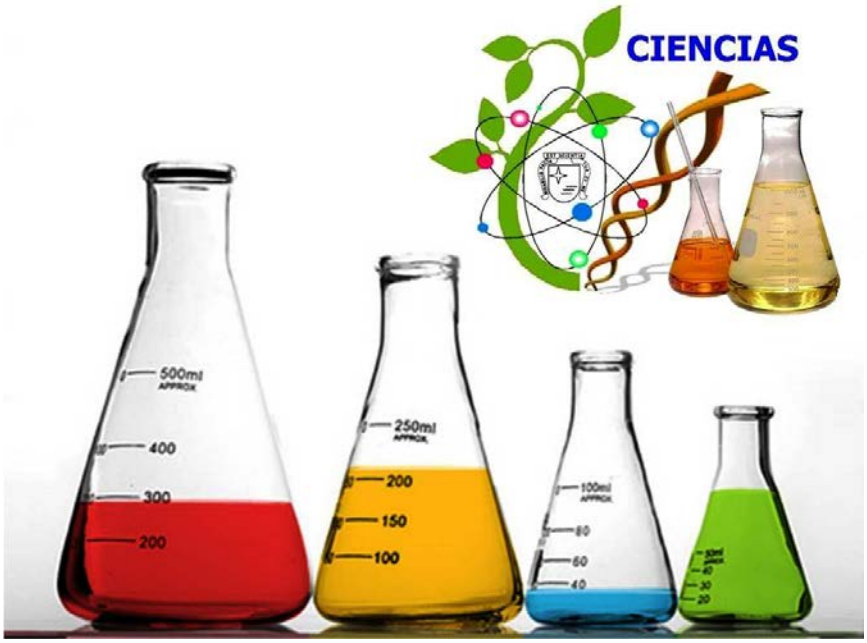


Departamento de Física y Química

1º Bachillerato

Teoría y Problemas resueltos paso a paso

MAGNITUDES.
INTRODUCCIÓN AL ANÁLISIS DIMENSIONAL

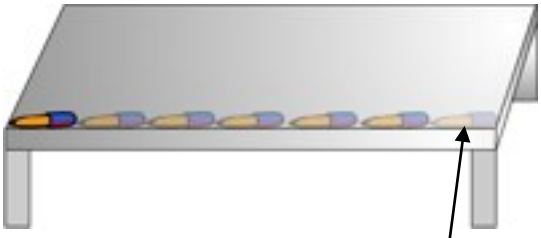
Magnitud es todo aquello que puede ser medido. Por ejemplo una longitud, la temperatura, la intensidad de corriente, la fuerza… etc.

Medir una magnitud consiste en compararla con otra de la misma especie (elegida arbitrariamente) llamada **unidad** y ver cuantas veces está contenida dicha unidad en la magnitud medida.

Ejemplo.

Si tratamos de medir la longitud de una mesa (magnitud), deberemos primero elegir una unidad de medida y ver después cuántas veces esa unidad está contenida en la magnitud a medir.

El resultado de la medida debe ser, por tanto, el resultado numérico y la unidad empleada en la medición.



Para medir la longitud de la mesa se ha elegido como unidad de medida "el boli". Miramos cuántas veces el bolígrafo está contenido en la mesa. El resultado es ***7 bolis.***

Aunque existe un número muy grande de magnitudes y se puede elegir para su medida una cantidad enorme de unidades, la medida de cualquier magnitud se reduce a la medida de un número muy pequeño de magnitudes llamadas magnitudes fundamentales.

El ***Sistema Internacional de Unidades (S.I.),*** creado en 1960, es el sistema mundialmente aceptado. Está basado en el Sistema Métrico y consta de siete magnitudes fundamentales y sus correspondientes unidades de medida (todas basadas en fenómenos físicos fundamentales, excepto la unidad de masa: el kilogramo)

Sistema Internacional de Unidades (S.I)			
Magnitud fundamental	**Símbolo**	**Unidad**	**Símbolo**
Longitud	L	Metro	m
Masa	M	Kilogramo	kg
Tiempo	T	Segundo	s
Intensidad de corriente	I	Amperio	A
Temperatura	θ	Kelvin	K
Cantidad de sustancia	N	Mol	mol
Intensidad luminosa	J	Candela	cd

Obtener la ecuación de dimensiones de una magnitud derivada es expresar ésta como producto de las magnitudes fundamentales.

Para obtener la ecuación dimensional de una magnitud derivada:

- Deberemos partir de su ecuación de definición.
- Hay que manipular la ecuación de definición hasta lograr que se pueda expresar en función de las magnitudes fundamentales.

Ejemplo 1.

Obtener la ecuación dimensional de la velocidad.

La velocidad es una magnitud derivada.

Su ecuación de definición es: $v = \frac{e}{t}$

Su ecuación de dimensión, será:

$$[v] = \frac{[L]}{[T]} = [L\ T^{-1}]$$

Ejemplo 2.

Obtener la ecuación dimensional de la aceleración.

La aceleración es una magnitud derivada.

Su ecuación de definición es: $a = \frac{v}{t}$

Su ecuación de dimensión, será:

$$[a] = \frac{[L\ T^{-1}]}{[T]} = [L\ T^{-2}]$$

Ejemplo 3.

Obtener la ecuación dimensional de la fuerza

La fuerza es una magnitud derivada.

Su ecuación de definición es: $F = m \cdot a$

Su ecuación de dimensión, será:

$$[F] = [M][L\ T^{-2}] = [M\ L\ T^{-2}]$$

Ejemplo 4.

Obtener la ecuación dimensional de la energía cinética

La energía es una magnitud derivada.

Su ecuación de definición es: $E_c = \frac{1}{2} m\ v^2$

Su ecuación de dimensión, será:

$$[E_c] = [M][L\ T^{-1}]^2 = [M\ L^2\ T^{-2}]$$

$\frac{1}{2}$ es un número sin dimensiones.

Utilidad del análisis dimensional

- **La ecuación de dimensiones puede servir para determinar la unidad de medida de la magnitud considerada**.

  Por ejemplo, a partir de la ecuación de dimensiones de la fuerza (ejemplo 3) se deduce que la unidad de fuerza en el S.I. es el kg . m . s^{-2} o newton (N). Es decir N = kg . m . s^{-2}

- **También puede servirnos para comprobar si una ecuación es correcta o no**, ya que cualquier ecuación debe ser dimensionalmente homogénea o, lo que es lo mismo, ***ambos miembros han de tener la misma ecuación de dimensiones.***

  Ejemplo. ¿Cuál de las ecuaciones siguientes es correcta?

  $$s = a\ t\ ;\ s = \frac{1}{2} v\ t^2\ ;\ s = \frac{1}{2} a\ t^2$$

  Para todas ellas el primer miembro tiene como ecuación dimensional: $[s] = [L]$

  Veamos cual es la ecuación dimensional del segundo miembro:

  $$[a\ t] = [L\ T^{-2}\ T] = [L\ T^{-1}]$$

  $$\left[\frac{1}{2} v\ t^2\right] = [L\ T^{-1}\ T^2] = [L\ T]$$

  $$\left[\frac{1}{2} a\ t^2\right] = [L\ T^{-2}\ T^2] = [L]$$

  Por tanto la ecuación correcta es la última pues es la única que cumple la condición de homogeneidad (ambos miembros tienen la misma ecuación de dimensiones)

INTRODUCCIÓN AL CÁLCULO VECTORIAL

Magnitudes escalares y vectoriales

La gran variedad de cosas medibles (magnitudes) se pueden clasificar en dos grandes grupos:

- Magnitudes que sólo requieren dar su valor. Por ejemplo 5,0 g ; 25^{0} C ; 54,65 s… Son las llamadas **magnitudes escalares.**
- Magnitudes que para estar correctamente especificadas se requiere conocer:

  Su valor o módulo.
  Su dirección (representada por una recta)
  Su sentido (que se representa por una punta de flecha)

  Son las llamadas **magnitudes vectoriales** que usan para su representación flechas o vectores. Son ejemplos de éstas la velocidad, la aceleración o las fuerzas.

Igualdad de dos vectores:

Dos vectores son iguales si tienen el mismo módulo, la misma dirección y el mismo sentido.

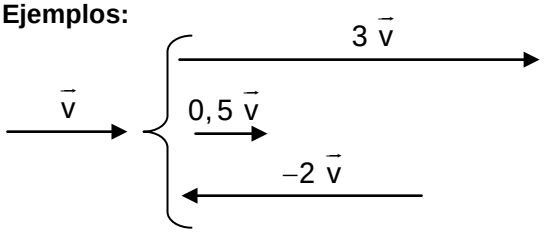
Producto de un escalar (número) por un vector

Es un vector:

- De módulo el producto del número por el módulo del vector.
- Dirección, la del vector.
- Sentido, el mismo del vector si el número es positivo y contrario si es negativo.

Al multiplicar un número por un vector obtenemos otro vector de la misma dirección y sentido que el primero (si el número es positivo), pero mayor o más pequeño. O bien, un vector (mayor o más pequeño) que apunta en sentido contrario al dado (si el número es negativo)

Ejemplos:

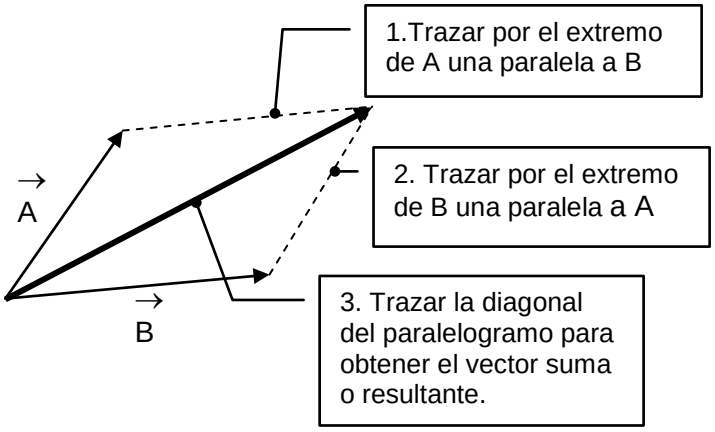


Suma de vectores

Al sumar dos vectores se obtiene otro vector (vector suma o resultante).

Para obtener el vector suma es necesario recurrir a lo que se conoce como “regla del paralelogramo”. Esto es, se construye un paralelogramo que tenga los vectores como lados y se traza la diagonal del mismo para obtener el vector suma.

El vector suma $\vec{S}$ produce el mismo efecto actuando solo que los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ actuando a la vez.



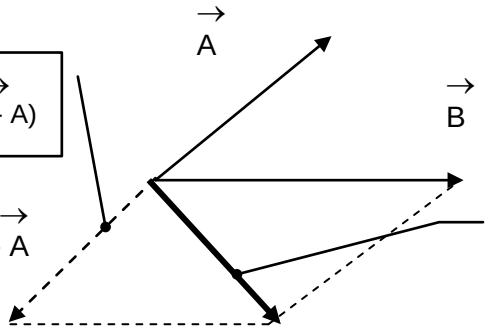
Resta de vectores

Al restar dos vectores se obtiene otro vector.

Para obtener el vector resta o diferencia se puede usar la regla del paralelogramo, teniendo en cuenta que la diferencia puede ser considerada como la suma de un vector y su opuesto:

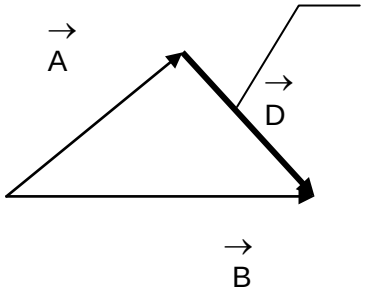
$$\vec{B} - \vec{A} = \vec{B} + \left(-\vec{A}\right)$$

1. Obtener el vector (- A)



2. Sumar B + (- A)

… aunque existe un procedimiento abreviado:

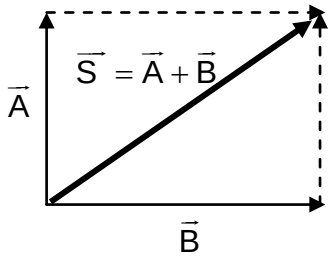


Unir los extremos de ambos vectores (dirección) y trazar la flecha (sentido) del sustraendo al minuendo.

Si los vectores son perpendiculares:

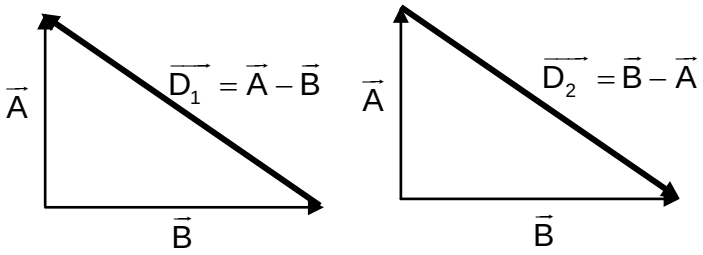
Para SUMAR

Construir el paralelogramo y trazar la diagonal



Para RESTAR

Unir los extremos de ambos vectores y asignar como sentido del vector diferencia el que va del sustraendo al minuendo.



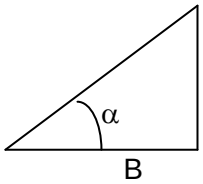
Observa que $\vec{A} - \vec{B} \neq \vec{B} - \vec{A}$ ya que son vectores que tienen el mismo módulo, la misma dirección, pero sentidos contrarios.

Tanto para la suma como para la resta. Si queremos obtener el valor del vector resultante, tendremos que hacer:

$$S^2 = A^2 + B^2 \; ; S = \sqrt{A^2 + B^2}$$

$$D^2 = A^2 + B^2 \; ; D = \sqrt{A^2 + B^2}$$

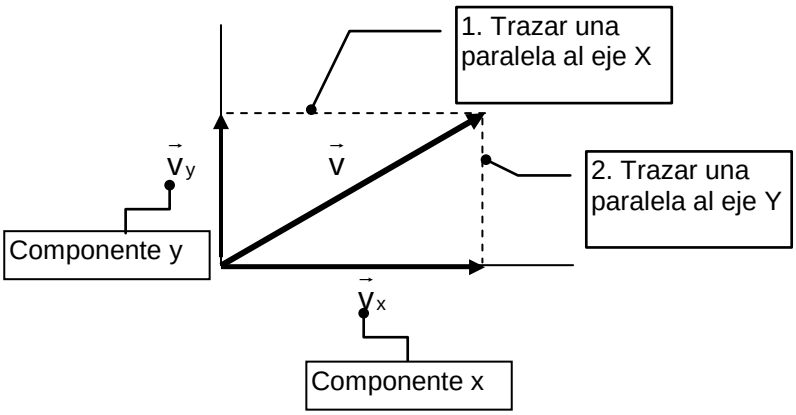
Si queremos saber el ángulo que forma con el eje x podemos utilizar la función tangente:



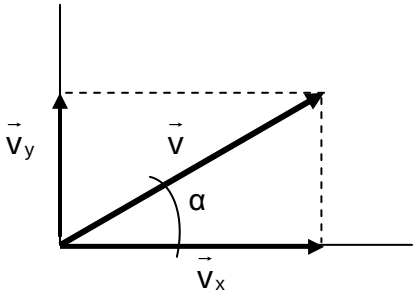
A $\quad tg\,\alpha = \frac{A}{B} \; ; \alpha = invtg\left(\frac{A}{B}\right)$

Componentes de un vector

Siempre podemos descomponer un vector en sus dos componentes. Es decir, **obtener otros dos vectores perpendiculares que, actuando a la vez, produzcan el mismo efecto que el vector considerado actuando solo.**



Para obtener el valor (módulo) de las componentes:

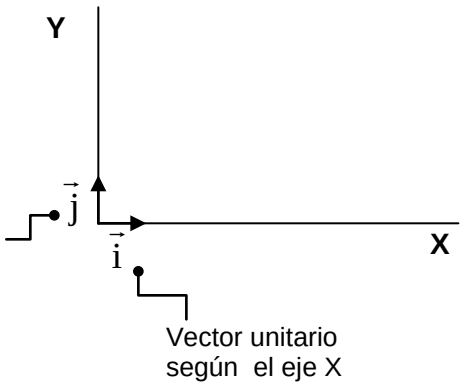


$v_x = v.\ \cos \alpha$
$v_y = v\ .\ \text{sen}\ \alpha$

Expresión de un vector en función de los vectores unitarios

Aprovechando el concepto de producto de un escalar por un vector se pueden obtener una notación muy útil para representar los vectores.

