partes iguales como lados tenga el polígono que se desea trazar (en este caso 11).

Con centro en A y B se trazan dos arcos de radio AB, los cuales se interceptan en los puntos C y D.

Uniendo dichos puntos con las divisiones alternadas del diámetro AB, se obtienen

sobre la circunferencia, los puntos P, Q, R, .. etc., vértices del polígono.

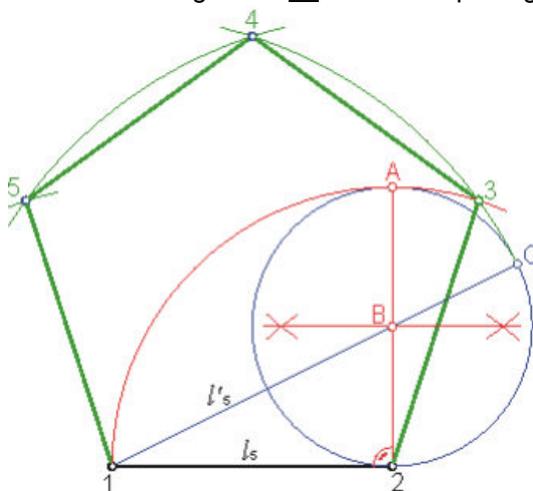
De la misma manera se procede con el punto D, uniéndolo con los puntos 2, 4, etc., y obteniendo así el resto de los vértices del polígono.

- Para la construcción del polígono buscado únicamente faltaría unir dichos puntos.

## 3.2. Dado el lado.

### 3.2.1. Pentágono dado el lado (construcción exacta).

- Siendo el segmento 12 el lado del pentágono, se traza la perpendicular en el extremo 2 del lado.



- Con centro en 2 se traza un arco de radio 12 que determina sobre la perpendicular anterior el punto A.

Se traza la mediatriz del segmento A2 que determina su punto medio B.

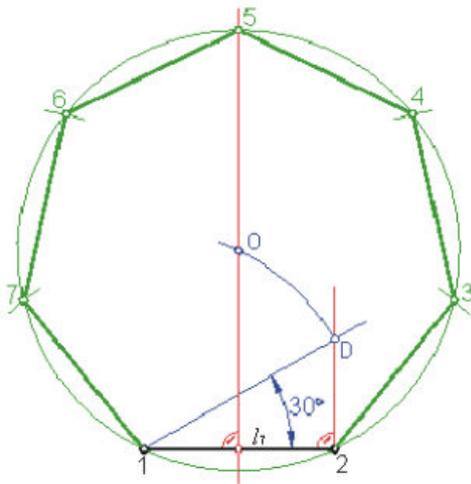
Con centro en B, se traza la circunferencia de radio AB.

Se une el punto 1 con el punto B. La prolongación de esta recta intercepta a la circunferencia anterior en el punto C, siendo 1C el lado del estrellado, o diagonal del pentágono buscado.

- Por triangulación se obtienen los vértices restantes, que se unen convenientemente, obteniendo así el pentágono buscado.

### 3.2.2. Heptágono dado el lado (construcción aproximada).

- Siendo el segmento 12 el lado del pentágono, se traza la mediatriz de dicho lado.



- Se traza la perpendicular en su extremo 2.

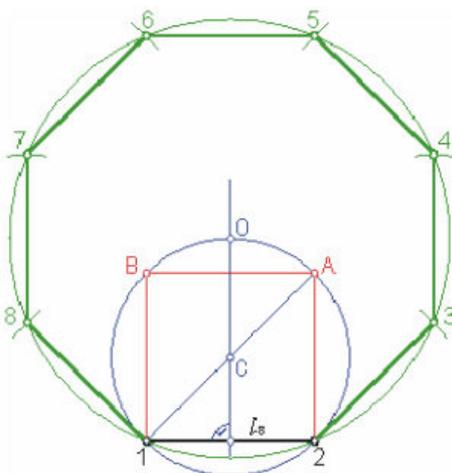
En el extremo 1 se construye el ángulo de  $30^\circ$ , que intercepta a la perpendicular trazada en el extremo 2 en el punto D. La distancia 1D es el radio de la circunferencia circunscrita al heptágono buscado.

