Proba de Avaliación do Bacharelato para o Acceso á Universidade
CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA 2021

Código: 40

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

O exame consta de 6 exercicios, **todos coa mesma valoración máxima (3,33 puntos)**, dos que pode realizar un **MÁXIMO DE 3** combinados como queira. Se realiza máis exercicios dos permitidos, **só se corrixirán os tres primeiros realizados**.

EXERCICIO 1. Álxebra. Dadas as matrices $A = \begin{pmatrix} x & y & x \\ y & 0 & y \\ 1 & z & z \end{pmatrix}$, B=$(a \quad 2 \quad 3)$ e $C = (4 \quad 0 \quad 2)$.

a) Determine os valores x, y, z para os que a matriz A **non** ten inversa.

b) Calcule A^{-1} para x=3, y=1, z=0.

c) Resolva o sistema B·A=C para a=1.

EXERCICIO 2. Álxebra. Un distribuidor de software informático, ten entre os seus clientes a empresas e a particulares. Ao finalizar o ano debe conseguir polo menos 25 empresas como clientes na súa carteira, e o número de clientes particulares que consiga deberá ser como mínimo o dobre que o de empresas. Ademais, ten estipulado un límite global de 120 clientes anuais. Finalmente, cada empresa produce 386 euros de ingresos anuais, mentres que cada particular 229 euros.

a) Formule o problema para maximizar os ingresos.

b) Represente graficamente o conxunto de solucións.

c) Cal desas solucións lle proporcionaría os maiores ingresos ao finalizar o ano? A canto ascenderían devanditos ingresos?

EXERCICIO 3. Análise. Despois de t horas de funcionamento o rendemento de unha máquina (en unha escala de 0 a 100) ven dado por a función r(t)=$\frac{kt}{t^2+4}$ con t> 0

a) Calcule K sabendo que o rendemento as 4 horas e de 76.

b) Calcule os intervalos de crecemento e decrecemento do rendemento durante las 7 primeiras horas de funcionamento.

c) ¿En que momento se consigue o rendemento máximo?, ¿Cal e o seu valor?

EXERCICIO 4. Análise. Unha empresa pode vender *x* unidades ao mes de un determinado produto ao prezo de $518 - x^2$ euros por unidade. Por outra parte, o fabricante ten gastos mensuais: unhos fixos de 225 euros e outros de 275*x* euros que dependen del número *x* de unidades.

a) Determine as funcións I(x) e B(x) que expresan os ingresos e beneficios obtidos pola produción e venda de x unidades, respectivamente. Que beneficio se obtén se se producen e se venden 10 unidades?

b) Calcule o número de unidades que hai que producir para obter o máximo beneficio. ¿A canto ascenderían os ditos beneficios? ¿Cal sería o prezo de venda de unha unidade nese caso?

EXERCICIO 5. Estatística e Probabilidade. O 40% das persoas que visitan o Pórtico da Gloria da Catedral de Santiago son españolas. Sábese ademais que 4 de cada 5 españoles están satisfeitos coa visita, mentres que, entre os non españois, non están satisfeitos coa visita o 10%.

a) Calcule a porcentaxe de persoas satisfeitas coa visita.

b) Cal é a probabilidade de que unha persoa este satisfeita coa visita e non sexa española?

c) ¿Son independentes os sucesos "non ser español" y "estar satisfeito ca visita"? Razoe a resposta**.**

EXERCICIO 6. Estatística e Probabilidade. O peso das laranxas para zume recolectadas por un produtor é unha variable aleatoria que se distribúe normalmente cunha media de $\mu = 200$ gramos e unha desviación típica de $\sigma = 50$ gramos.

a) Se tomamos unha mostra aleatoria de $n = 25$ laranxas, ¿cal é a probabilidade de que o seu peso medio estea comprendido entre 175 e 215 gramos?

b) De que tamaño se tomou outra mostra aleatoria se a probabilidade de que o peso medio sexa inferior a 210 gramos é do 97.72%?

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

El examen consta de 6 ejercicios, **todos con la misma valoración máxima (3,33 puntos)**, de los que puede realizar un **MÁXIMO DE 3** combinados como quiera. Si realiza más ejercicios de los permitidos, **sólo se corregirán los tres primeros realizados**.