Se definen en primer lugar los llamados **vectores unitarios**. Esto es, unos vectores que tienen módulo uno (1), cuya dirección es la de los ejes coordenados y su sentido el sentido positivo de éstos.



Usando estos vectores es muy fácil escribir vectores cuya dirección sea la de los ejes coordenados:

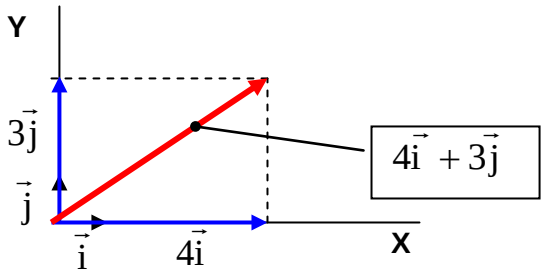
$3\vec{i}$ Vector de módulo 3 que apunta en la dirección positiva del eje X.

$-2\vec{i}$ Vector de módulo 2 que apunta en la dirección negativa del eje X.

$4\vec{j}$ Vector de módulo 4 que apunta en la dirección positiva del eje Y.

$-3\vec{j}$ Vector de módulo 3 que apunta en la dirección negativa del eje Y.

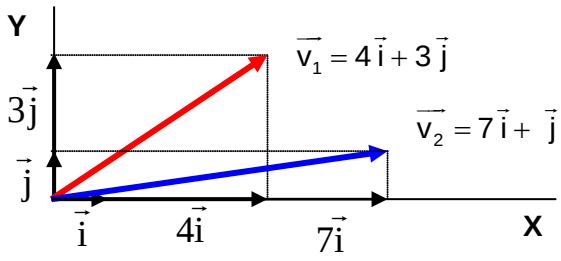
… y también resulta muy sencillo expresar cualquier otro vector:



La notación en función de los vectores unitarios da una gran información y facilita muchísimo el cálculo con vectores.

El vector $\overrightarrow{v} = 4\vec{i} + 3\vec{j}$, es un vector cuyo módulo vale: $v = \sqrt{4^2 + 3^2} = 25$ y que forma un ángulo con el eje x de: $tg\,\alpha = \frac{3}{4} = 0,75\,;\,\alpha = inv\,tg\,(0,75) = 36,87^0$

Imaginemos dos vectores concurrentes en el origen expresados en función de los vectores unitarios…

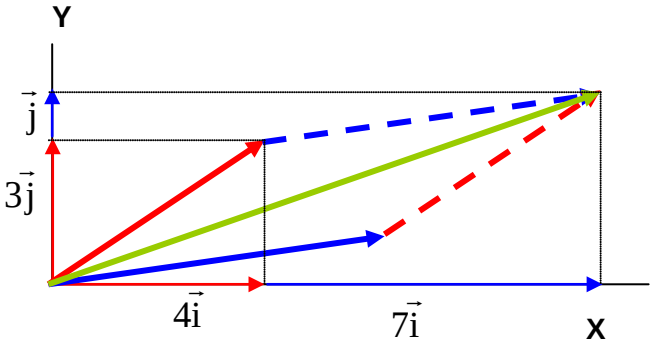


Su suma, se obtendrá trazando el paralelogramo correspondiente. Al hacerlo observamos que el vector resultante tiene por componente x el vector:

$$\vec{v}_x = 4\vec{i} + 7\vec{i} = 11\vec{i}$$

y por componente y el vector:

$$\vec{v}_y = 3\vec{j} + \vec{j} = 4\vec{j}$$



Por tanto el vector suma tendrá por componentes:

$$\vec{S} = 11\vec{i} + 4\vec{j}$$

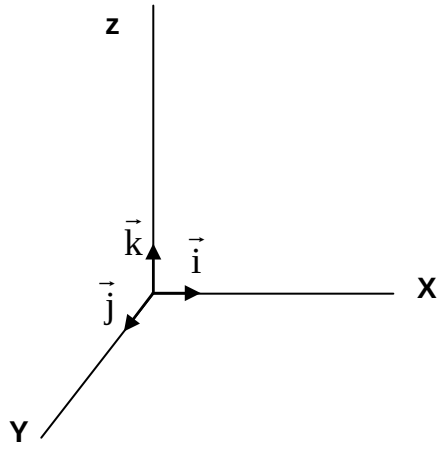
Para sumar vectores, se suman sus componentes:

$$\vec{S} = \overrightarrow{v_1} + \overrightarrow{v_2} = \left(4\vec{i} + 3\vec{j}\right) + \left(7\vec{i} + \vec{j}\right) = 11\vec{i} + 4\vec{j}$$

De forma análoga podríamos concluir que para restar vectores, se restan sus componentes:

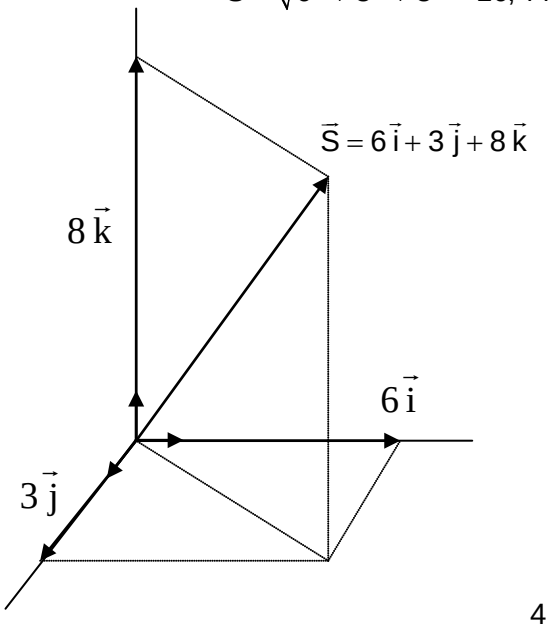
$$\vec{D} = \overrightarrow{v_1} - \overrightarrow{v_2} = \left(4\vec{i} + 3\vec{j}\right) - \left(7\vec{i} + \vec{j}\right) = -3\vec{i} + 2\vec{j}$$

Para trabajar en tres dimensiones solamente hay que definir un tercer vector unitario (k) orientado según el eje Z.



Cualquier vector puede entonces ser expresado como suma de sus tres componentes. La suma y resta se realizan de forma análoga a lo visto en dos dimensiones. Para calcular el módulo:

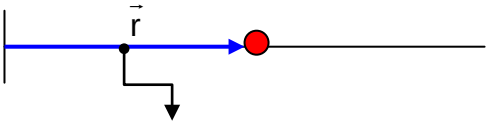
$$S = \sqrt{6^2 + 3^2 + 8^2} = 10,44$$



MOVIMIENTO UNIFORME

Un cuerpo se mueve con movimiento uniforme si $\vec{v} = \text{constante}$

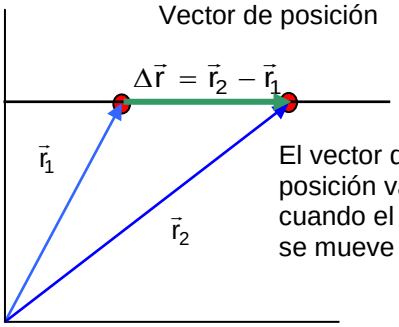
La constancia del vector velocidad, implica que se mantenga invariable en módulo (valor), dirección y sentido. Por tanto, cuando un cuerpo se mueve con movimiento uniforme el valor de la velocidad no varía y su trayectoria es una línea recta.



Vector de posición

Vector velocidad.

Para fijar la posición de un punto que se mueve se utiliza un vector, llamado **vector de posición**, que tiene el origen en el origen de espacios y su extremo coincide con la posición del punto.



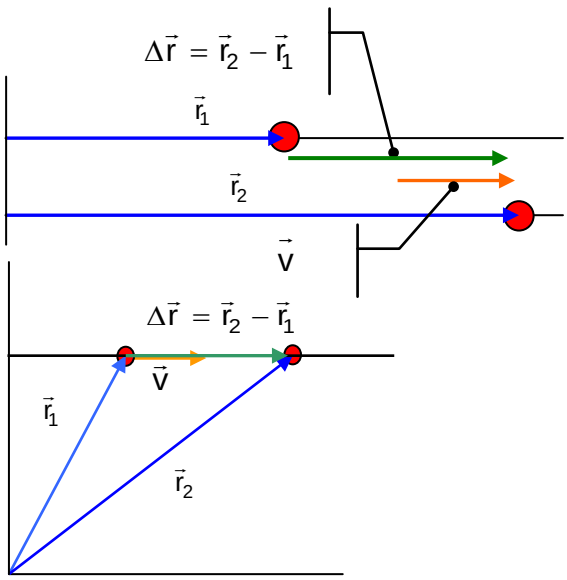
El vector de posición varía cuando el punto se mueve

Definimos el vector velocidad en la forma:

$$\vec{v} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta t}\Delta\vec{r}$$

Como es producto de un número, $\frac{1}{\Delta t}$, por un vector, $\Delta\vec{r}$, el vector $\vec{v}$ tendrá la dirección y sentido de $\Delta\vec{r}$

Notar que el módulo del vector $\Delta\vec{r}$ coincide con el espacio recorrido por el móvil medido sobre la trayectoria.



Ecuaciones del movimiento

Las ecuaciones para el movimiento uniforme son:

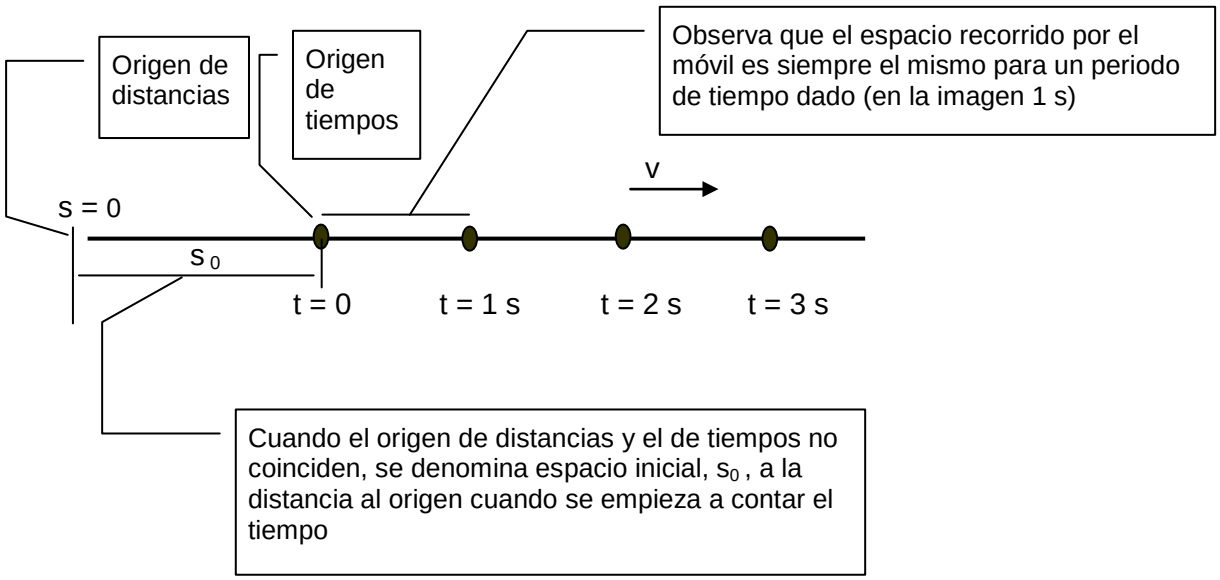
$$\vec{v} = \text{cte.}$$
$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}\,t$$

Como el movimiento tiene lugar según una línea recta, podemos prescindir de la notación vectorial y escribir:

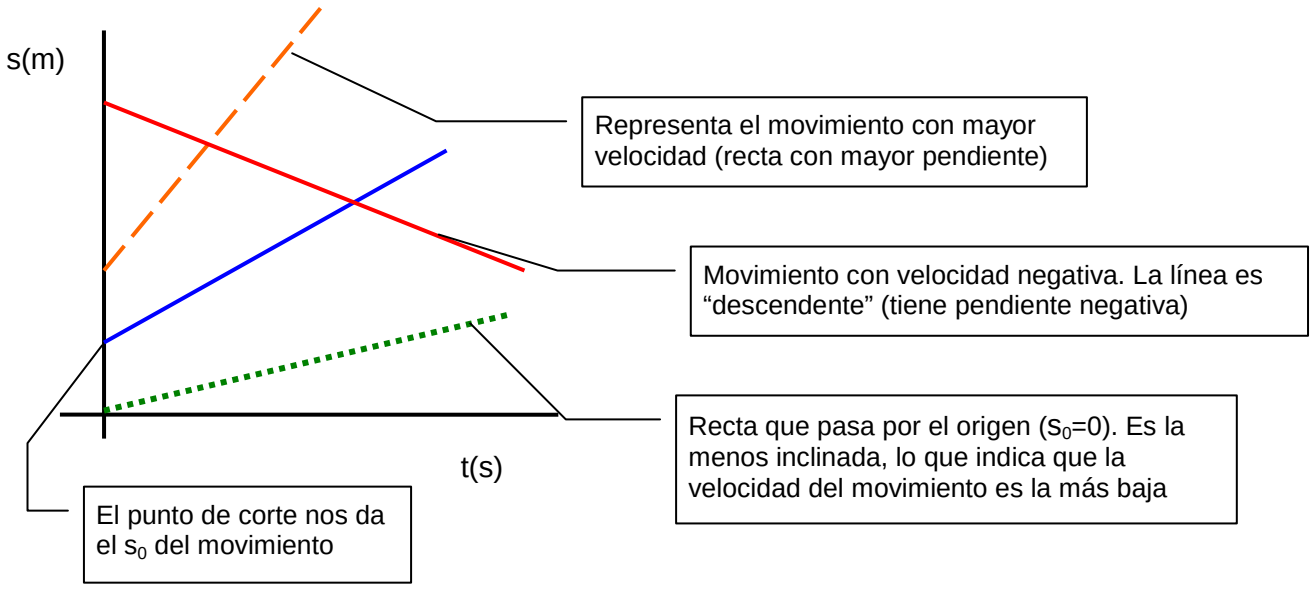
$$V = \text{cte}$$
$$s = s_0 + v\,t$$

… pero siempre teniendo en cuenta que tratamos con magnitudes vectoriales:

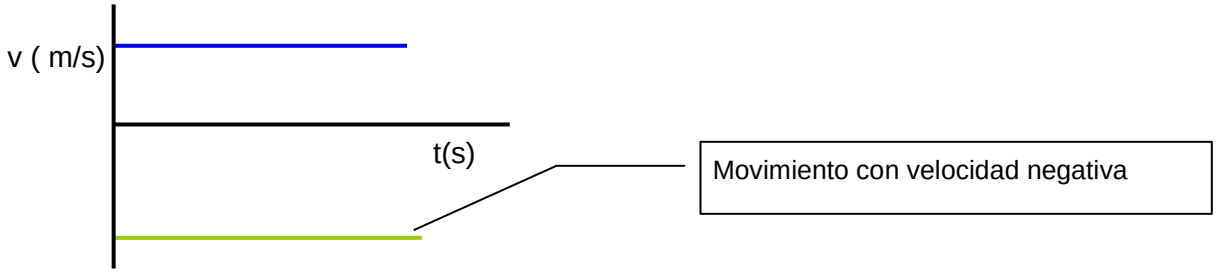
- El signo nos indica el sentido.
- **s** nos da la distancia al origen (módulo del vector de posición), no el espacio recorrido.



