

Exemplos de resposta / Solucións

CONVOCATORIA DE XUÑO 2019 MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40)

(O alumno/a debe responder só os exercicios dunha das opcións. Puntuación máxima dos exercicios de cada opción
exercicio 1 = 3 puntos, ejercicio 2 = 3 puntos, ejercicio 3 = 2 puntos, ejercicio 4 = 2 puntos)

OPCIÓN A

1. Consideramos as matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

- a) Calcula a matriz $B^t \cdot A \cdot B$.
 - b) Calcula a inversa da matriz $A - I$, onde I é a matriz identidade de orde 2.
 - c) Despexa a matriz X na ecuación matricial $A \cdot X - B = X$ e calcúlaa.
2. O número de espectadores dunha serie (N), en millóns, en función do tempo (t), en anos, segue un modelo dado pola función: $N(t) = N(t) = K + \frac{8t}{1+t^2}$
- a) Calcula o valor de K se se sabe que ao final do segundo ano o número de espectadores era de 4.2 millóns.
 - b) Estuda o crecemento, decrecimiento e o momento e valor máximo da audiencia.
3. Os videoxogos que se consumen en Galicia xóganse o 45% en consola e o resto no móvil. Dos que se xogan en consola, o 70% son de acción, o 10% de estratezia e o resto doutras categorías. Dos xogos para móvil, un 25% son de acción, outro 25% de estratezia e o resto doutras categorías.
- a) Que porcentaxe dos videoxogos consumidos en Galicia son de acción? b) Elíxese ao azar un xogador que está xogando a un xogo de estratezia cal é a probabilidade de que o estea facendo a través do móvil?
- 4) Un estudo electoral cunha mostra de 400 electores obtén un intervalo para a proporción de votantes dun partido de [0.23, 0.31]. a) Canto vale a proporción muestral? b) Cal é o nivel de confianza co que se estableceu o intervalo? c) Cal é o erro máximo cometido co intervalo dado?

OPCIÓN B

1. Unha tenda deportiva desexa liquidar 2000 camisetas e 1000 chándales da tempada anterior. Para iso lanza dúas ofertas, 1 e 2. A oferta 1 consiste nun lote dunha camiseta e un chándal, que se vende a 30 €, a oferta 2 consiste nun lote de tres camisetas e un chándal, que se vende a 50 € Non se desexa ofrecer menos de 200 lotes da oferta 1 nin menos de 100 da oferta 2.

- a) Formula o problema que permite determinar cantos lotes de cada tipo debe vender para maximizar os ingresos
- b) Representa a rexión factible c) Cuntos lotes ha de vender de cada tipo para maximizar os ingresos? A canto ascenden ditos ingresos?

2. Dada a función $f(x) = x^2 - 6x + 8$

- a) Realiza a súa representación gráfica estudando os seus puntos de corte cos eixes, monotonía e extremo relativo.
- b) Calcula a área do recinto limitado pola gráfica da función e os eixes de coordenadas.

3. Nunha poboación de cada 100 consumidores de auga mineral, 30 consumen a marca A, 25 a marca B e o resto a marca C. Ademais, o 30% de consumidores de A, o 20% de consumidores de B e o 40% de consumidores de C son mulleres. a) Selecciónase ao azar un consumidor de auga mineral desa poboación, cal é a probabilidade de que sexa muller? b) Se se seleccionou unha muller ao azar acha a probabilidade de que consuma a marca B.

4. Logo de anos de utilizalo sábese que a puntuación dun test de uso habitual en certa rama industrial segue unha distribución normal de media 74 e desviación típica 16. Nunha empresa decídese realizarlo a 100 dos seus empregados. a) Cal é a probabilidade de que se obteña unha media muestral superior a 78 puntos, de seguirse a pauta xeral? b) E a probabilidade de que a media muestral sexa inferior a 74 puntos?