EJERCICIO 1. Álgebra. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} x & y & x \\ y & 0 & y \\ 1 & z & z \end{pmatrix}$, $B=(a \quad 2 \quad 3)$ y $C = (4 \quad 0 \quad 2)$.

a) Determine los valores x, y, z para los cuales la matriz A no tiene inversa.

b) Calcule A^{-1} para x=3, y=1, z=0.

c) Resuelva el sistema B·A=C para a=1.

EJERCICIO 2. Álgebra. Un distribuidor de software informático, tiene entre sus clientes a empresas y a particulares. Al finalizar el año debe conseguir al menos 25 empresas como clientes en su cartera, y el número de clientes particulares que consiga deberá ser como mínimo el doble que el de empresas. Además, tiene estipulado un límite global de 120 clientes anuales. Finalmente, cada empresa produce 386 euros de ingresos anuales, mientras que cada particular 229 euros.

a) Plantee el problema para maximizar los ingresos.

b) Represente gráficamente el conjunto de soluciones.

c) ¿Cuál de esas soluciones le proporcionaría los mayores ingresos al finalizar el año? ¿A cuánto ascenderían dichos ingresos?

EJERCICIO 3. Análisis. Después de t horas de funcionamiento el rendimiento de una máquina (en una escala de 0 a 100) viene dado por la función r (t)=$\frac{kt}{t^2+4}$ con $t > 0$

a) Calcule K sabiendo que el rendimiento a las 4 horas es de 76.

b) Calcule los intervalos de crecimiento y decrecimiento del rendimiento durante las 7 primeras horas de funcionamiento.

c) ¿En qué momento se consigue el rendimiento máximo?, ¿Cuál es su valor?

EJERCICIO 4. Análisis. Una empresa puede vender *x* unidades al mes de un determinado producto al precio de $518 - x^2$ euros por unidad. Por otra parte, el fabricante tiene gastos mensuales: unos fijos de 225 euros y otros de 275*x* euros que dependen del número *x* de unidades.

a) Determine las funciones I(x) y B(x) que expresan los ingresos y beneficios obtenidos por la producción y venta de x unidades, respectivamente. ¿Qué beneficio se obtiene si se producen y se venden 10 unidades?

b) Calcule el número de unidades que hay que producir para obtener el máximo beneficio. ¿A cuánto ascenderían dichos beneficios? ¿Cuál sería el precio de venta de una unidad en ese caso?

EJERCICIO 5. Estadística y Probabilidad. El 40% de las personas que visitan el Pórtico de la Gloria de la Catedral de Santiago son españolas. Se sabe además que 4 de cada 5 españoles están satisfechos con la visita, mientras que, entre los no españoles, no están satisfechos con la visita el 10%.

a) Calcule el porcentaje de personas satisfechas con la visita.

b) ¿Cuál es la probabilidad de que una persona esté satisfecha con la visita y no sea española?

c) ¿Son independientes los sucesos "no ser español" y "estar satisfecho con la visita"? Razone la respuesta.

EJERCICIO 6. Estadística y Probabilidad. El peso de las naranjas para zumo recolectadas por un productor es una variable aleatoria que se distribuye normalmente con una media de $\mu = 200$ gramos y una desviación típica de $\sigma = 50$ gramos.

a) Si tomamos una muestra aleatoria de $n = 25$ naranjas, ¿cuál es la probabilidad de que su peso medio está comprendido entre 175 y 215 gramos?

b) ¿De qué tamaño se ha tomado otra muestra aleatoria si la probabilidad de que el peso medio sea inferior a 210 gramos es del 97.72%?

ABAU 2021 CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA

CRITERIOS DE AVALIACIÓN

MATEMÁTICAS APLICADAS AS CC SOCIAIS II

(Cód. 40)

1. **Álxebra.**

a) 1 punto

b) 1 punto

c) 1,33 puntos

2. **Álxebra.**

a) 1,25 puntos

b) 1,25 puntos

c) 0,83 puntos

3. **Análise.**

a) 0,5 puntos

b) 1,5 puntos

c) 1,33 puntos

4. **Análise.**

a) 1,5 puntos

b) 1,83 puntos

5. **Estatística e Probabilidade.**

a) 1,33 puntos

b) 1 punto

c) 1 punto

6. **Estatística e Probabilidade.**

a) 1,83 puntos

b) 1,5 puntos

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

EXERCICIO 1. Álxebra.