La gráfica s/t es una línea recta. La inclinación (pendiente) depende de la velocidad. El punto de corte con el eje vertical da s 0



La gráfica v/t es una recta paralela al eje t



Para escribir la ecuación correspondiente a un movimiento rectilíneo y uniforme:

- ☑ Determina el valor de s_0.
- ☑ Determina el valor de la velocidad
- ☑ Adapta las ecuaciones generales del movimiento al caso particular que estudias poniendo los valores de s_0 y v.

Ejemplo 1.

Un cuerpo que se mueve con velocidad constante de 3 m/s, se encuentra situado a 15 m a la derecha del origen cuando comienza a contarse el tiempo. Escribe las ecuaciones que describen su movimiento:

Solución:

Ecuaciones generales para el movimiento. rectilíneo y uniforme:

$$v = cte.$$
$$s = s_0 + v\,t$$

Valores de s_0 y v para este caso: $s_0 = 15$ m ; $v = 3$ m/s

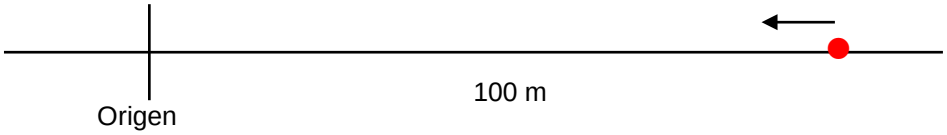
Ecuaciones particulares para este movimiento:

$$v = 3$$
$$s = 15 + 3\,t$$

Ejemplo 2.

Un cuerpo se mueve hacia el origen con velocidad constante de 2,3 m/s. Si inicialmente se encuentra a una distancia de 100 m de éste ¿cuánto tiempo tardará en pasar por él?

Esquema del movimiento:



Ecuaciones generales para el mov. rectilíneo y uniforme:

$$v = cte.$$
$$s = s_0 + v\,t$$

Valores de s_0 y v para este caso: $s_0 = 100$ m ; $v = -2,3$ m/s

Ecuaciones particulares para este movimiento:

$$v = -2,3$$
$$s = 100 - 2,3\,t$$

Cuando pasa por el origen s = 0, luego:

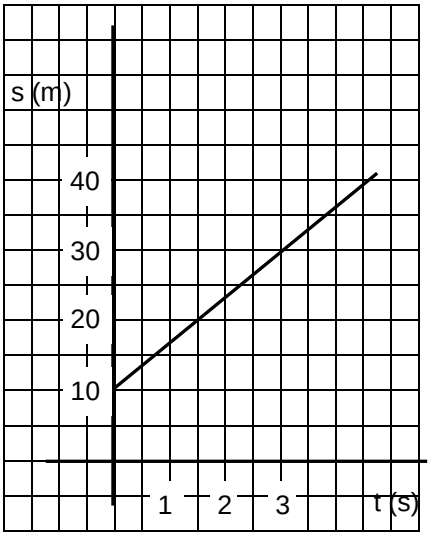
$0 = 100 - 2,3\,t$;

$$t = \frac{100}{2,3} = 43,5\ s$$

Ejemplo 3.

Se ha estudiado el movimiento de un cuerpo obteniéndose como resultado la gráfica que se muestra.

a. ¿Cuáles son las ecuaciones que describen su movimiento?
b. ¿A qué distancia del origen se encuentra cuando pasen 5,4 s?



Solución:

Ecuaciones generales para el mov. rectilíneo y uniforme:

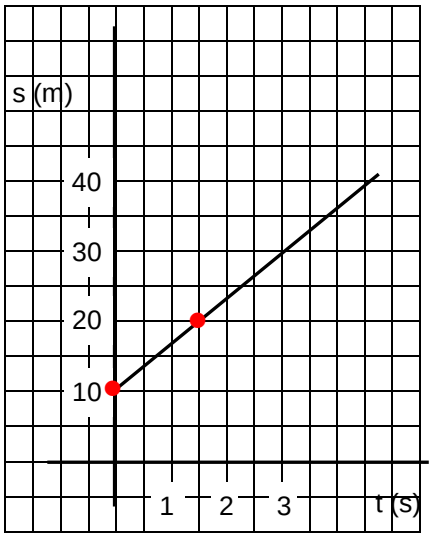
$$v = cte.$$
$$s = s_0 + v\,t$$

Valores de s_0 y v para este caso:

s_0 = 10 m (leído en la gráfica: punto de corte con el eje vertical)

Para saber el valor de la velocidad se calcula la pendiente de la recta. Para ello se toman dos puntos de lectura fácil (ver gráfica) y se calcula la pendiente de la siguiente manera:

$$v = \frac{(20-10)\,m}{(1{,}5-0)\,s} = 6{,}67\,\frac{m}{s}$$



Ecuaciones particulares para este movimiento:

$$v = 6{,}7$$
$$s = 10 + 6{,}7\,t$$

Valor de s cuando t = 5,4 s : $s_{(t=5,4)} = 10 + 6{,}7.\ 5{,}4 = 46{,}2$ m

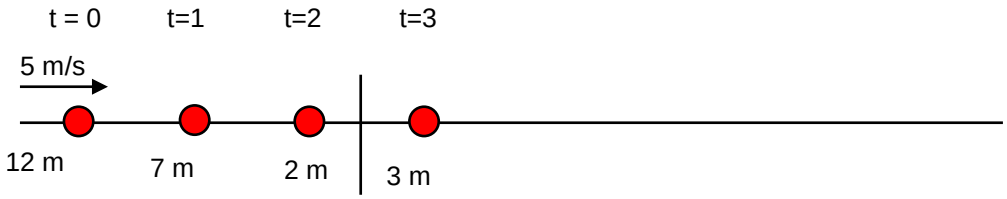
Ejemplo 4.

El movimiento de un cuerpo obedece a la ecuación siguiente: $s = -12 + 5t$.

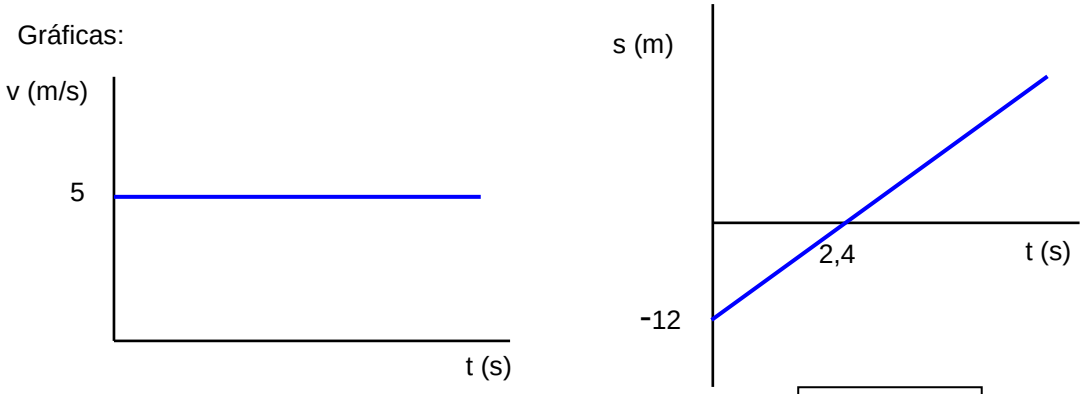
a. Indica el tipo de movimiento del cuerpo y haz un esquema de su trayectoria.
b. ¿Qué aspecto tendrán las gráficas s/t y v/t?
c. ¿Cuánto tiempo tardará en pasar por el origen?

Solución:

El cuerpo se mueve con movimiento rectilíneo y uniforme (m.r.u), ya que la ecuación s/t es del tipo $s = s_0 + v\,t$, siendo los valores de las constantes, para este caso:
$s_0 = -12$ m . El signo menos se debe a que inicialmente se encuentra situado a la izquierda del origen.
v = 5 m/s. El signo positivo nos indica que se mueve hacia la derecha.

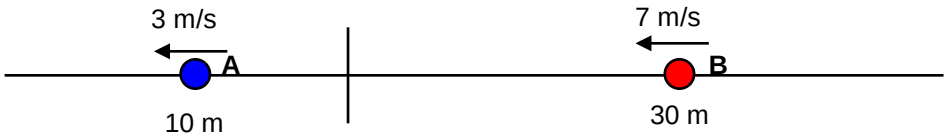


Gráficas:



Cuando pase por el origen se cumplirá: s = 0. Luego : 0 = - 12 + 5 t ; $t = \frac{12}{5} = 2,4\ s$

Ejemplo 5



a. Escribir las ecuaciones que describen el movimiento de los puntos considerados.
b. ¿A qué distancia del origen se encuentran?

Solución

Para el punto A: $s_0 = -10$ m ; v = - 3 m/s.
Luego: $\mathbf{s_A = -10 - 3\,t.}$

Para el punto B: $s_0 =$ 30 m ; v = - 7 m/s.
Luego: $\mathbf{s_B = 30 - 7\,t.}$

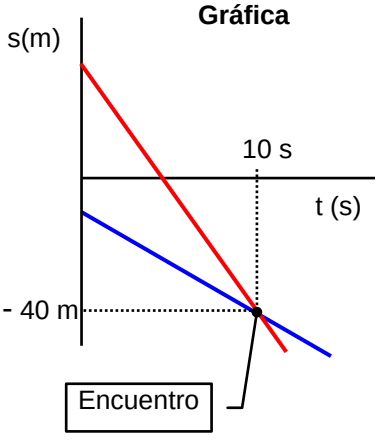
Cuando se encuentren, **ambos estarán situados a la misma distancia del origen**. Es decir: $\mathbf{s_A = s_B}$. Igualando por tanto ambas expresiones:

$$-10 - 3\,t = 30 - 7\,t\,;\ 7\,t - 3\,t = 30 + 10\,;\ 4\,t = 40\,;\ t = 10\ s$$

Se encuentran al cabo de 10 s.

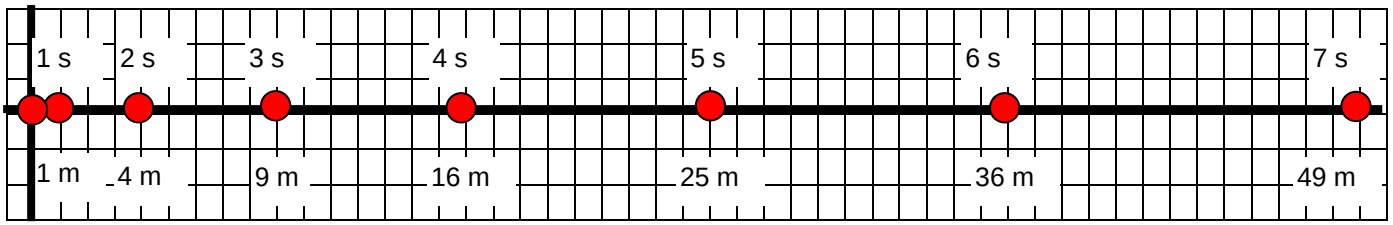
Para saber a qué distancia del origen se encuentran, sustituimos el valor obtenido para el tiempo en cualquiera de las ecuaciones: $s_A = -10 - 3 \cdot 10 = -40$ m. (40 m a la izquierda)

Gráfica



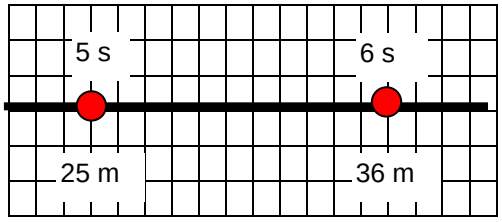
MOVIMIENTO UNIFORMEMENTE ACELERADO

Si consideramos un cuerpo que se mueve con velocidad variable ¿Cómo podemos calcular el valor de la velocidad en un instante determinado (por ejemplo para t =5 s)?



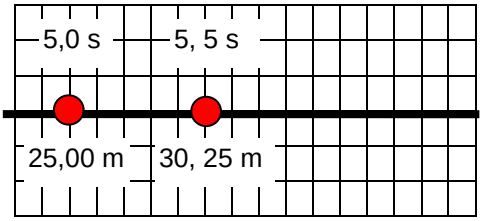
La pregunta no es fácil de contestar si pensamos cómo calculamos la velocidad (en realidad su módulo):

Observamos el móvil durante cierto tiempo y dividimos el espacio recorrido entre el tiempo que ha tardado en recorrerlo. Esto implica que hemos de tomar un intervalo de tiempo (por ejemplo: 1 s), pero como su velocidad varía, lo que realmente estamos calculando será la velocidad media entre el instante t = 5,0 y t = 6,0 s. Esto es, la velocidad constante a la que debe moverse el móvil para recorrer el espacio considerado en el mismo tiempo.



$$v_m = \frac{(36-25)\,m}{1\,s} = 11\,\frac{m}{s}$$

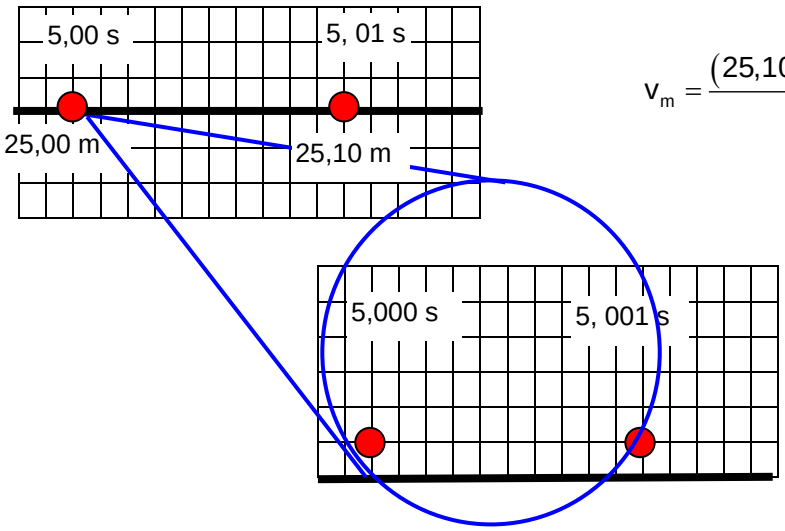
¿Qué ocurrirá si hacemos más pequeño el intervalo de tiempo? Seguiremos calculando una velocidad media, pero el resultado se aproximará más al valor buscado.



$$v_m = \frac{(30{,}25-25{,}00)\,m}{0{,}50\,s} = 10{,}50\,\frac{m}{s}$$

Podemos reiterar el procedimiento e ir estrechando cada vez más el intervalo de tiempo. De esta manera **vamos obteniendo el valor de la velocidad media entre dos puntos que están cada vez más próximos** y, en consecuencia, el valor obtenido se ira aproximando más y más al que la velocidad tendría en el instante t = 5 s.