Con centro en 1 y radio 1D se traza un arco de circunferencia que intercepta a la mediatriz del lado 12 en el punto O, centro de la circunferencia circunscrita.

- Se determina sobre la circunferencia circunscrita los vértices restantes, que convenientemente unidos determinan el heptágono buscado.

### 3.2.3. Octágono dado el lado (construcción exacta).

- Siendo 12 el lado del octágono, se traza un cuadrado de lado igual al lado del octágono dado.



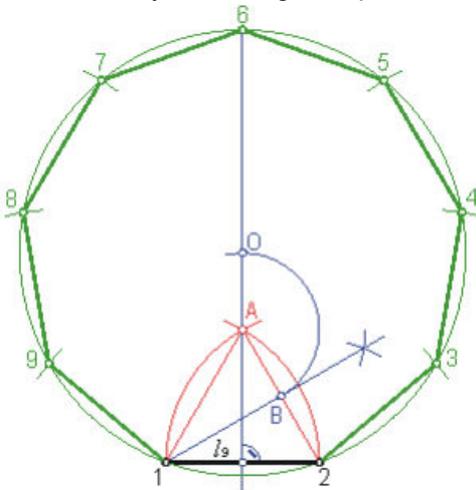
- Se traza la mediatriz del lado 12 y una diagonal del cuadrado construido. Ambas rectas se cortan en el punto C, centro del cuadrado.

Con centro en C se traza la circunferencia circunscrita a dicho cuadrado. Dicha circunferencia intercepta a la mediatriz del lado 12 en el punto O, centro de la circunferencia circunscrita al octágono buscado.

- Se determina sobre la circunferencia circunscrita los vértices restantes, que convenientemente unidos determinan el octágono buscado.

### 3.2.4. Eneágono dado el lado (construcción aproximada).

- Se construye un triángulo equilátero con el lado 12 del eneágono, hallando el tercer vértice en A.



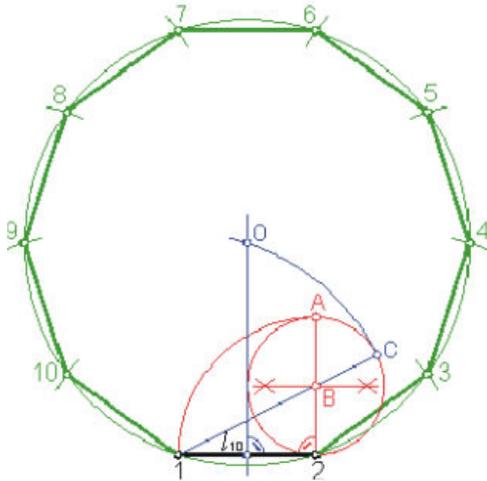
- Se traza la mediatriz del lado A2 de dicho triángulo, que pasa por el vértice 1, y la mediatriz del lado 12, que pasa por A.

Con centro en A y radio AB, se traza un arco que determina sobre la mediatriz anterior el punto O, que es el centro de la circunferencia circunscrita al eneágono buscado.

- Se determina sobre la circunferencia circunscrita los vértices restantes, que convenientemente unidos determinan el eneágono buscado.

### 3.2.5. Decágono dado el lado (construcción exacta).

- Siendo el segmento  $\underline{12}$  el lado del decágono, se traza la perpendicular en el extremo 2 del lado.



- Con centro en 2 se traza un arco de radio  $\underline{12}$  que determina sobre la perpendicular el punto A.

Se traza la mediatriz del segmento  $\underline{A2}$  que determina su punto medio B y con centro en B se traza la circunferencia de radio  $\underline{BA}$ .

Uniendo el punto 1 con el B, en su prolongación se obtiene el punto C sobre la circunferencia anterior, siendo  $\underline{1C}$  el radio de la circunferencia circunscrita al polígono.