A=$\begin{pmatrix} x & y & x \\ y & 0 & y \\ 1 & z & z \end{pmatrix}$ B=$(a\ \ 2\ \ 3)$ C=$(4\ \ 0\ \ 2)$

a) Determine os valores x,y,z para os que a matriz A non ten inversa.

A matriz A ten inversa se determinante de A distinto de cero

Det (A)=$|A|$ =$y^2+xyz-xyz-y^2z=y^2-y^2z=y^2(1-z) \Rightarrow |A|=0$ si $y^2(1-z)=0$

$\boxed{y^2=0 \Rightarrow \boldsymbol{y=0}}$

$\boxed{1-z=0 \Rightarrow \mathbf{z=1}}$

Po lo tanto non existe inversa da matriz A para os valores que anulan o det(A), y=0, z=1.

b) Calcule A^{-1} para x=3, y=1, z=0

$A^{-1} = \dfrac{1}{\det(A)}(A^t)^*$; $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; det(A) =1≠0; $A^t = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$; $(A^t)^* = \mathrm{Adj}(A^t) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

c) Resolva o sistema B·A=C para a=1

$(1\ \ 2\ \ 3)\begin{pmatrix} x & y & x \\ y & 0 & y \\ 1 & z & z \end{pmatrix}=(4\ \ 0\ \ 2)$

x+2y+3=4 → x=1-2y
Y+3z=0 → z=-y/3
X+2y+3z=2 → 1-2y+2y+3(-y/3)=2 ⇒**y=-1**

Substituíndo **x=3** e **z=1/3**

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

EXERCICIO 2. Álxebra. Un distribuidor de software informático, ten entre os seus clientes a empresas e a particulares. Ao finalizar o ano debe conseguir polo menos 25 empresas como clientes na súa carteira, e o número de clientes particulares que consiga deberá ser como mínimo o dobre que o de empresas. Ademais, ten estipulado un límite global de 120 clientes anuais. Finalmente, cada empresa produce 386 euros de ingresos anuais, mentres que cada particular 229 euros.
a) Formule o problema para maximizar os ingresos.
b) Represente graficamente o conxunto de solucións.
c) Cal desas solucións lle proporcionaría os maiores ingresos ao finalizar o ano? A canto ascenderían devanditos ingresos?

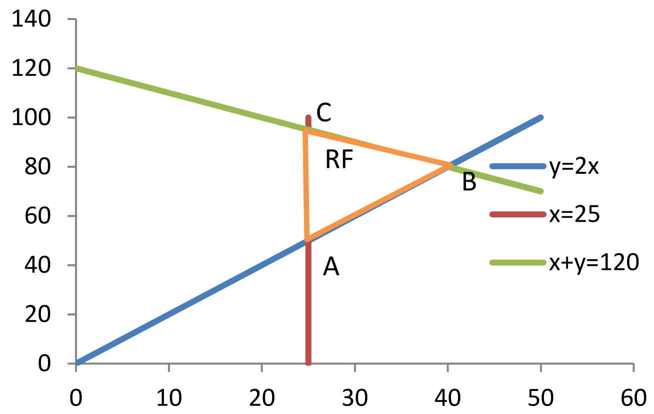
a) Sexa x= nº de empresas y= nº de particulares

Restricións

$$\mathbf{x \geq 25} \qquad \mathbf{y \leq 2x} \qquad \mathbf{x + y \leq 120}$$

Función a maximizar: I(x,y)=386x +229y

b) Vértices



A: $\left.\begin{matrix} x = 25 \\ y = 2x \end{matrix}\right\} A(25,50)$

B: $\left.\begin{matrix} y = 2x \\ x + y = 120 \end{matrix}\right\} B(40,80)$

C: $\left.\begin{matrix} x = 25 \\ x + y = 120 \end{matrix}\right\} C(25,95)$

c) Avaliamos a función **I(x, y)** nos vértices

I(A) =I (25, 50)= **21.000€**

I(B) =I (40, 80)= **33.760€**

I(C) = I (25,95) = **31.405€**

A función **I(x,y)** alcanza un **máximo en (40,80)**. O distribuidor acada os maiores ingresos con 40 empresas e 80 particulares. O**s ingresos máximos son de 33.760€**