¿Qué ocurriría si lográsemos calcular esta velocidad media entre dos puntos infinitamente próximos? Entonces obtendríamos la velocidad en el instante t = 5 s, con un error infinitamente pequeño (infinitesimal). Esto se puede lograr mediante un procedimiento matemático denominado “paso al límite”, que forma parte del llamado cálculo infinitesimal.



$$v_m = \frac{(25{,}10 - 25{,}00)\,m}{0{,}01\,s} = 10{,}01\,\frac{m}{s}$$

$$v_m = \frac{(25{,}01 - 25{,}00)\,m}{0{,}001\,s} = 10{,}001\,\frac{m}{s}$$

Velocidad instantánea (módulo):

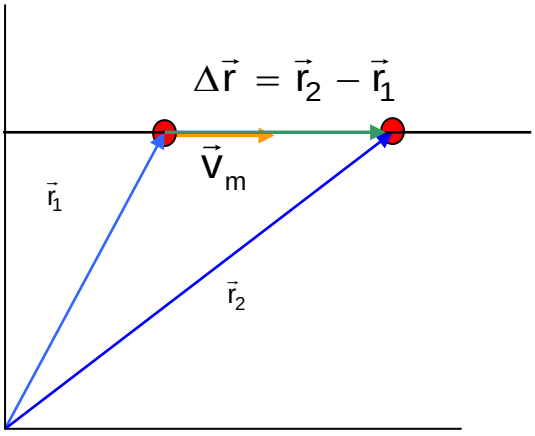
25,00 m 25, 01m

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$$

Se lee: *"límite de incremento de s, dividido por incremento de t, cuando incremento de t tiende a cero"* o (segunda igualdad) *"derivada de s respecto de t".*

Usemos ahora vectores para poder dar una definición completa del ***vector velocidad*** (media e instantánea).

Cuando un móvil se desplaza, desde un punto1 a otro 2, el vector de posición toma los valores $\vec{r}_1$ y $\vec{r}_2$ (ver figura). El vector $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ se llama **vector desplazamiento.**

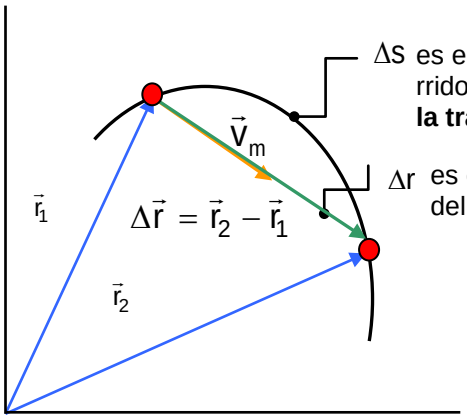


El vector velocidad media se define entonces como:

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta t}\Delta\vec{r}$$

El vector velocidad media viene dado por tanto como producto de un número, $\frac{1}{\Delta t}$, por un vector, $\Delta\vec{r}$. El resultado será un vector:

- ***De módulo*** $\frac{\Delta r}{\Delta t}$. Como Δr coincide con el espacio recorrido (Δs), podemos decir que su módulo es $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ (***rapidez*** con que se recorre el espacio).
- ***Su dirección y sentido*** son los de $\Delta\vec{r}$.



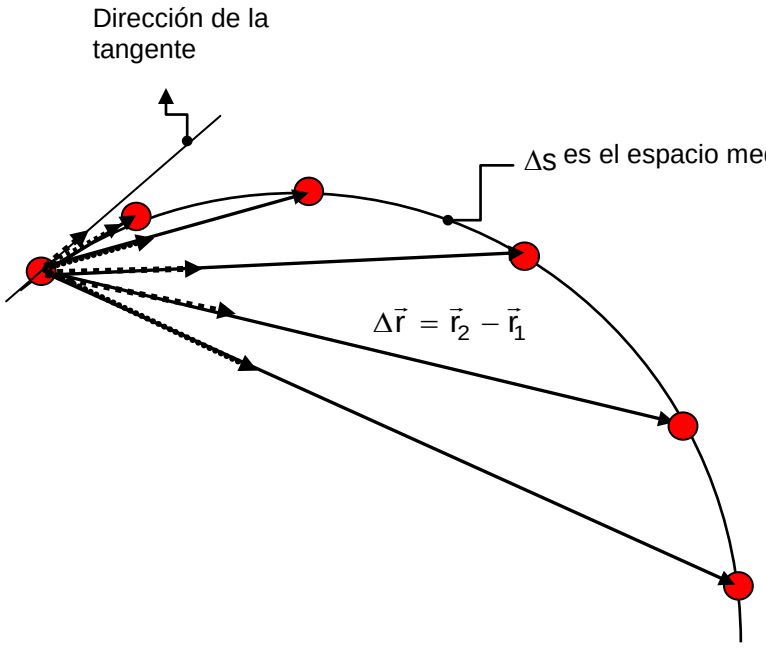
Δs es el espacio recorrido **medido sobre la trayectoria.**

Δr es el módulo del vector $\Delta\vec{r}$

Si la trayectoria es una curva, hemos de hacer algunas (importantes) consideraciones:

- $\Delta r \neq \Delta s$ (ver figura).
- El cociente $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ o **rapidez, ya no es el módulo de la velocidad media.**
- Por tanto, $v_m \neq \frac{\Delta s}{\Delta t}$.

Si partiendo de la situación anterior vamos aproximando cada vez más los puntos, **la dirección de la velocidad media se acerca más y más a la tangente a la curva, e** Δr **se aproxima a** Δs (ver esquema abajo)
"En el límite" (cuando $\Delta t \to 0$**),** Δr **=, la velocidad media se convierte en instantánea y su dirección coincidirá con la de la tangente en el punto considerado.**



Con trazo continuo se representa el vector $\overrightarrow{\Delta r}$ y con puntos el vector $\overrightarrow{v_m}$

Se define el vector velocidad instantánea como: $\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$; $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$

- Lleva la dirección de la tangente.
- Su módulo coincide con la rapidez: $\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}\vec{u}_t$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{ds}{dt}\vec{u}_t$$

donde u_t es un vector unitario en la dirección de la tangente a la trayectoria en el punto considerado.

Resumen:

Vector velocidad instantánea

$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{ds}{dt}\vec{u}_t$

Dirección y sentido: El de la tangente en el punto considerado

Módulo: La derivada de s con respecto de t

Vector velocidad media

$\vec{v}_m = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta t}\Delta\vec{r}$

Dirección y sentido: los de $\Delta\vec{r}$

Módulo: $\frac{\Delta r}{\Delta t}$

Concepto de aceleración

Si estamos estudiando el movimiento de un cuerpo que varía su velocidad, necesitamos definir una magnitud que nos dé ***la rapidez con la cual varía la velocidad***. Esta magnitud es la aceleración. Se define el vector aceleración:

$$\vec{a} = \frac{\left(\vec{v}_2 - \vec{v}_1\right)}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

Nota

Realmente la expresión dada anteriormente, define el vector aceleración media.

Si el movimiento considerado es tal que la aceleración no es constante, deberíamos distinguir entre aceleración media e instantánea, que se definiría de una manera análoga a lo hecho en el caso de la velocidad:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

Moviendo uniformemente acelerado

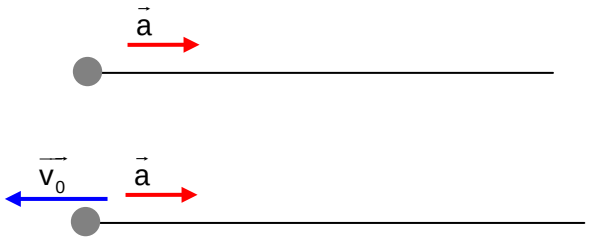
Un cuerpo se mueve con movimiento uniformemente acelerado si: $\vec{a} = \text{constante}$

La constancia del vector aceleración, implica que se mantenga ***invariable en módulo , dirección y sentido***.

¿Cómo se mueve un objeto para el cual $\vec{a} = \text{constante}$?

La pregunta no es fácil de responder, ya que la trayectoria seguida depende del vector velocidad inicial.

Veamos algunos ejemplos:

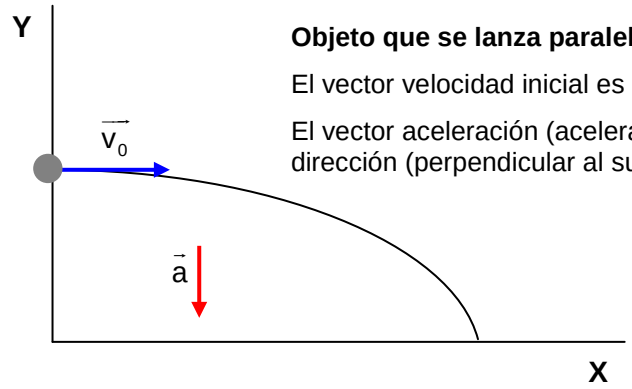


Objeto parado que comienza a acelerar hacia la derecha.

El objeto se moverá en línea recta alejándose cada vez a más velocidad.

Objeto que se mueve inicialmente hacia la izquierda, sometido a una aceleración hacia la derecha.

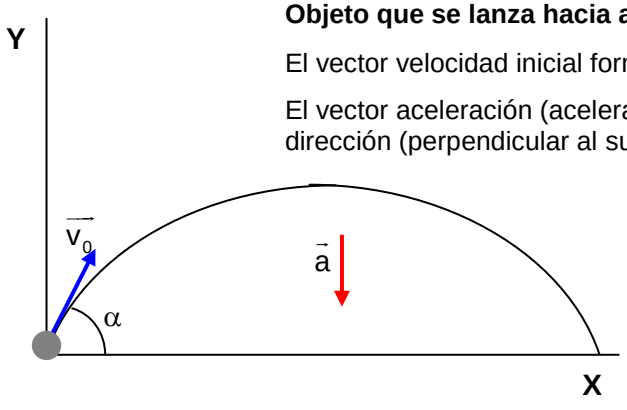
El objeto se mueve en línea recta e irá disminuyendo su velocidad hasta que se pare y luego comenzará a moverse con velocidad creciente hacia la izquierda.



Objeto que se lanza paralelamente al suelo.

El vector velocidad inicial es paralelo al suelo.

El vector aceleración (aceleración de la gravedad) es constante en módulo (10 m/s^2), dirección (perpendicular al suelo) y sentido (hacia abajo).



Objeto que se lanza hacia arriba con un cierto ángulo.

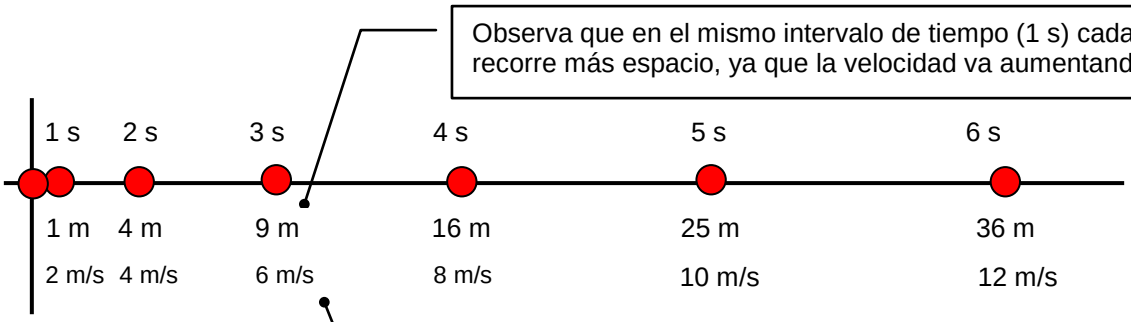
El vector velocidad inicial forma un ángulo α con la horizontal.

El vector aceleración (aceleración de la gravedad) es constante en módulo (10 m/s^2), dirección (perpendicular al suelo) y sentido (hacia abajo).

Movimiento rectilíneo y uniformemente acelerado

Un cuerpo se moverá con movimiento rectilíneo y uniformemente acelerado si $\vec{a} = cte.$ y su velocidad inicial es nula ($v_0 = 0$) o tiene la misma dirección que el vector aceleración.

Si se cumplen estas condiciones el cuerpo se mueve variando su velocidad de manera uniforme (siempre la misma cantidad en la unidad de tiempo) y la trayectoria descrita será una línea recta.



Ecuaciones del movimiento

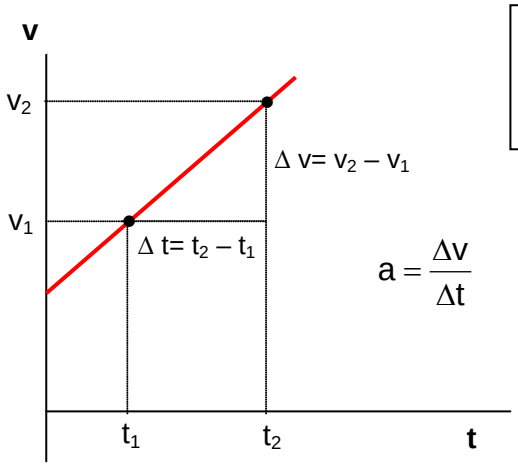
$$\vec{r} = \vec{r_0} + \vec{v_0}t + \frac{1}{2}\vec{a}\,t^2 \qquad \vec{v} = \vec{v_0} + \vec{a}\,t$$

Como el movimiento tiene lugar según una línea recta podemos prescindir de la notación vectorial y escribir sencillamente:

$$s = s_0 + v_0\,t + \tfrac{1}{2}\,a\,t^2 \qquad v = v_0 + a\,t$$

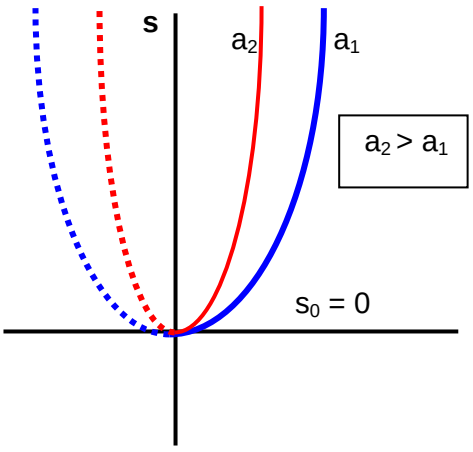
Donde:

v_0 = velocidad cuando t =0
s_0 = distancia al origen cuando t =0
s = distancia al origen (puede que no coincida con el espacio recorrido)
t = 0, indica *cuando empieza a contarse el tiempo* (*cuando se pone en marcha el cronómetro).*



La gráfica v - t es una recta. La inclinación de la recta depende de la aceleración.
Para calcular v_0 hay que determinar el punto de corte de la recta con el eje "v"

Para calcular la aceleración del movimiento, hay que calcular la pendiente de la recta



La gráfica s/t es una parábola.
La aceleración es positiva si la parábola se abre hacia arriba y negativa si lo hace hacia abajo.
Cuanto más cerrada sea la parábola, mayor aceleración.
El desplazamiento inicial s_0 se determina viendo el punto de corte con el eje "s".