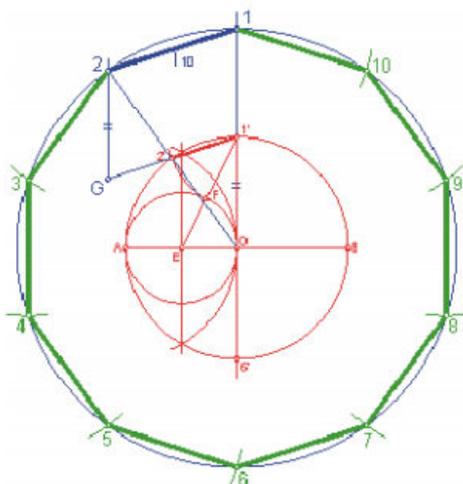
Se traza la mediatriz del lado  $\underline{12}$  y con centro en 1 un arco de radio  $\underline{1C}$  que determina sobre la mediatriz anterior el punto O, centro de la circunferencia circunscrita.

- Se determina sobre la circunferencia circunscrita los vértices restantes, que convenientemente unidos determinan el decágono.

### 3.2.6. Construcción por semejanza de un polígono regular cualquiera dado el lado.

Aunque en este caso, se trata de la construcción de un decágono, el procedimiento es aplicable a cualquier otro polígono.

- Se construye un decágono inscrito en una circunferencia cualquiera, por el procedimiento ya visto en el apartado 3.3.1.3 anterior, obteniendo en este caso uno de sus lados en  $\underline{1'2'}$ .



- A partir del vértice 1' y sobre la prolongación del lado  $\underline{1'2'}$ , se lleva la longitud del lado del decágono buscado, obteniendo el punto G.

Se prolongan los radios  $\underline{O1'}$  y  $\underline{O2'}$ .

Por G se traza una paralela al radio  $\underline{O1'}$  que determina sobre la prolongación del radio  $\underline{O2'}$  el punto 2, siendo este uno de los vértices del polígono buscado. Y resultando la distancia  $\underline{O2}$ , el radio de la circunferencia circunscrita a dicho polígono.

Se traza dicha circunferencia con centro en O, que intercepta a la prolongación del radio  $\underline{O1'}$  en el punto 1, otro vértice del polígono buscado, obteniendo en la cuerda  $\underline{12}$  el lado del polígono buscado.

- Se determina sobre la circunferencia circunscrita los vértices restantes del polígono, que convenientemente unidos determinan el decágono buscado.

## 4. POLÍGONOS REGULARES ESTRELLADOS Y ESTRELLAS.

A partir de un polígono regular de  $n$  lados se pueden construir formas estrelladas, que se clasifican en dos categorías: polígonos estrellados y estrellas.

Un **polígono regular estrellado** se construye uniendo los vértices no consecutivos, de un polígono regular convexo, de forma continua.

Las estrellas aparecen en la naturaleza (estrellas de mar, flores), la religión (pentagrama, estrella de David), el arte (en arquitectura las estrellas se han usado para rosetones en catedrales, edificios, motivos ornamentales, etc...), pero también aparecen en logotipos de muchas marcas comerciales y por ejemplo en las banderas de muchos países.

### 4.1. Propiedades.

- Género ( $g$ ): es el número de lados o cuerdas de la circunferencia que forman el polígono estrellado.
- Especie ( $e$ ): es el número de vueltas que hay que dar hasta completar o cerrar el polígono.
- Paso ( $p$ ): es el número de divisiones de la circunferencia que abarca un lado del polígono.

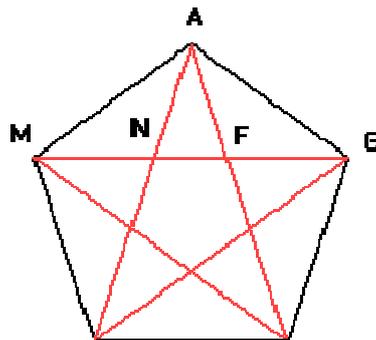
Siendo  $n$  el número de vértices del polígono regular convexo (número de divisiones de la circunferencia) se cumple que:

$$g \cdot p = n \cdot e \rightarrow g = n \cdot e / p$$

### 4.2. Construcción.

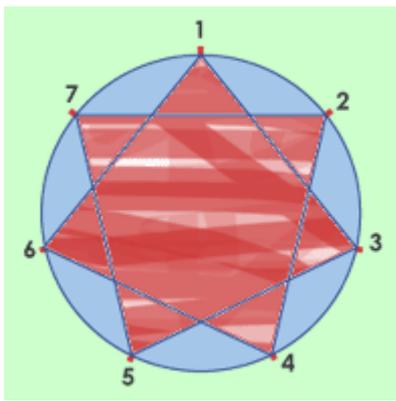
Para construirlos se unen los vértices del polígono regular "avanzando"  $p$  vértices en cada paso. En el caso de que  $n$  y  $p$  sean primos entre sí, todos los vértices resultan unidos y se obtiene un **polígono estrellado** que se denota por  $n/p$  (notación de Schäfli).  $n/p$  debe ser fracción irreducible.

Por ejemplo en el caso del pentágono regular se obtiene el polígono estrellado también llamado Pentagrama que se escribiría usando la notación de Schäfli **5/2**. Este polígono era el famoso símbolo de los Pitagóricos.

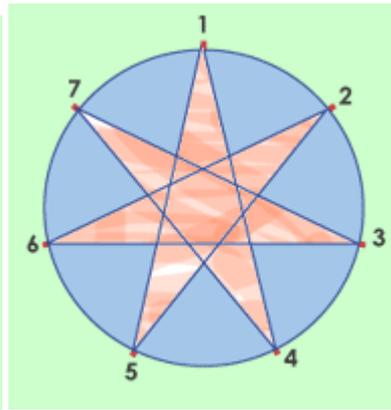


**Polígono estrellado 5/2**

Si consideramos el polígono regular de 7 lados (heptágono) tenemos dos números que son primos con 7, (basta considerar hasta la mitad del número de lados porque los otros casos son simétricos). Estos son el 2 y el 3.



Polígono estrellado 7/2

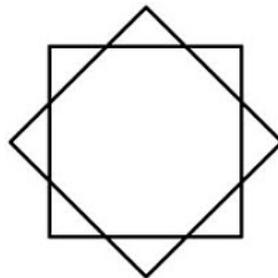


Polígono estrellado 7/3

Cuando **n** y **p** no son primos entre sí, todos los vértices del polígono inicial no pueden unirse y lo que se obtiene es una figura formada por varios polígonos entrelazados, que se llama **estrella**.



Estrella de 6/2



Estrella de 8/2

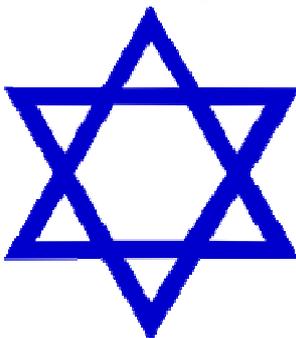
La estrella 6/2 también conocida como hexagrama, estrella de David o símbolo de Salomón está formada por dos triángulos equiláteros girados  $60^\circ$  uno con respecto a otro. La estrella 8/2 también conocida como hexagrama está formada por dos cuadrados girados  $45^\circ$  uno con respecto a otro.

#### 4.3. Presencia de las estrellas en la vida cotidiana.

- Marcas comerciales, banderas:



- En la religión:

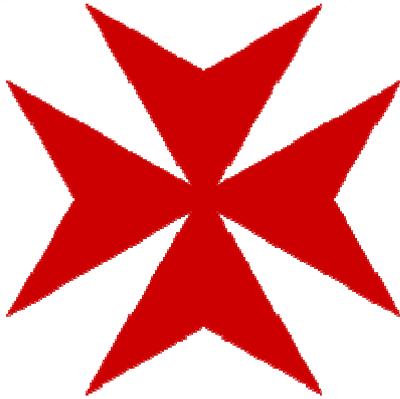


Estrella de David

La **estrella tartésica** está en la mitología y la religiosidad tartésica adoradora del sol, y los andaluces están unidos al astro rey desde el principio de los tiempos. Por eso, muchos consideran a la estrella tartésica como el símbolo de Andalucía.