Proba de Avaliación do Bacharelato para o Acceso á Universidade **Código: 40**
CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA 2021

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

EXERCICIO 3. Análise. Despois de t horas de funcionamento o rendemento de unha máquina (en unha escala de 0 a 100) ven dado por a función $r(t)=\frac{kt}{t^2+4}$ con $t>0$

a) Calcule K sabendo que o rendemento as 4 horas e de 76.

b) Calcule os intervalos de crecemento e decrecemento do rendemento durante las 7 primeiras horas de funcionamento.

c) ¿En que momento se consegue o rendemento máximo?, ¿Cal e o seu valor?

- **Calculamos k**

$r(4)=\frac{4k}{16+4}=76 \Rightarrow 4k=1520 \Rightarrow$ **k=380**

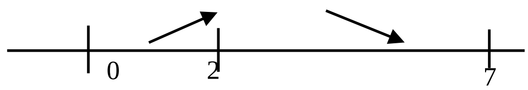
$r(t)=\frac{380t}{t^2+4}$ con $t>0$

- **Estudamos o crecemento e decrecemento de r(t)**

$r'(t)=\frac{380(t^2+4)-380t.2t}{(t^2+4)^2}=\frac{1520-380t^2}{(t^2+4)^2}=0 \Rightarrow t^2=4 \Rightarrow t=\pm 2$ (**descartamos t=-2 xa que t>0**)

t=2 punto crítico

- En (0,2): $r'(t)>0 \Rightarrow$ r crecente no intervalo (0,2)
- En (2,7): $r'(t)<0 \Rightarrow$ r decrecente no intervalo (2,7)



- t=2 e un máximo da función (xustifíquese)

Polo tanto o rendemento máximo acádase as 2 horas, e vale $r(2)=\frac{380\cdot 2}{2^2+4}=$ **95**

Máximo(2,95)

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

EXERCICIO 4. Análise. Unha empresa pode vender x unidades ao mes de un determinado produto ao prezo de $518 - x^2$ euros por unidade. Por outra parte, o fabricante ten gastos mensuais: unhos fixos de 225 euros e outros de $275x$ euros que dependen del número x de unidades.
a) Determine as funcións I(x) e B(x) que expresan os ingresos e beneficios obtidos pola produción e venda de x unidades, respectivamente. Que beneficio se obtén se se producen e se venden 10 unidades?
b) Calcule o número de unidades que hai que producir para obter o máximo beneficio. ¿A canto ascenderían os ditos beneficios? ¿Cal sería o prezo de venda de unha unidade nese caso?

a) A función Ingresos, I(x), ven dada por

- **I(x)=** $(518-x^2).x=$ $\mathbf{518x-x^3,\ x>0}$

A función Gastos, G(x),será G(x)=225+275x, x>0

- A función Beneficios, B(x), calcúlase como **B(x)=**$I(x)-G(x)=518x-x^3-(225+275x)=$ $\mathbf{-x^3+243x-225,\ x>0}$

Se se producen e venden 10 unidades os beneficios obtidos serán:

$B(10)=-10^3+243\cdot 10-225=$**1105€**

b) Para calcular o beneficio máximo calculamos $B'(x)=-3x^2+243$

$B'(x)=0 \Rightarrow -3x^2+243=0 \Rightarrow x^2=81 \Rightarrow x=\pm 9$ (**descartamos x=-9 xa que x>0**)

Comprobamos que x=9 e un máximo ($B''(x)=-6x$; $B''(9)=-54<0$)

- A función **Beneficio**, B(x), presenta un **máximo** para un número de **unidades x=9**
- **Os beneficios máximos** serian $B(9)=-9^3+243\cdot 9-225=$**1233€**