Exemplos de resposta/*Soluciones*

ABAU

CONVOCATORIA DE XUÑO Ano 2019 CRITERIOS DE AVALIACIÓN

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN A

1) a) 1 punto

- 0,5 puntos pola obtención da matriz $B^t \cdot A$
- 0,5 puntos pola obtención da matriz $B^t \cdot A \cdot B$

b) 1 punto

c) 1 punto

- 0,5 desplexar X
- 0,5 calculala

2) a) 1 punto

b) 2 puntos

- 1 punto estudo crecimiento e decrecemento
- 1 momento e valor máximo

3) a) 1 punto

b) 1 punto

4) a) 0,5 puntos

- 0,5 puntos calcular proporción mostral

b) 1 punto

c) 0,5 puntos

Exemplos de resposta/Soluciones

ABAU

CONVOCATORIA DE XUÑO Ano 2019 CRITERIOS DE AVALIACIÓN

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN B

1) a) 1 punto

b) 1,25 puntos

- 0,75 puntos cálculo vértices
- 0,5 representar

c) 0,75 puntos

2) a) 2 puntos:

- 0,5 puntos corte eixes
- 0,5 monotonía
- 0,5 extremo relativo
- 0,5 representación gráfica

b) 1 punto

3) a) 1 punto

b) 1 punto

4) a) 1 punto

b) 1 punto

Exemplos de resposta/Soluciones

CONVOCATORIA DE XUÑO 2019 MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN A

Exercicio 1:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

a) $B^t \cdot A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} =$

$$= \begin{pmatrix} 13 & 5 & 3 \\ 5 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

b) Sexa I a matriz identidade, $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

Calculamos $A-I = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

$\text{Det}(A-I) = |A-I| = -1$

$$(A-I)^t = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Adj } (A-I)^t = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

A matriz inversa de $A-I$ será $(A-I)^{-1} = \frac{1}{\text{Det}(A-I)} \text{Adj } (A-I)^t$

$$(A-I)^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

c) Desplexamos X na ecuación matricial $A \cdot X - B = X$

$$A \cdot X - X = B \Rightarrow (A-I) \cdot X = B \Rightarrow X = (A-I)^{-1} \cdot B$$

Cálculo de X

$$X = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Exemplos de resposta/Soluciones

CONVOCATORIA DE XUÑO 2019 MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN A

Exercicio 2:

N = número de espectadores en millóns

$$N(t) = K + \frac{8t}{1+t^2}, \text{ sendo } t \text{ o tempo en anos}$$

a) Calculamos K substituindo en $N(t)$

$$N(2) = K + \frac{16}{1+4} = 4,2 \Rightarrow K = 4,2 - \frac{16}{5} = 1$$

b) Estudamos o crecemento e decrecemento da función $N(t)$

$$N'(t) = \frac{8(1+t^2) - 2t \cdot 8t}{(1+t^2)^2} = 0 \Rightarrow 8+8t^2-16t^2 = 0$$

$$\Rightarrow 8-8t^2 = 0 \Rightarrow t^2 = 1 \Rightarrow t = \pm 1 \quad (\text{A solución } t = -1 \text{ non é válida})$$

$t=1$ punto crítico (A audiencia crece ata o ano 1 e despois decrece)

$$(0, 1) \quad (1, \infty)$$

$$\begin{array}{ccc} t & t = 0,5 & t = 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \text{Signo } N'(t) & N'(t) > 0 & N'(t) < 0 \\ \nearrow & & \searrow \end{array}$$

(A audiencia crece ata o ano 1 e despois decrece)

A máxima audiencia alcanzase en $N(1)$ con 5 millóns de espectadores

(Tamén poderíamos estudar $N''(t)$)

Exercicio 3:

Consideramos os sucesos

C =xogos en consola $\rightarrow P(C) = 0,45$

M = xogos en móvil $\rightarrow P(M) = 0,55$

A_1 = xogos de acción $\rightarrow P(A_1 | C) = 0,7$

Exemplos de resposta/Soluciones

CONVOCATORIA DE XUÑO 2019 MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN A