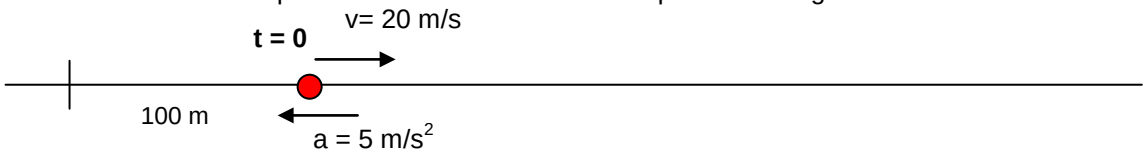
Para escribir las ecuaciones de un movimiento rectilíneo y uniformemente acelerado:

- ✓ Fija el origen a partir del cual se va a medir la distancia.
- ✓ Fija el sentido al que se le asigna signo positivo.
- ✓ Determina el valor de las constantes del movimiento: **a, s_0 , v_0**.
- ✓ Adapta las ecuaciones generales al caso particular sustituyendo los valores de **a, s_0 , v_0** para el caso considerado.

Ten en cuenta que, aunque no usemos notación vectorial, las magnitudes que estás usando: distancia al origen, velocidad, aceleración, son **vectores**. Por tanto, además de un valor (el número), tienen una dirección y un sentido; el signo nos indica el sentido del vector (hacia adonde apunta la flecha).

Ejemplo 1.

Escribe las ecuaciones que describen el movimiento del punto de la figura



Solución:

Ecuaciones generales para el movimiento:

$$v = v_0 + a\,t$$
$$s = s_0 + v_0\,t + \tfrac{1}{2}\,a\,t^2$$

Se toma como origen de distancias la línea vertical.

Sentido positivo hacia la derecha.

Determinación de s_0: ¿ A qué distancia del origen está el punto cuando t =0? s_0 = 100 m

Determinación de v_0: ¿Cuál es la velocidad del punto cuando t =0? v_0 = 20 m/s

Determinación de la aceleración: a = - 5 m/s² (signo menos, ya que apunta hacia la izquierda).

Ecuaciones particulares para este movimiento:

$$v = 20 - 5\,t$$
$$s = 100 + 20\,t - 2{,}5\,a\,t^2$$

Una vez escritas las ecuaciones se pueden resolver prácticamente todas las cuestiones que se quieran plantear. Solamente hay que *traducir* de nuestro lenguaje al *lenguaje de la ecuación* que solamente sabe de valores de s, v ó t.

Ejemplos: ¿Cuánto tarda en frenar el punto del ejemplo anterior?.

Traducción al *lenguaje ecuación*: ¿qué valor toma t cuando v =0?

Si v = 0 ; 0 = 20 – 5 t ;

$$t = \frac{20}{5} = 4\ s$$

¿Cuál es su velocidad al cabo de 5,3 s?

Traducción *al lenguaje ecuación:* ¿qué valor toma v cuando t = 5,3 s?

Si t = 5,3 s ; v = 20 – 5 . 5,3 = - 6,5 m /s (el signo menos indica que se desplaza hacia la izquierda; después de frenar ha dado la vuelta)

Ejemplo 2

Un cuerpo parte del reposo y comienza a moverse. Los datos tomados se recogen en la tabla adjunta. Indicar qué tipo de movimiento tiene y determinar las ecuaciones para el mismo.

t(s)	s (m)
0	10
1	13
2	22
3	37
4	58
5	85

Solución:

Como se observa en la tabla adjunta el espacio recorrido no varía linealmente con el tiempo. Esto es: en el intervalo de un segundo recorre cada vez más espacio. Esto indica que su velocidad va aumentando. Si se trata de un movimiento uniformemente acelerado el aumento de velocidad, o lo que es lo mismo, **su aceleración, será constante** .

Si el movimiento es uniformemente acelerado deberá cumplir la ecuación: $s = s_0 + v_0\, t + ½\, a\, t^2$.

Como en este caso $v_0 = 0$, la ecuación quedará: $s = s_0 + ½\, a\, t^2$.

Despejando a : $\frac{1}{2} a\, t^2 = s - s_0$; $a = \frac{2(s - s_0)}{t^2}$

Usando la ecuación anterior vamos probando con datos correspondientes de *t* y *s* comprobamos si el valor de *a* es constante:

$$a = \frac{2\,(13-10)\,m}{1^2\ s^2} = 6\,\frac{m}{s^2}\ ;\quad a = \frac{2\,(22-10)\,m}{2^2\ s^2} = 6\,\frac{m}{s^2}\ ;\quad a = \frac{2\,(37-10)\,m}{3^2\ s^2} = 6\,\frac{m}{s^2}$$

Estamos ante un movimiento uniformemente acelerado con $a = 6\,\frac{m}{s^2}$

Para obtener las ecuaciones determinamos el valor de v_0 y s_0 :

$v_0 = 0$, ya que nos lo dicen en el enunciado

$s_0 = 10$ m, ya que es el valor de s cuando t = 0 (ver tabla).

Ecuaciones:

$$v = 6\ t$$
$$s = 10 + 3\ t^2$$

Ejemplo 3

Una piedra es lanzada verticalmente y hacia arriba con una velocidad de 15 m/s. Determinar:

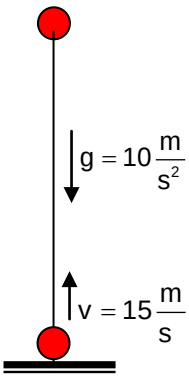
a) Ecuaciones del movimiento.

b) Altura máxima alcanzada.

c) Valor de la velocidad cuando t = 0,8 s y t = 2,3 s. Comentar

Solución:

Esquema:



Origen : el suelo (punto de lanzamiento)

Sentido positivo : hacia arriba

Determinación de v_0: ¿cuál es la velocidad cuando t = 0? El tiempo empieza a contar cuando la piedra sale de la mano. Luego $v_0 = 15$ m/s

Determinación de s_0: ¿a qué distancia del origen está la piedra cuando t =0? Cuando se lanza la piedra está en el punto de lanzamiento (origen). Luego $s_0 = 0$

Determinación del valor de a : a = g = - 10 m /s^2. El signo menos se debe a que la aceleración apunta hacia abajo y hemos considerado sentido positivo hacia arriba.

a) Ecuaciones:

$$v = 15 - 10\ t$$
$$s = 15\ t - 5\ t^2$$

b) ¿Cuál es la altura máxima alcanzada?

Traducción al *lenguaje ecuación:* ¿para que valor de t, v = 0? (ya que en el punto de altura máxima la piedra se detiene durante un instante)

Si v = 0 ; 0 = 15 – 10 t ; $t = \frac{15}{10} = 1{,}5$ s . Tiempo que tarda en alcanzar la altura máxima

Para calcular la altura máxima alcanzada calculamos la distancia a la que se encuentra del origen cuando t = 1,5 s:

$s = h_{max} = 15 \cdot 1{,}5 - 5 \cdot 1{,}5^{\,2} = 11{,}25$ m.

c) Valores de la velocidad:

$v_{(t = 0{,}8)} = 15 - 10 \cdot 0{,}8 = 7$ m/s

$v_{(t = 2{,}3)} = 15 - 10 \cdot 2{,}3 = -8$ m/s

Como se puede observar al cabo de 0,8 s del lanzamiento la piedra aún está en la fase ascendente, ya que el signo de la velocidad es positivo (sentido positivo: hacia arriba). Como se ve su velocidad va disminuyendo, debido a que durante el tramo de ascenso la aceleración lleva sentido contrario a la velocidad (movimiento decelerado)

Al cabo de 2,3 s la piedra se mueve hacia abajo. El signo es negativo: sentido hacia abajo. Efectivamente, a los 1,5 s alcanza la altura máxima, y como la aceleración continúa actuando, comienza su carrera de descenso, pero esta vez al tener el mismo sentido aceleración y velocidad, ésta aumenta.

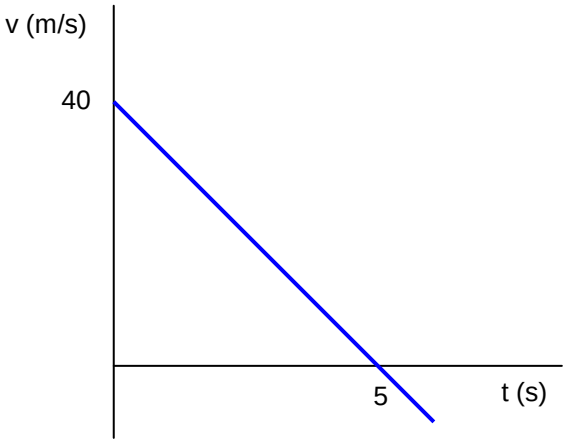
Ejemplo 4.

La gráfica de la izquierda se ha obtenido tras estudiar el movimiento de un cuerpo.

a) ¿Qué tipo de movimiento tiene?

b) ¿Cuáles son sus ecuaciones?

c) ¿Qué sucede para t = 5 s?



a) La gráfica v – t es una recta con pendiente negativa. Esto nos indica que la velocidad disminuye con el tiempo, pero de forma lineal (la misma cantidad en 1 s). Luego el movimiento es uniformemente acelerado (con aceleración negativa; también se llama decelerado). Para calcular la aceleración (deceleración) calculamos la pendiente de la recta v – t:

Pendiente = $a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{(0 - 40)\,\frac{m}{s}}{(5 - 0)\,s} = -8\,\frac{m}{s^2}$.

Observa los valores tomados: $t_1 = 0$ $v_1 = 40$; $t_2 = 5$ $v_2 = 0$

b) Como no nos dan datos, podemos tomar para s_0 cualquier valor. Tomaremos $s_0 = 0$

$v_0 = 40$ m/s (leído en la gráfica)

$a = -8$ m/s^2 (calculado)

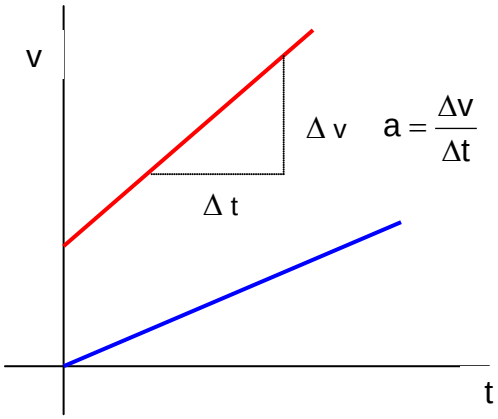
Ecuaciones:

$$v = 40 - 8\,t$$
$$s = 40\,t - 4\,t^2$$

c) En la gráfica se puede leer que cuando t = 5 s, v = 0. Luego al cabo de 5 s se detiene (es un movimiento decelerado). Si t es mayor de 5 s, observa que la línea en la gráfica v – t rebasa el eje horizontal empezando la velocidad (valores del eje Y) a tomar valores negativos ¿cómo interpretas ésto?

GRÁFICAS MRUA

GRÁFICAS v/t

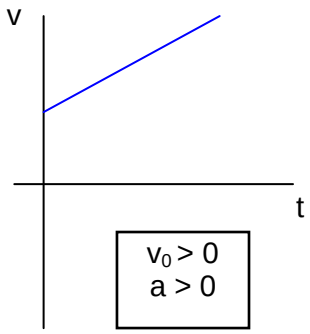


$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

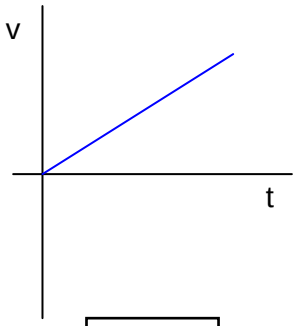
La gráfica v/t es una recta. La inclinación de la recta depende de la aceleración.

Para calcular v_0 determinar el punto de corte de la recta con el eje "v"

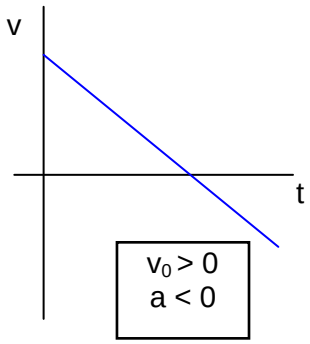
Para calcular la aceleración del movimiento, calcular la pendiente de la recta



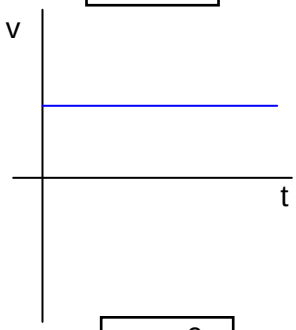
$v_0 > 0$
$a > 0$



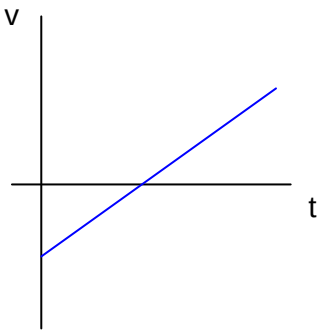
$v_0 = 0$
$a > 0$



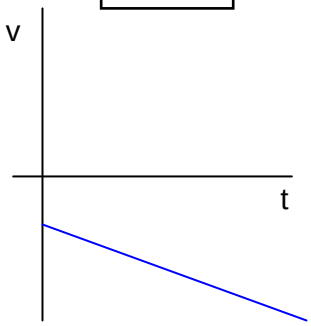
$v_0 > 0$
$a < 0$



$v_0 > 0$
$a = 0$



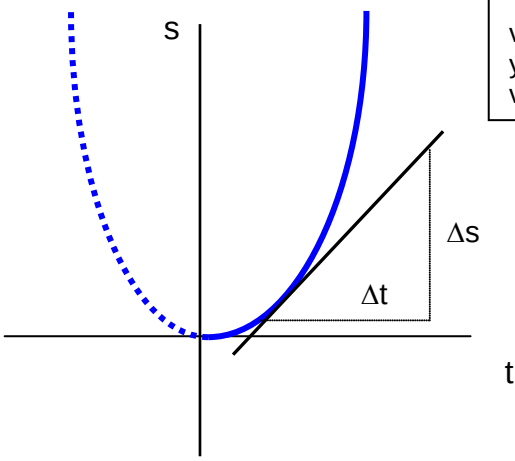
$v_0 < 0$
$a > 0$



$v_0 < 0$
$a < 0$

GRÁFICAS MRUA

GRÁFICAS s/t

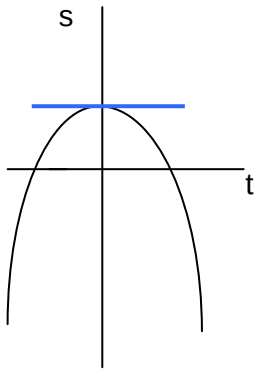


La gráfica s/t es una parábola. Para calcular la velocidad en un punto se traza la tangente en ese punto y se determina su pendiente. Por tanto, la velocidad v_0 vendrá dada por la pendiente de la tangente en t = 0

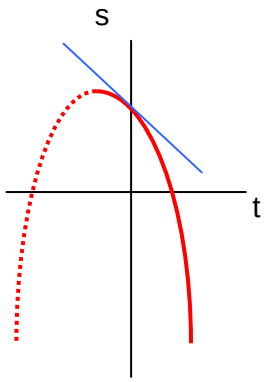
$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

La acelaración es positiva si la parábola se abre hacia arriba y negativa si lo hace hacia abajo

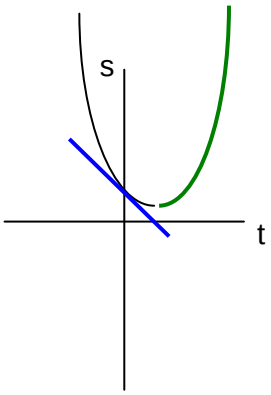
El desplazamiento inicial s_0 se determina viendo el punto de corte con el eje "s"