Calculamos o prezo de venda $\mathbf{P(x)=518-x^2}$

Se x=9, P(9)= 518-81=**437€ por unidade**

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

EXERCICIO 5. Estatística e Probabilidade. O 40% das persoas que visitan o Pórtico da Gloria da Catedral de Santiago son españolas. Sábese ademais que 4 de cada 5 españoles están satisfeitos coa visita, mentres que, entre os non españois, non están satisfeitos coa visita o 10%.

a) Calcule a porcentaxe de persoas satisfeitas coa visita.

b) Cal é a probabilidade de que unha persoa este satisfeita coa visita e non sexa española?

c) ¿Son independentes os sucesos "non ser español" e "estar satisfeito ca visita"? Razoe a resposta**.**

Sexan os sucesos

E="ser español"; S="estar satisfeito coa visita"

Datos:

P(E)=0,4; P($\overline{\mathrm{E}}$)=0,6

P(S|E)=4/5=0,8; P(S|$\overline{\mathrm{E}}$)=0,9

Para responder o apartado **a)** debemos calcular P(S)= P(S|E).P(E)+ P(S|$\overline{\mathrm{E}}$). P($\overline{\mathrm{E}}$)=0,8·0,4+0,9·0,6=0,86

A porcentaxe de visitantes satisfeitos coa visita e do 86%

b) Calculamos **P(S∩ $\overline{\mathrm{E}}$)=** P(S|$\overline{\mathrm{E}}$). P($\overline{\mathrm{E}}$)=0,9·0,6=**0,54**

c) Os sucesos $\overline{\mathrm{E}}$ e S son independentes se se verifica que

P($\overline{\mathrm{E}} \cap \mathrm{S}$)= P($\overline{\mathrm{E}}$)·P(S) ou se P(S|$\overline{\mathrm{E}}$)=P(S) ou se P($\overline{\mathrm{E}}$|S)=P($\overline{\mathrm{E}}$)

P($\overline{\mathrm{E}}$)·P(S)=0,6·0,86=0,516

P($\overline{\mathrm{E}} \cap \mathrm{S}$)= 0,54

Como P($\overline{\mathrm{E}} \cap \mathrm{S}$)= 0,54≠0,516= P($\overline{\mathrm{E}}$)·P(S) **os sucesos "non ser español" e "estar satisfeito ca visita" non son independentes**

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

EXERCICIO 6. Estatística e Probabilidade. O peso das laranxas para zume recolectadas por un produtor é unha variable aleatoria que se distribúe normalmente cunha media de $\mu = 200$ gramos e unha desviación típica de $\sigma = 50$ gramos.
a) Se tomamos unha mostra aleatoria de $n = 25$ laranxas, ¿cal é a probabilidade de que o seu peso medio estea comprendido entre 175 e 215 gramos?
b) De que tamaño se tomou outra mostra aleatoria se a probabilidade de que o peso medio sexa inferior a 210 gramos é do 97.72%?

X=Peso das laranxas para zume (en gramos)

$X \sim N(\mu=200, \sigma=50)$

a) n=25

$\bar{X} \sim N(\mu=200, \sigma=\frac{50}{\sqrt{25}})=N(200, 10)$

$P(175 \leq \bar{X} \leq 215) = P(\frac{175-200}{10} \leq Z \leq \frac{215-200}{10})=P(-2,5 \leq Z \leq 1,5)=P(Z\leq 1,5)-P(Z < -2,5)=$

0,9332-(1-0,9938)=0,9270

O peso medio da mostra de 25 laranxa estará entre 175g e 215g con unha probabilidade 0,9270

b) $P(\bar{X} < 210) = 0,9772$

Agora, $\bar{X} \sim N(\mu=200, \sigma=\frac{50}{\sqrt{n}})$

$P(Z \leq \frac{210-200}{\frac{50}{\sqrt{n}}})=0,9772$ (Mirando nas táboas da distribución Normal) $\frac{10}{\frac{50}{\sqrt{n}}}=2 \Rightarrow 10=2\cdot 50/\sqrt{n}$

$\Rightarrow 10\sqrt{n}=100 \Rightarrow n=100$

A mostra tomada e de n=100 laranxas.