A_2 = xogos de estratexia $\rightarrow P(A_2| C) = 0,1$

A_3 = outros xogos $\rightarrow P(A_3| C) = 0,2$

Tamén sabemos que: $P(A_1| M) = 0,25$; $P(A_2| M) = 0,25$; $P(A_3| M) = 0,5$

Calculamos $P(A_1)$

$$P(A_1) = P(A_1| C) \cdot P(C) + P(A_1| M) \cdot P(M) = 0,7 \times 0,45 + 0,25 \times 0,55 = 0,4525$$

O 45,25% dos xogos consumidos en Galicia son de acción

a) Calculamos $P(M| A_2) = \frac{P(A_2 \cap M)}{P(A_2)} = \frac{P(A_2| M) \cdot P(M)}{P(A_2)}$

Como $P(A_2) = P(A_2| M) \cdot P(M) + P(A_2| C) \cdot P(C) = 0,25 \times 0,55 + 0,1 \times 0,45 = 0,1825$

$$P(M| A_2) = \frac{0,25 \times 0,55}{0,1825} = 0,7534$$

Táboa

	C	M	Total
A_1	0,315	0,1375	0,4525
A_2	0,045	0,1375	0,1825
A_3	0,09	0,275	0,365
Total	0,45	0,55	1

- Tamén podemos resolvelo a través dun diagrama de árbore

Exercicio 4

p = proporción votantes dese partido

mostra $n = 400$

Intervalo para p : (0,23 ,0,31)

a) proporción mostral: $\hat{p} = \frac{L_1 + L_2}{2} = \frac{0,23 + 0,31}{2} = 0,27 \rightarrow \hat{p} = 27\%$

Exemplos de resposta/Soluciones

CONVOCATORIA DE XUÑO 2019 MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN A

b) IC para p : $(\hat{p} \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}})$

$$(\hat{p} + z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}) = 0,31 = 0,27 + z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{0,27 \times 0,73}{400}} \Rightarrow 0,31 - 0,27 = z_{\alpha/2} \cdot 0,02219 \Rightarrow$$

$$z_{\alpha/2} = \frac{0,04}{0,0222} = 1,8018$$

Táboas: $1 - \alpha/2 = 0,9641 \Rightarrow \alpha/2 = 0,0359 \Rightarrow \alpha = 0,0718 \Rightarrow 1 - \alpha = 0,9282$

Nivel de confianza $1 - \alpha = 0,9282 \rightarrow 92,82\%$

b) Erro máximo

$$e = z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = 1,8018 \times 0,02219 = 0,0399 \rightarrow e \approx 4\%$$

Ou ben mais sinxelo,

$$e = \frac{L_2 - L_1}{2} = \frac{0,31 - 0,23}{2} = 0,04 \rightarrow e \approx 4\%$$

Exemplos de resposta/Soluciones

CONVOCATORIA DE XUÑO 2018 MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN B

Exercicio 1:

$x = \text{nº lotes da oferta 1}$

$y = \text{nº lotes da oferta 2}$

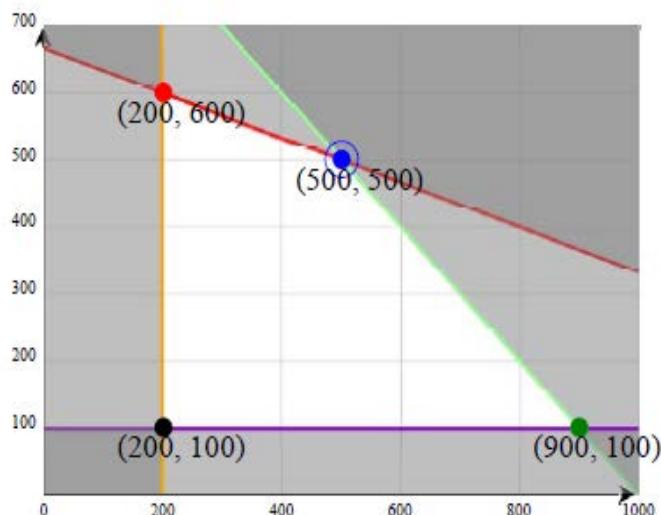
a) Función obxectivo **Máx $f(x, y) = 30x + 50y$** s.a