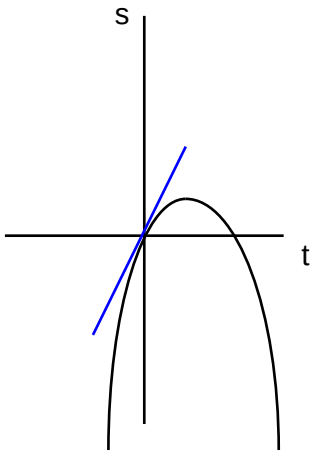
$s_o > 0$
$v_0 = 0$
$a < 0$



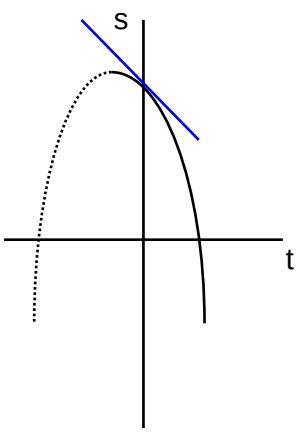
$s_o > 0$
$v_0 < 0$
$a < 0$



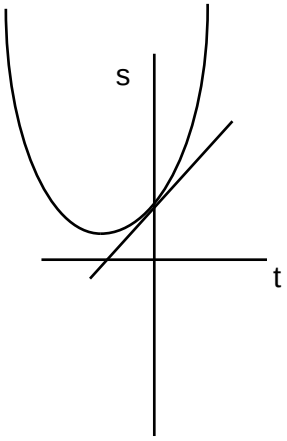
$s_o > 0$
$v_0 < 0$
$a > 0$



$s_o = 0$
$v_0 > 0$
$a < 0$



$s_o > 0$
$v_0 < 0$
$a < 0$



$s_o > 0$
$v_0 > 0$
$a > 0$

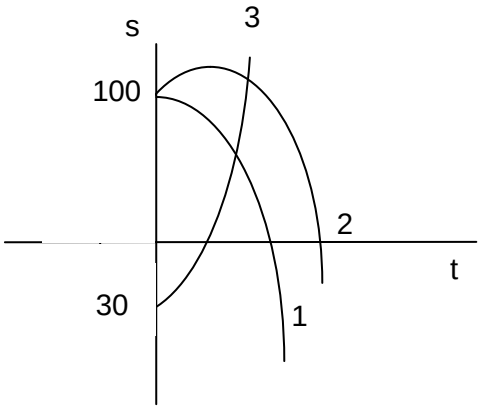
CINEMÁTICA DEL MOVIMIENTO RECTILÍNEO

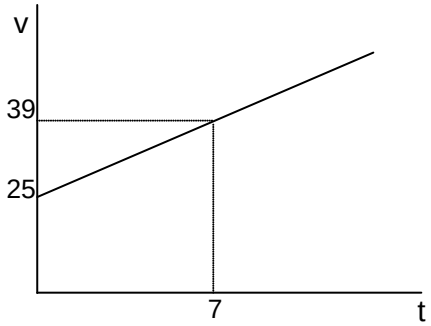
1. Un móvil se encuentra situado 150 m hacia la derecha del punto en el que está situado el observador que mide el tiempo y se mueve con una velocidad de 25 m/s. Si en el instante en que se pone en marcha el cronómetro, se le comunica una deceleración constante de 5 m/s^2:

a) Escribe las ecuaciones que describen su movimiento.
b) Calcula la velocidad al cabo de 3,2 y 5,4 s. Interpreta los resultados obtenidos.
c) ¿Al cabo de cuanto tiempo pasará por el origen? ...¿cuál será su velocidad en ese instante?.

2. Si se conoce la gráfica v – t (v en m/s y t en s) para un objeto que se mueve con movimiento rectilíneo (derecha) , razonar:

a) ¿Cuál de las siguientes gráficas s – t le corresponderá?

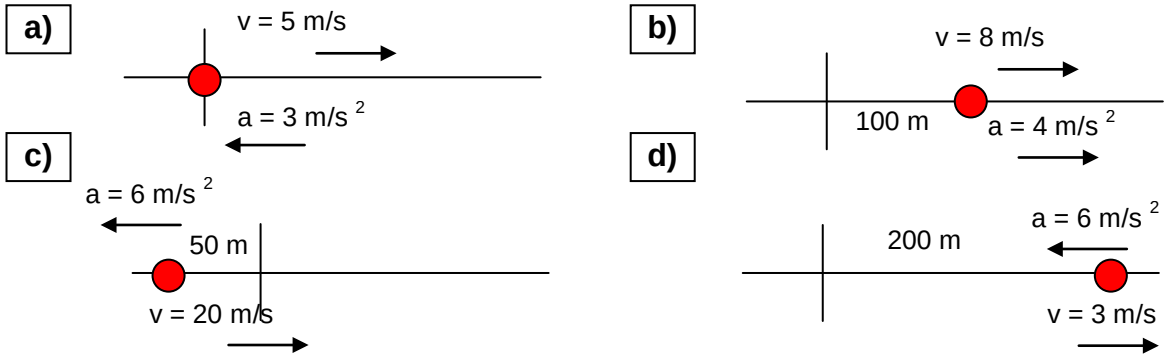




b) Escribe las ecuaciones v – t y s – t

c) ¿Cuánto tiempo tardará en pasar por el origen?

3. Plantea las ecuaciones para cada uno de los siguientes esquemas.Todos representan la situación para t = 0



Plantéate preguntas para cada uno de los casos y efectúa los cálculos necesarios para contestarlas.

4. Un móvil que lleva una velocidad de 20 m/s comienza a frenar con a = 5 m/s^2 .

a) Escribe las ecuaciones que describen su movimiento.
b) Calcula el espacio que recorre hasta que se detiene.

5. Un cuerpo se mueve con a = - 2 m /s^2 y cuando t = 3 s, se encuentra en s = 20 m, moviéndose con una velocidad de 12 m/s.

b) ¿Cuáles son las ecuaciones para su movimiento?
c) Calcula la posición y velocidad para t = 10 s

6. Un objeto se lanza verticalmente y hacia arriba con v = 10 m/s. Un segundo más tarda se lanza otro con velocidad doble que el primero. Calcular en qué posición se cruzan y la velocidad en dicho instante.

7. Un móvil se mueve de forma tal que su movimiento obedece a la ecuación: $s = 8\,t + 4\,t^2$. Calcular:
b) La velocidad media entre los instantes t = 1 s y t = 2 s.
c) La velocidad en el instante t = 1,5 s.
d) Espacio recorrido entre los instantes t = 2 s y t = 5 s.

8. Dos coches viajan en sentidos opuestos, uno de ellos arranca con $a = 4\ m/s^2$ y el otro se mueve con velocidad constante de 108 km/h. Si inicialmente se encuentran separados 5 km:
b) ¿Cuánto tiempo tardarán en cruzarse?
c) ¿En qué punto se produce el cruce de ambos?

9. Calcula, en km/h la velocidad de una nave espacial al cabo de 4 min y 10 s de iniciado el despegue si durante ese tiempo mantuviese una aceleración constante de $40\ m/s^2$. ¿Cuál sería la distancia recorrida, suponiendo que su movimiento es rectilíneo?

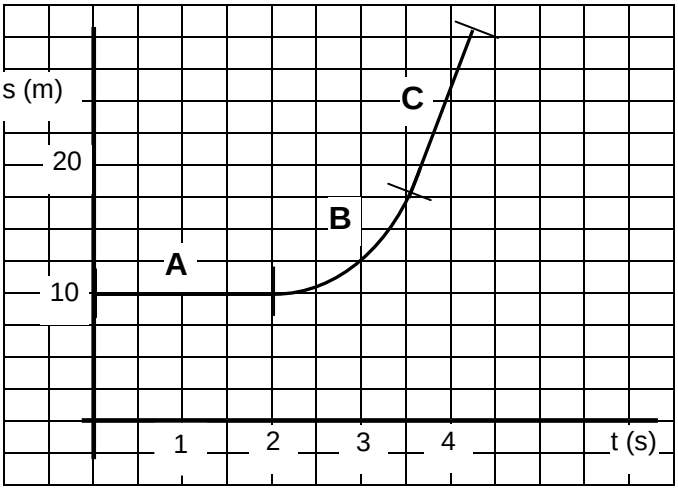
10. Se lanza una pelota verticalmente y hacia arriba con una cierta velocidad inicial. Si tarda en caer 6 s, calcular la velocidad inicial y la altura máxima alcanzada.

11. Una piedra es lanzada verticalmente y hacia abajo desde una altura de 8 m con velocidad de 15 m/s.
a) Calcula el tiempo que tardará en llegar al suelo.
b) Determina la velocidad con la que llega al suelo

12. Deduce la fórmula que permite calcular la velocidad con la que llega al suelo un objeto que se deja caer desde una altura **h.**

13. En la investigación de un accidente de circulación se trata de determinar la velocidad con la que el coche circulaba, para ello se mide la longitud de la frenada (marca de los neumáticos en el asfalto), obteniéndose 40 m. Suponiendo que durante la frenada la aceleración fuera constante e igual a $6\ m/s^2$ ¿Cuál sería la velocidad con la que circulaba el vehículo?

14. Interpreta la siguiente gráfica y escribe las ecuaciones v – t y s –t para cada uno de los tramos:



15. Obtén "a mano alzada" las gráficas v – t y s – t para los siguientes movimientos. Intenta imaginarte una situación física real para cada uno de ellos. Pregúntate cosas.
a) $v = 5 + 8\,t$; $s = 10 + 5\,t + 4\,t^2$
b) $v = 30 - 5\,t^2$; $s = 30\,t - 2,5\,t^2$
c) $v = 15$; $s = 15\,t$
d) $s = 4 - 6\,t$
e) $s = -10 + 3\,t + 5\,t^2$
f) $s = -20$
g) $s = -20 - 4\,t - 4\,t^2$

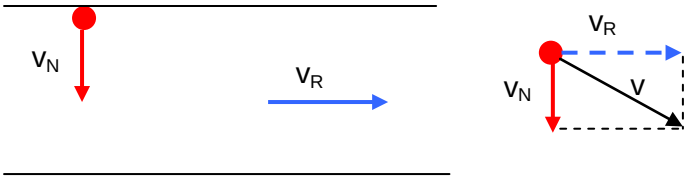
16. Un peatón corre con v = 4 m/s intentando coger un autobús. Cuando está a 10 m de él, el bus se pone en marcha con $a = 0,8\ m/s^2$. ¿Logrará alcanzarlo? ¿Cuánto tiempo tardará?

COMPOSICIÓN DE MOVIMIENTOS

Puede ocurrir que un cuerpo esté sometido, simultáneamente, a dos movimientos. Un ejemplo típico de esto es el nadador que trata de alcanzar la orilla opuesta de un río nadando en dirección perpendicular a la corriente (ver esquema).

La velocidad resultante (suma de vectores) será $\vec{v}$

v_N = velocidad del nadador
v_R = velocidad de la corriente



Si recordamos el significado físico de la suma de vectores podemos estudiar el movimiento del cuerpo:

a. Considerado que se mueve con la velocidad resultante, v.
b. Considerando que se mueve sometido, simultáneamente, a un movimiento según el eje X con velocidad v_R y otro, según el eje Y con velocidad v_N .

Las ecuaciones para este movimiento serían (considerando el origen situado en el punto de partida del nadador y **sentido positivo hacia la derecha y hacia abajo**)

Eje X:
$v_x = v_R$
$x = v_R\ t$

Eje Y:
$v_y = v_N$
$y = v_N\ t$

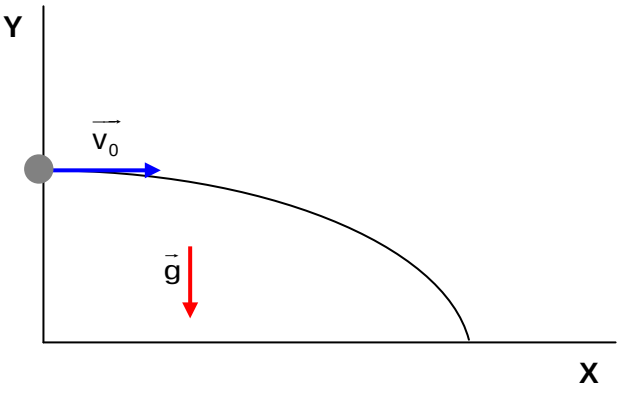
Esta manera de proceder se puede aplicar a muchos movimientos que se observan en la naturaleza.

Tiro horizontal

Tiene lugar cuando un objeto (sometido a la acción de la gravedad) es lanzado con determinada velocidad v_0 en dirección paralela al suelo.

El movimiento es el resultante de la composición de dos movimientos:

- Uno uniforme según el eje X.
- Uno uniformemente acelerado según el eje Y.



Ecuaciones

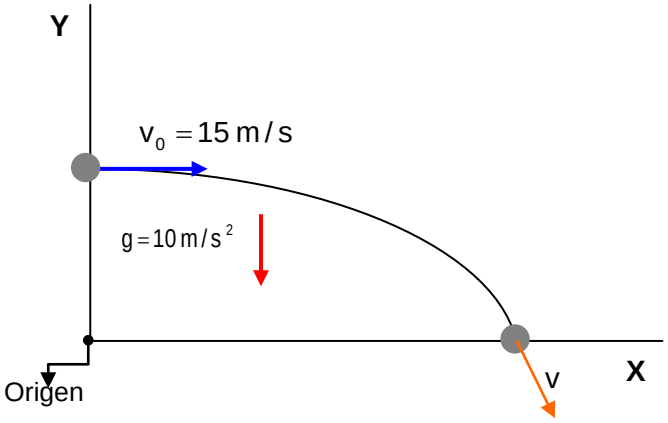
Eje X:	Eje Y
$v_x = v_0 = cte.$	$v_y = gt$
$x = x_0 + v_x\ t$	$y = y_0 + 1/2\ g\ t^2$

Ejemplo 1.

Desde la ventana situada a 20 m sobre el suelo se lanza horizontalmente un objeto con una velocidad de 15 m/s. Determinar:

a) Las ecuaciones que describen el movimiento del objeto.
b) El punto en que toca el suelo.
c) La velocidad con que llega al suelo.

Solución:



Tomado como origen el de los ejes coordenados y considerando positivo hacia la derecha y hacia arriba:

$x_0 = 0$
$v_0 = 15$ m/s
$y_0 = 20$ m
$g = -10$ m/s^2

Ecuaciones	
Eje X:	Eje Y:
$v_x = v_0 = 15$	$v_y = -10\ t$
$x = 15\ t$	$y = 20 - 5\ t^2$

Cuando toca el suelo y = 0.

Luego : $0 = 20 - 5\ t^2$.

$t = \sqrt{\frac{20}{5}} = 2\ s$ Tiempo que el objeto tarda en llegar al suelo(solamente se considera el resultado con signo positivo).

Para calcular la distancia a la que toca el suelo se calcula el valor de la componente x para t = 2 s.

$$x_{(t=2)} = 15 . 2 = 30\ m.$$

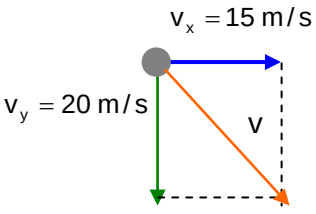
Cuando toca el suelo el vector velocidad tendrá como componentes:

$v_x = v_0 = 15$ m/s

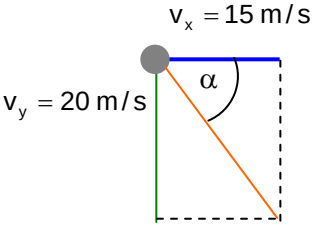
$v_y = -10 . 2 = -20$ m/s. El signo menos indica que apunta hacia abajo.