La cruz de Malta. La estrella tiene ocho puntas que representan los ocho países de procedencia de los caballeros pero también las ocho virtudes que defendían: Verdad, fe, arrepentimiento, humildad, justicia, misericordia, pureza y soportación de las persecuciones.



- En la naturaleza:



## ACTIVIDADES.

### Rectas notables de un triángulo.

1. ▲ Dado el lado  $a = 4$  cm de un triángulo ABC, se pide (Andalucía, 2007):
  - a. Dibujar el triángulo ABC sabiendo que el ángulo  $A = 60^\circ$  y el lado  $b = 60$  mm.
  - b. Hallar el ortocentro del triángulo dibujado.
2. ▲▲ En cualquier triángulo su cumple que el baricentro (G) de un triángulo está alineado con el ortocentro (H) y el circuncentro (O) y a doble distancia del primero que del segundo. La recta que pasa por estos tres puntos se llama recta de Euler. Construye un triángulo, determina su recta de Euler y comprueba que se verifica la propiedad descrita en el enunciado.
3. ▲ Construye un triángulo del que se conocen el lado  $a = 60$  mm, la mediana correspondiente al vértice A,  $m_a = 45$  mm y el ángulo  $A = 55^\circ$ .
4. ▲ Dibujar un triángulo isósceles de lados iguales a 6cm y el lado desigual de 4cm y hallar el baricentro de dicho triángulo.
5. ▲ Dibujar un triángulo cuyos ángulos midan  $A = 40^\circ$ ,  $B = 110^\circ$  y  $C = 30^\circ$ . Hallar el incentro de dicho triángulo. Construir la circunferencia inscrita en el triángulo.

### Construcción de polígonos regulares.

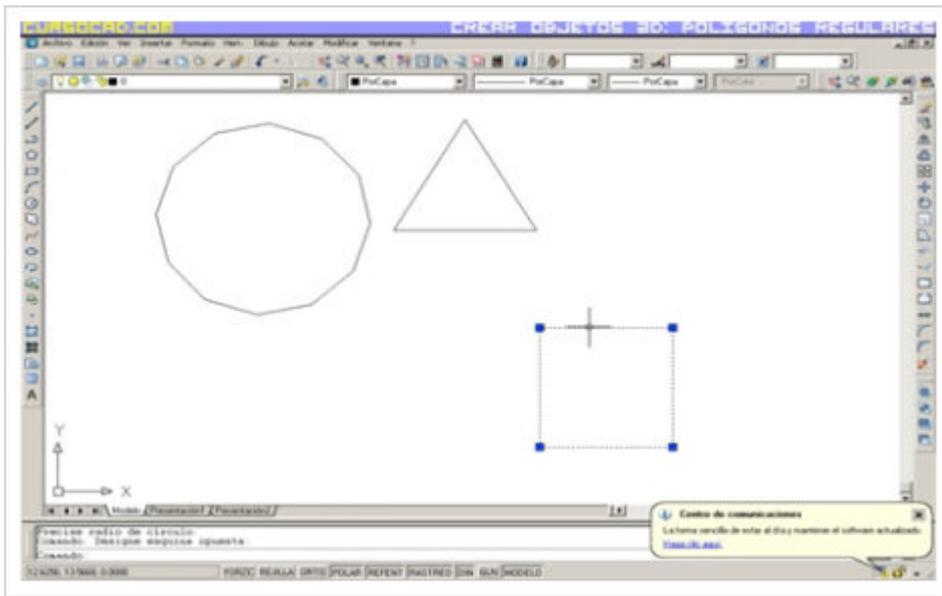
6. ▲ Dibuja un pentágono regular de apotema 4 cm (Baleares, septiembre 2007).
7. ▲ Dibuja un pentágono regular inscrito en una circunferencia de diámetro 14 cm.
8. ▲ Dibuja un hexágono regular de lado 6 cm y un círculo inscrito (Baleares, junio 2009).
9. ▲ Dibuja un heptágono regular de lado 6 cm y un círculo inscrito (Baleares, junio 2009).
10. ▲▲ Dibuja un eneágono inscrito dentro de una circunferencia de 10 cm de diámetro. Dibuja la circunferencia inscrita dentro del eneágono (Baleares, septiembre 2011).
11. ▲▲ Dibuja un hexágono regular dada la distancia  $d = 8$  cm entre dos lados opuestos.
12. ▲▲ Dibuja un octágono inscrito dentro de una circunferencia de 12 cm de diámetro. Dibuja la circunferencia inscrita dentro del octágono (Baleares, junio 2012).
13. ▲▲. Dibuja un decágono regular de lado 4 cm y un círculo inscrito.
14. ▲▲. Dibuja un polígono regular de 13 lados sabiendo que el radio de la circunferencia inscrita es 6 cm. Dibuja la circunferencia circunscrita.
15. ▲▲ Dibuja un heptágono regular circunscrito en una circunferencia de diámetro 10 cm. Dibuja la circunferencia circunscrita.