$$x + 3y \leq 2000$$

$$x + y \leq 1000$$

$$x \geq 200$$

$$y \geq 100$$



Vértices

$$\begin{aligned} A: \quad & x + y = 1000 \\ & x + 3y = 2000 \end{aligned} \left\{ \begin{array}{l} A(500, 500) \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned} B: \quad & x + y = 1000 \\ & y = 100 \end{aligned} \left\{ \begin{array}{l} B(900, 100) \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned} C: \quad & x = 200 \\ & y = 100 \end{aligned} \left\{ \begin{array}{l} C(200, 100) \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned} D: \quad & x + 3y = 2000 \\ & x = 200 \end{aligned} \left\{ \begin{array}{l} D(200, 600) \end{array} \right.$$

Exemplos de resposta/Soluciones

CONVOCATORIA DE XUÑO 2019 MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN B

c) Avaliamos a función obxectivo nos vértices

$$f(A) = f(500, 500) = 30 \times 500 + 50 \times 500 = 40.000 \rightarrow \text{Máximo, solución óptima}$$

$$f(B) = 32.000$$

$$f(C) = 11.000$$

$$f(D) = 36.000$$

Para maximizar os ingresos debe vender 500 lotes de cada tipo

Os ingresos máximos ascenden a 40.000€

Exercicio 2:

a) $f(x) = x^2 - 6x + 8$

Dominio de f : todo \mathbb{R}

Puntos corte eixes:

$$f(0) = 8 \rightarrow \text{punto de corte OY en (0,8)}$$

$$x^2 - 6x + 8 = 0 \Rightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 32}}{2} =$$

4
2

→ Corta a OX en (4,0), (2,0)

Monotonía

$$f'(x) = 2x - 6; f'(x)=0 \Rightarrow x=3 \text{ (punto crítico)}$$

En $(-\infty, 3)$, $f'(x) < 0 \Rightarrow f$ decrecente

En $(3, \infty)$, $f'(x) > 0 \Rightarrow f$ crecente

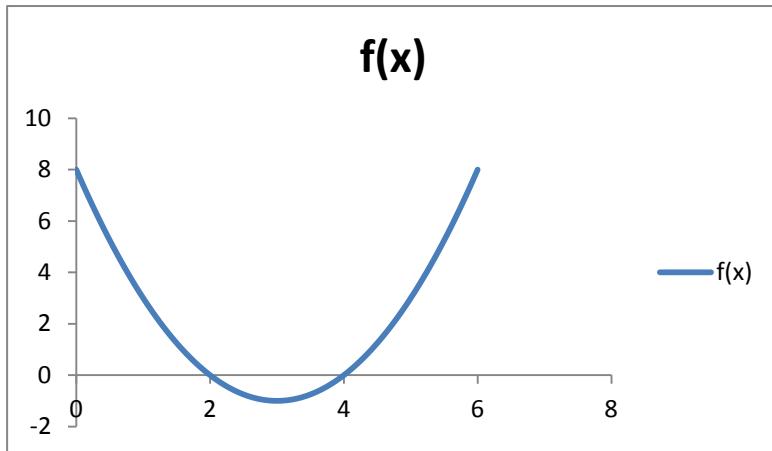
Extremos relativos

En $x=3$ hai un mínimo

$$f(3) = -1 \rightarrow (3, -1) \text{ punto mínimo}$$

Exemplos de resposta/Soluciones

CONVOCATORIA DE XUÑO 2019 MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN B



b) Área entre $f(x)$ e os dous eixes

$$\text{Área} = \left| \int_0^2 (x^2 - 6x + 8) dx \right| + \left| \int_2^4 (x^2 - 6x + 8) dx \right|$$