Por tanto:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{15^2 + 20^2} = 25\ \frac{m}{s}$$



También se puede calcular el ángulo que el vector velocidad forma con la horizontal en el momento de llegar al suelo:



$$tg\ \alpha = \frac{20}{15} = 1{,}333\ ;\ \alpha = 53{,}1^0$$

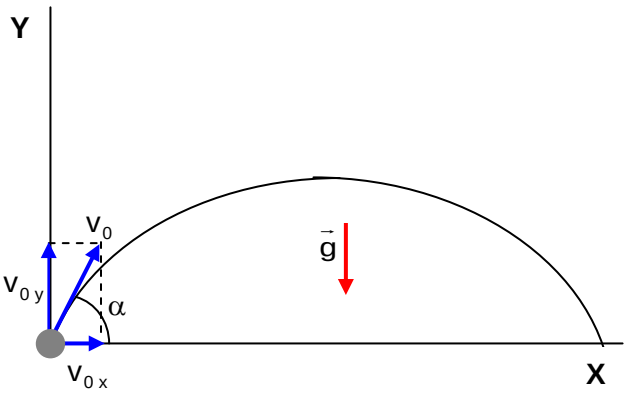
Para calcular el ángulo correspondiente a la tangente usar la función inv tan ó $\tan^{-1}$ de la calculadora.

Tiro oblicuo

Tiene lugar cuando un objeto (sometido a la acción de la gravedad) es lanzado con una velocidad v_0 que forma un ángulo α con la horizontal.

El movimiento es el resultante de la composición de dos movimientos:

- Uno uniforme según el eje X.
- Uno uniformemente acelerado según el eje Y.



La diferencia que existe con respecto al tiro horizontal es que ahora la velocidad inicial tiene componente tanto en el eje X (v_{0x}) como en el eje Y (v_{0y}).

Realmente el tiro horizontal se puede considerar un caso particular del oblicuo haciendo $\alpha = 0^0$

Ecuaciones

Eje X:	Eje Y
$v_x = v_{0x} = v_0 \cos \alpha$	$v_y = v_{0y} + gt = v_0 \text{ sen } \alpha + g\,t$
$x = x_0 + v_x\,t = x_0 + (v_0 \cos \alpha)\,t$	$y = y_0 + v_{0y}\,t + 1/2\,g\,t^2 = y_0 + (v_0 \text{ sen } \alpha)\,t + 1/2\,g\,t^2$

Ejemplo 2.

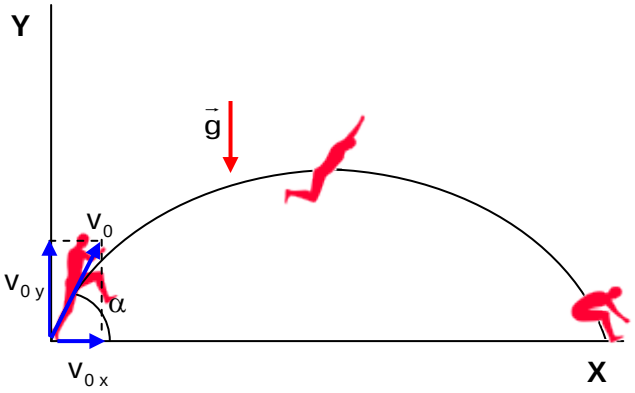
Un saltador de longitud llega a la tabla de batida con una velocidad de 8,5 m/s e inicia el vuelo con un ángulo de 40^0. Determinar:

a) Las ecuaciones del movimiento.
b) El alcance del salto.
c) La altura máxima alcanzada.
d) Altura y velocidad a los 0,75 s.

Tomado como origen el de los ejes coordenados y considerando positivo hacia la derecha y hacia arriba:

$x_0 = 0$
$y_0 = 0$
$v_{0x} = 8{,}5 \cdot \cos 40 = 6{,}5$ m/s
$v_{0y} = 8{,}5 \cdot \text{sen } 40 = 5{,}5$ m/s
$g = -10$ m/s^2

Solución:



Ecuaciones

Eje X:	Eje Y:
$v_x = v_{0x} = 6{,}5$	$v_y = 5{,}5 - 10\,t$
$x = 6{,}5\,t$	$y = 5{,}5\,t - 5\,t^2$

Para calcular el alcance del salto, imponemos la condición de que el saltador llegue en el suelo. Es decir y =0:

$0 = 5{,}5\,t - 5\,t^2$; $t = \frac{5{,}5}{5} = 1{,}10$ s . Tiempo que el saltador está en el aire.

Para calcular la distancia se calcula el valor de la componente x para t = 1,05 s

$x_{(t=1,1)} = 6{,}5 \cdot 1{,}10 = 7{,}15$ m

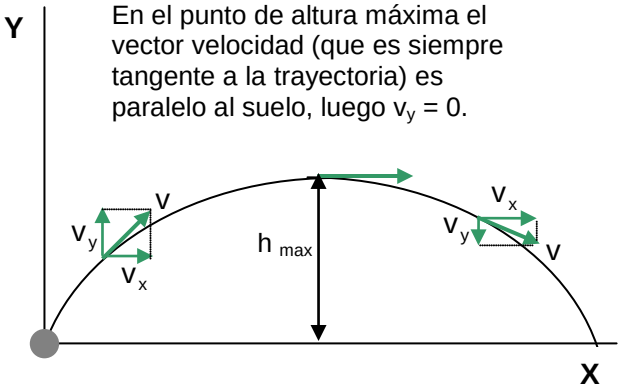
En el punto de altura máxima ocurre que la componente y de la velocidad (v_y) es nula (ver esquema). Por tanto:

$$v_y = 0.$$

$$0 = 5,5 – 10\ t;$$

$$t = 0,55\ s.$$

El tiempo obtenido es el que tarda en alcanzar la altura máxima (notar que en este caso es justamente la mitad del tiempo de vuelo, pero no siempre ocurre esto. Ver apartado d del ejemplo 3)



Para calcular el valor de la altura máxima, calculamos el valor de la componente y para t = 0,55 s:

$$y_{(t = 0,55)} = 5,5 \cdot 0,55 – 5 \cdot 0,55^{2} = 1,51\ m.$$

A los 0,75 s de iniciado el salto:

El atleta se encontrará a una distancia del origen de:

$$x_{(t=0,75)} = 6,5 \cdot 0.75 = 4,88\ m.$$

A una altura de:

$$y_{(t = 0,75)} = 5,5 \cdot 0,75 – 5 \cdot 0,75^{2} = 1,31\ m.$$

Las componentes de la velocidad valdrán:

$v_x = 6,5$ m/s.

$v_y = 5,5 – 10\ 0,75 = - 2,0$ m/s.

Como se puede comprobar por el signo de v_y el saltador se encuentra en la parte descendente de la parábola. Su velocidad será:

$$v = \sqrt{v_x^{2} + v_y^{2}} = \sqrt{6,5^{2} + 2,0^{2}} = 6,8\ \frac{m}{s}$$

Ejemplo 3

Desde una ventana de un edificio situada a 12 m del suelo se lanza una pelota con una velocidad de 15 m/s formando un ángulo de 30^0 con la horizontal. Determinar:

a) Las ecuaciones que describen el movimiento de la pelota:

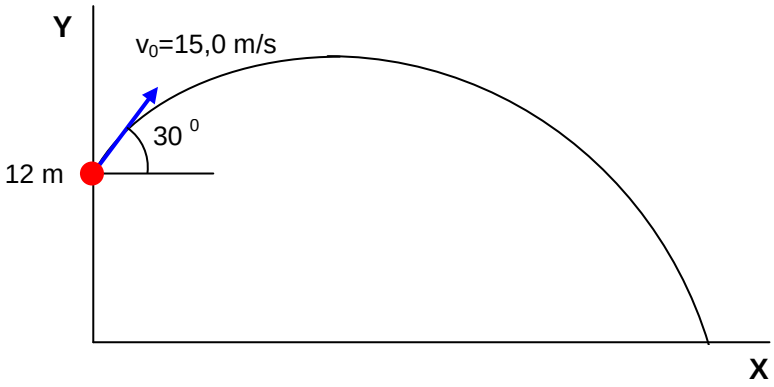
- ✓ Si se toma como origen el de coordenadas.
- ✓ Si se toma como origen el lugar de lanzamiento.

b) ¿Cuánto tiempo tardará en chocar con el suelo?

c) ¿Cuánto tiempo tardará en pasar por delante de un balcón situado 2 m por encima del lugar de lanzamiento?

d) ¿Cuál es la altura máxima alcanzada?

Solución



Tomado como origen el de los ejes coordenados y considerando positivo hacia la derecha y hacia arriba:

$x_0 = 0$
$y_0 = 12$
v_{0x} =15,0. cos 30= 13,0 m/s
v_{0y} =15,0 sen 30= 7,5 m/s
g = - 10 m/s^2

Ecuaciones	
Eje X:	Eje Y:
$v_x = v_{0x} = 13,0$	$v_y = 7,5 – 10\ t$
$x = 13,0\ t$	$y = 12 + 7,5\ t - 5\ t^2$

Tomado como origen el punto de lanzamiento y considerando positivo hacia la derecha y hacia abajo:

$x_0 = 0$
$y_0 = 0$
v_{0x} =15,0. cos 30= 13,0 m/s
v_{0y} = - 15,0 sen 30= - 7,5 m/s
g = 10 m/s^2

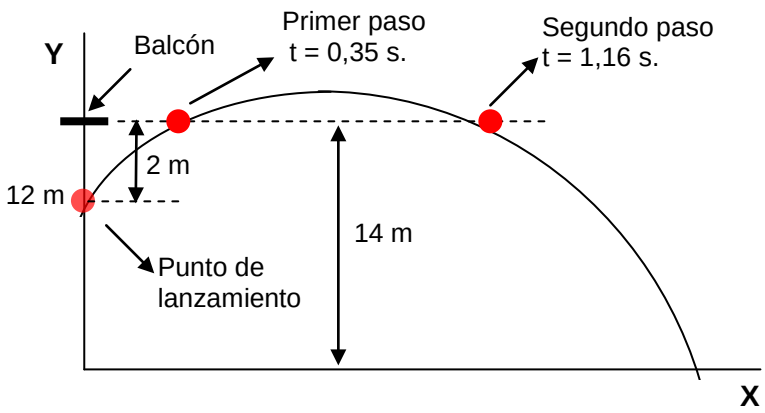
Ecuaciones	
Eje X:	Eje Y:
$v_x = v_{0x} = 13,0$	$v_y = -7,5 + 10\ t$
$x = 13,0\ t$	$y = -7,5\ t + 5\ t^2$

Si consideramos el **origen situado en el suelo**, cuando la pelota choque con él, y = 0

$0 = 12 + 7,5\ t – 5\ t^2$; resolviendo la ecuación de segundo grado y seleccionando el resultado positivo que es el que tiene significado físico (¿qué significado tiene el resultado negativo?) se tiene como tiempo que la pelota tarda en caer: t = 2,47 s.

Si consideramos el **origen situado en el punto de lanzamiento**, cuando la pelota llegue al suelo se cumple que y = 12 m. Luego:

$12 = -7,5\ t + 5t^2$; $0 = 12 + 7,5\ t – 5t^2$ que es una ecuación idéntica a la anterior y que, en consecuencia, tiene la misma solución.



Considerando el origen situado en el suelo, cuando pase por el balcón y =14 m.

Luego:

$14 = 12 + 7{,}5\ t - 5\ t^2$; $5t^2 - 7{,}5\ t + 2 = 0$.

Resolviendo: se obtienen dos resultados positivos $t_1 = 0{,}35$ s ; $t_2 = 1{,}16$ s.

Ambos resultados pueden considerarse válidos. El primero es el tiempo que tarda en pasar por el balcón cuando aún está ascendiendo y el segundo cuando está en la zona de descenso.

Si consideramos el origen situado en el punto de lanzamiento, cuando pase por el balcón y = - 2 m (recordar que se había considerado positivo hacia abajo). Luego:

$-2 = -7{,}5\ t + 5\ t^2$; $5\ t^2 - 7{,}5\ t + 2 = 0$, que es la misma ecuación.

Para calcular la altura máxima alcanzada imponemos la condición (ver ejemplo 2) $v_y = 0$:

$0 = 7{,}5 - 10\ t$; $t = 0{,}75$ s. Tiempo que tarda en alcanzar la altura máxima. Observar que en este caso al no estar el punto de lanzamiento sobre el eje X, el tiempo que tarda en alcanzar la altura máxima no es la motad del tiempo de vuelo.

Para calcular la altura máxima calculamos el valor de y:

Origen suelo:

$y_{(t = 0{,}75)} = 12 + 7{,}5.\ 0{,}75 - 5.\ 0{,}75^2 = 14{,}81$ m.

Origen punto de lanzamiento:

$y_{(t= 0{,}75)} = -\ 7{,}5.\ 0{,}75 + 5\ .\ 0{,}75^2 = -\ 2{,}81$ m.

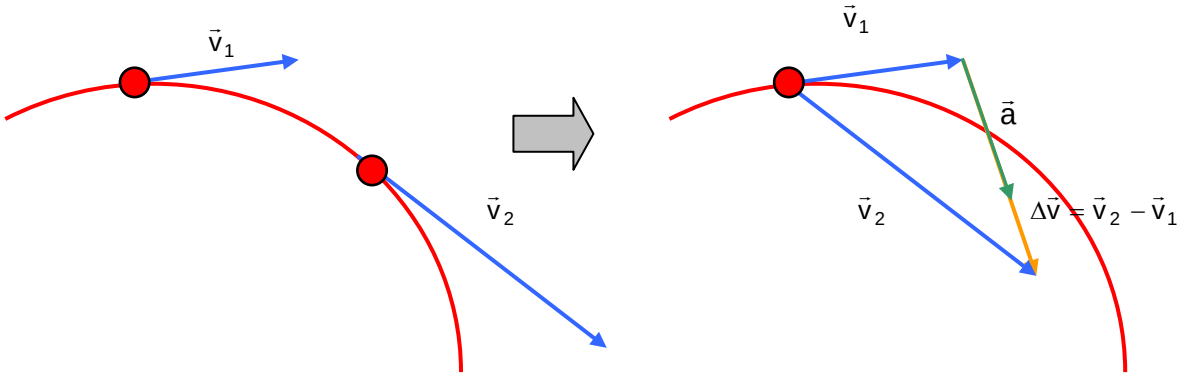
Observar que sale signo negativo. Lo que indica que la altura máxima se encuentra 2,81 m por encima del punto de lanzamiento. Esto es a 2,81 + 12 = 14,81 m del suelo.

MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME

Consideremos una trayectoria curva y un móvil que la recorre variando su velocidad (en módulo) de manera uniforme. Si queremos calcular el vector aceleración, deberemos calcular:

$$\vec{a} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta t}\Delta\vec{v}$$

Por tanto el vector $\vec{a}$ (en verde en la figura) será un vector que apunta en el sentido y dirección del vector $\Delta\vec{v}$ (en naranja en la figura)

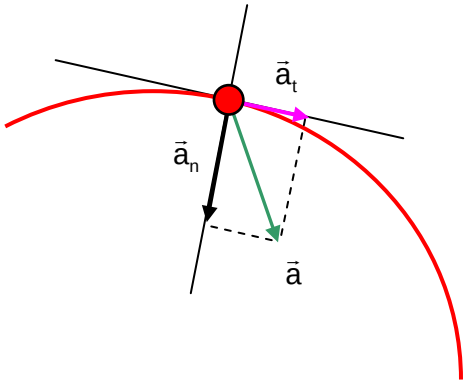


Como se puede ver el vector aceleración , $\vec{a}$, apuntará hacía "el interior" de la curva.