### Polígonos regulares estrellados.

16. ▲ Dibuja los polígonos estrellados que se pueden construir a partir del decágono.
17. ▲ Dibuja la estrella de David (estrella  $6/2$ ) y la estrella  $8/2$ . ¿Por qué polígonos regulares están formados?



## AutoCAD – Crear objetos 2D: dibujo de polígonos regulares



Video tutorial AutoCAD orden **POLIGONO**

Comando AutoCAD **POLIGONO**

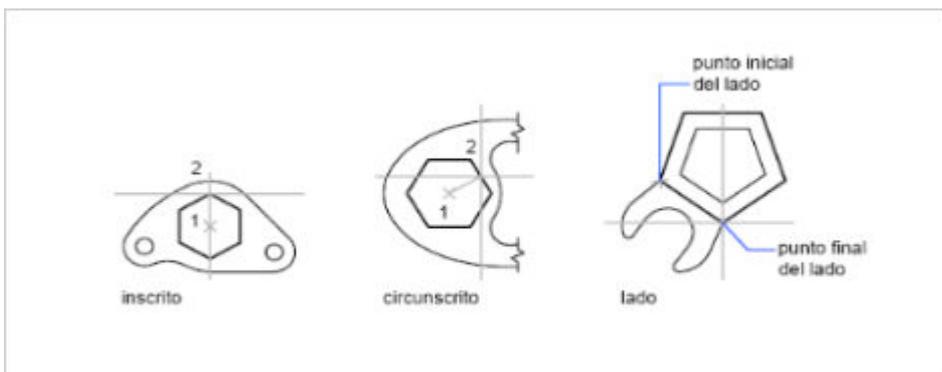
Método abreviado AutoCAD **PG**

Barra de herramientas **DIBUJO**

Menú **Dibujo > Polígono**



Usa **POLIGONO** para crear polilíneas cerradas con entre 3 y 1,024 lados de igual longitud. Las figuras siguientes muestran varios polígonos creados utilizando tres métodos distintos. En cada caso, se especifican dos puntos.



**Para dibujar un polígono circunscrito:**

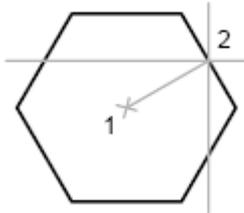
1. Clic en el menú Dibujo → Polígono.
2. En la línea de comando, escribe el número de lados.
3. Especifica el centro del polígono (1).
4. Escribe c para especificar un polígono circunscrito alrededor de un círculo.
5. Define la longitud del radio (2).

**Para dibujar un polígono mediante la especificación de un lado**

1. Clic en el menú Dibujo → Polígono.
2. En la línea de comando, escribe el número de lados.

3. Escribe a de Arista.
4. Especifica el punto inicial de un segmento de polígono.
5. Designa el punto final del segmento de polígono.

### Para dibujar un polígono inscrito



1. Clic en el menú Dibujo → Polígono.
2. En la línea de comando, escribe el número de lados.
3. Especifica el centro del polígono.
4. Escribe i para especificar un polígono inscrito dentro de un círculo de puntos especificados. Define la longitud del radio.