Aplicamos a regra de Barrow:

$$\text{Área} = \int_0^2 (x^2 - 6x + 8) dx + \int_2^4 (-x^2 + 6x - 8) dx = \left[\frac{x^3}{3} - 3x^2 + 8x \right]_0^2 + \left[-\frac{x^3}{3} + 3x^2 - 8x \right]_2^4 =$$

$$\frac{20}{3} + \frac{4}{3} = \frac{24}{3} = 8 \text{ u}^2$$

Exercicio 3:

Consideramos os sucesos: M = “muller” ; H = “home”

A= “marca A”

B= “marca B”

C= “marca C”

Táboa	M	H	Total
A	9	21	30
B	5	20	25
C	18	27	45
Total	32	68	100

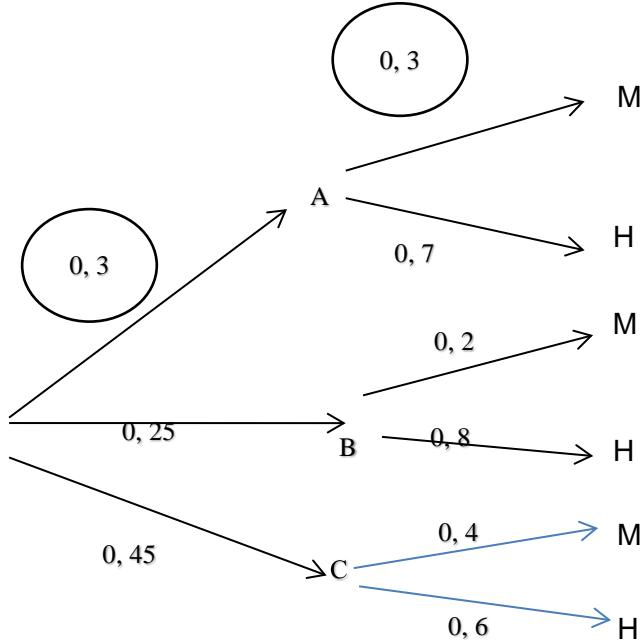
Exemplos de resposta/Soluciones

CONVOCATORIA DE XUÑO 2019 MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN B

a) $P(M) = \frac{32}{100} = 0,32$

b) $P(B|M) = \frac{5}{32} = 0,15625$

- Tamén podemos resolvelo a través dun diagrama de árbore



$$P(M|A) = 0,3$$

$$P(A) = 0,3$$

$$P(M|B) = 0,2$$

$$P(B) = 0,25$$

$$P(M|C) = 0,4$$

$$P(C) = 0,45$$

a) $P(M) = P(M|A) \cdot P(A) + P(M|B) \cdot P(B) + P(M|C) \cdot P(C) = 0,3 \cdot 0,3 + 0,2 \cdot 0,25 + 0,4 \cdot 0,45 = 0,32$

b) $P(B|M) = \frac{P(M|B) \cdot P(B)}{P(M)} = \frac{0,2 \cdot 0,25}{0,32} = \frac{0,05}{0,32} = 0,15625$

Exercicio 4:

X = puntuación test $X \sim N(\mu=74, \sigma = 16)$

$$n = 100$$

A distribución de $\bar{X} \sim N(\mu=74, \sigma = \frac{16}{\sqrt{100}})$

a) $P(\bar{X} > 78) = P(Z > \frac{78-74}{1,6}) = P(Z > 2,5) = 1 - P(Z \leq 2,5)$

Mirando as táboas da distribución Normal

$$P(\bar{X} > 78) = 1 - 0,9938 = 0,0062$$

Exemplos de resposta/Soluciones

CONVOCATORIA DE XUÑO 2019 MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN B

b) $P(\bar{X} < 74) = 0,5$

Ou ben a través das táboas: $P(\bar{X} < 74) = P(Z < \frac{74 - 74}{1,6}) = P(Z < 0) = 0,5$