Si consideramos ahora un sistema de ejes coordenados y situamos uno de los ejes en la dirección de la tangente en ese punto y el otro perpendicular y descomponemos el vector $\vec{a}$ según esos ejes, obtenemos dos componentes de la aceleración que apuntan en la dirección de la tangente y perpendicularmente a ésta.

La primera componente se llama **aceleración tangencial** $\vec{a}_t$ y la segunda **aceleración normal** $\vec{a}_n$

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$$



La aceleración tangencial mide la rapidez con que varía el módulo del vector velocidad.

La aceleración normal mide la rapidez con que varía la dirección del vector velocidad.

$$a_t = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

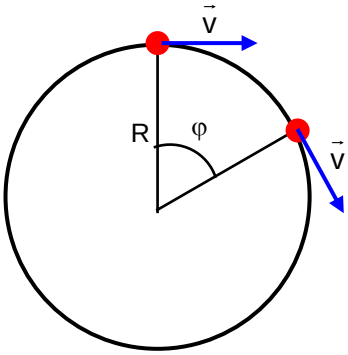
$$a_n = \frac{v^2}{R}$$

En el movimiento circular uniforme la trayectoria es una circunferencia que es recorrida con velocidad constante.

Hay que tener en cuenta que aunque el módulo del vector velocidad no varía ($a_t = 0$), **su dirección varía constantemente (por tanto tiene aceleración normal)**

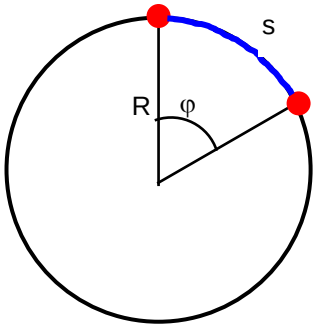
El movimiento circular uniforme tiene aceleración que apunta constantemente en la dirección del centro de la trayectoria. Es la aceleración normal o centrípeta

$$\vec{a} = \vec{a}_n = \frac{v^2}{R}\vec{u}_n$$



Si se considera un punto girando en una circunferencia es fácil concluir que es mucho más sencillo medir el ángulo girado en un intervalo de tiempo que el arco recorrido (señalado en azul en el dibujo). Por esto se define la **velocidad angular ω** como la rapidez con que se describe el ángulo (φ):

$$\omega = \frac{\varphi}{t} \qquad \omega = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$



El ángulo (φ), debe medirse en **radianes:**

$$\varphi\ (\text{rad}) = \frac{\text{longitud arco (m)}}{\text{radio circunferencia (m)}} = \frac{s}{R}$$

Según esta definición:

1 vuelta = 360 ^{0} = 2 π radianes
½ vuelta = 180 ^{0} = π radianes
¼ de vuelta = 90 ^{0} = π /2 radianes

Para convertir vueltas o grados a radianes:

$$30^{\circ} \cdot \frac{\pi \text{ rad}}{180^{\circ}} = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$$

$$0{,}9 \text{ vueltas} \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ vuelta}} = 1{,}8\ \pi \text{ rad}$$

En el Sistema Internacional (S.I.) la velocidad angular se mide en $\frac{rad}{s}$ o en $\frac{1}{s} = s^{-1}$ (el radian no tiene dimensiones)

Otras unidades (no S.I.) son:

$$\frac{\text{vueltas}}{s} \quad ; \quad \frac{\text{revoluciones}}{min} = \text{r.p.m}$$

Entre la velocidad lineal y la angular existe la siguiente relación:

$$v = \omega \cdot R$$

De la definición de velocidad angular (ver más arriba) se deduce la relación entre la velocidad angular **ω** y el ángulo girado **φ:**

$$\varphi = \omega \cdot t$$

Si cuando empieza a contarse el tiempo (t = 0) el punto ya ha descrito un ángulo φ_0, entonces el ángulo girado en un tiempo t será:

$$\varphi = \varphi_0 + \omega \cdot t.$$

El movimiento circular uniforme **es un movimiento periódico**, ya que se repite a intervalos regulares.

Se denomina **periodo (T)** al tiempo que el punto tarda en dar una vuelta (el movimiento se repite).

Se denomina **frecuencia (f)** al número de vueltas que el punto da en un segundo.

Periodo y frecuencia son magnitudes inversamente proporcionales:

$$T = \frac{1}{f}\ ; \quad f = \frac{1}{T}\ ;\ T \cdot f = 1$$

El periodo se mide en segundos (s) .La frecuencia se mide en s^{-1} o **Hz** (hertzios)

Teniendo en cuenta las definiciones de periodo, frecuencia y velocidad angular, se puede poner:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \ \frac{1}{T} = 2\pi f$$

La aceleración normal o centrípeta, para un movimiento circular y uniforme vale:

$$\left.\begin{array}{l} a_n = \dfrac{v^2}{R} \\ v = \omega R \end{array}\right\} a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(\omega R)^2}{R} = \frac{\omega^2 R^2}{R} = \omega^2 R$$

Ejemplo 1

Un punto describe una trayectoria circular de 30 cm de radio tardando 3,52 s en dar cinco vueltas. Calcular:

a) La velocidad angular en r.p.m y en rad/s

b) El periodo y la frecuencia del movimiento

c) El ángulo girado al cabo de 0,85 s de iniciado el movimiento.

d) Su aceleración centrípeta

Solución:

a) $\omega = \frac{5 \text{ vueltas}}{3,52 \text{ s}} \cdot \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 85,23 \frac{\text{vueltas}}{\text{min}} = 85,23 \text{ r.p.m.}$

$\omega = \frac{5 \text{ vueltas}}{3,52 \text{ s}} \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ vuelta}} = 2,84\ \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}} = 2,84\ \pi\ \text{s}^{-1}$

b) $T = \frac{3,52 \text{ s}}{5} = 0,704 \text{ s}$

$f = \frac{1}{T} = \frac{5}{0,704 \text{ s}} = 1,420 \text{ s}^{-1} = 1,420 \text{ Hz}$

c) $\varphi = \omega \cdot t = 2,84\ \pi\ \text{s}^{-1} \cdot 0,85 \text{ s} = 2,41\ \pi \text{ rad} \approx 7,58 \text{ rad}$

d) $a_n = \omega^2 R = (2,84\ \pi)^2 \left(\text{s}^{-1}\right)^2 0,30 \text{ m} = 23,88 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Ejemplo 2

En el laboratorio se estudia el movimiento de un disco, de radio 10 cm, que gira con velocidad constante, midiéndose el tiempo que tarda en dar cinco vueltas. Los valores obtenidos se dan en la tabla adjunta.

Medida	t (s) . Cinco vueltas
1	4,252
2	4,305
3	4,221
4	4,214
5	4,296

a) Calcular la velocidad angular del disco.

b) Determinar la velocidad lineal de un punto de su periferia y de otro situado a 3 cm del centro.

c) ¿Cuánto tardará en girar 120 ^{0}?

Solución:

a) Calculamos el periodo del movimiento (tiempo que tarda en dar una vuelta), hallando la media de los valores obtenidos y dividiendo por cinco:

t_{med} = 4,258 s ; T = 0,852 s.

Cálculo de la velocidad angular :

$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,852 \text{ s}} = 2,35\pi\ \text{s}^{-1} \approx 7,38\ \text{s}^{-1} = 7,38 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

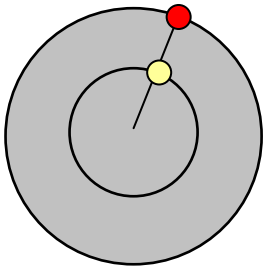
b) Un punto situado en la periferia del disco describirá una circunferencia de radio 10 cm = 0,10 m

v = ω . R = 2,35 π s^{-1}. 0,10 m = 0,235 π s^{-1} $\approx$ 0,74 m .s^{-1} = 0,74 m/s

Par el punto situado a 3 cm del centro : R = 3 cm = 0,03 m:

v = ω . R = 2,35 π s^{-1}. 0,03m = 0,0705 π s^{-1} $\approx$ 0,22 m .s^{-1} = 0,22 m/s

Como se deduce del cálculo ambos puntos giran con idéntica velocidad angular (ω), ya que recorren el mismo ángulo, pero la velocidad lineal aumenta a medida que nos desplazamos hacia la periferia.



c) Pasamos los grados a radianes: $120^0 \frac{\pi \text{ rad}}{180^0} = 0,67\pi \text{ rad}$

$\omega = \frac{\varphi}{t}$; $t = \frac{\varphi}{\omega} = \frac{0,67\pi}{2,35\pi\ \text{s}^{-1}} = 0,283 \text{ s}$

Ejemplo 3

Un punto recorre una trayectoria circular de radio 36 cm con una frecuencia de 0,25 s^{-1}.

a) Calcular el periodo del movimiento.

b) Calcular la velocidad angular y la lineal.

c) Determinar el ángulo girado en 1,54 s.

d) La aceleración normal o centrípeta.

Solución:

a) $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{0,25\ s^{-1}} = 4\ s$

b) $\omega = 2\ \pi\ f = 2\ \pi\ 0,25\ s^{-1} = 0,5\ \pi\ s^{-1} \approx 1,57\ s^{-1}$

$v = \omega\ R = 0,5\ \pi\ s^{-1}\ 0,36\ m = 0,18\ \pi\ m\ s^{-1} = 0,18\ \pi\ m/s \approx 0,57\ m/s$

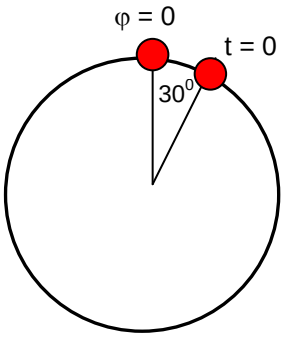
c) $\varphi = \omega\ t = 0,5\ \pi\ m\ s^{-1}\ 1,54\ s = 0,77\ \pi\ rad$

$0,77\ \pi\ \cancel{rad}\ \frac{180^0}{\pi\ \cancel{rad}} = 138,6^0$

d) $a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(0,18\ \pi)^2\ \frac{m^2}{s^2}}{0,36\ \cancel{m}} = 0,89\ \frac{m}{s^2}$

Ejemplo 4

Un punto gira describiendo círculos con velocidad constante de forma tal que describe un ángulo de 180 ^{0} en 1,543 s.



a) Calcular su velocidad angular

b) Determinar el periodo y la frecuencia del movimiento

c) Suponiendo que los ángulos empiezan a contarse a partir del punto más alto de la trayectoria y que el cronómetro se pone en marcha cuando el punto está formando un ángulo de 30^0 con la vertical (ver esquema) ¿en qué posición se encuentra el punto cuando transcurran 2,500 s?

Solución:

a) $\omega = \frac{\pi\ rad}{1,543\ s} = 0,65\ \pi\ \frac{rad}{s} = 0,65\ \pi\ s^{-1}$

b) Tarda 1,543 s en dar media vuelta (180 ^{0}), luego tardará : 2 . 1,543 = 3,086 s en dar una vuelta completa. Por tanto:

$T = 3,086\ s.$

$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{3,086\ s} = 0,32\ s^{-1}$

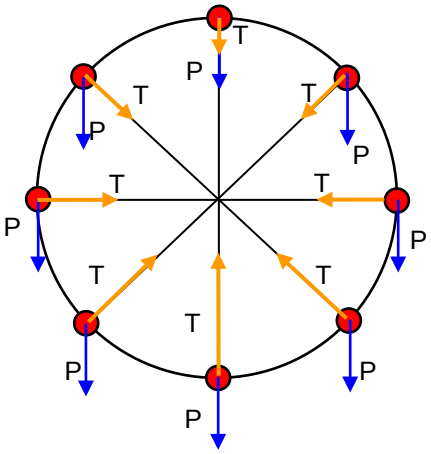
c) $30^0\ \frac{\pi\ rad}{180} = \frac{\pi}{6}\ rad$

$\varphi = \varphi_0 + \omega t = \frac{\pi}{6} + 0,65\ \pi\ s^{-1}\ 2,50\ s = \frac{\pi}{6} + 1,625\ \pi = \pi\ (\ \frac{1}{6} + 1,625\ ) = 1,79\ \pi\ rad$

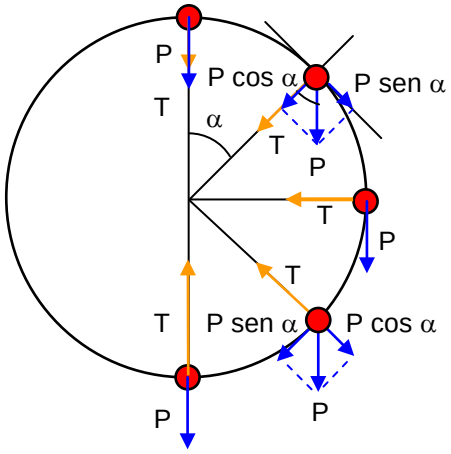
$1,79\ \pi\ rad\ \frac{180^0}{\pi\ rad} = 322,2^0$

MOVIMIENTO EN UNA CIRCUNFERENCIA VERTICAL
(AMPLIACIÓN)

Una esfera metálica da vueltas, atada a una cuerda, en una circunferencia vertical. Estudiar su movimiento.



Las únicas fuerzas que actúan son el peso, **P**, que apunta siempre verticalmente al suelo y hacia abajo y la tensión de la cuerda, **T**, que apunta siempre hacia el centro de la trayectoria.



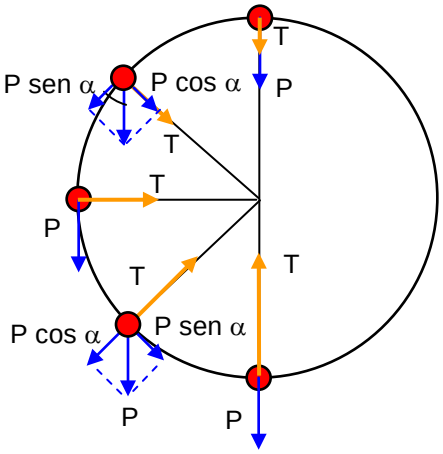
Tomamos como ejes:

- El X, tangente a la trayectoria (dirección de la velocidad)
- El Y, en dirección perpendicular a la tangente. Es decir según dirección del radio de la circunferencia.

Descomponemos el peso según los ejes considerados.
La componente P sen α es tangente a la trayectoria.
La componente P cos α está orientada según la dirección del radio.

Si consideramos la primera mitad del recorrido, observamos (ver fig. arriba):

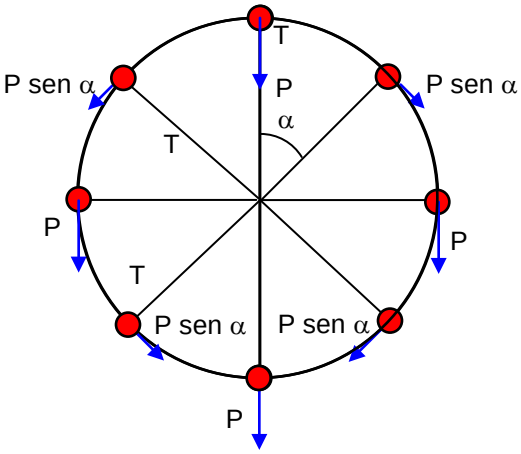
- **Que la componente del peso que actúa según la dirección de la tangente** tiene un valor cero en el punto superior, va aumentando su valor hasta que adquiere el máximo cuando $\alpha = 90^0$ y después comienza a disminuir para volver a valer cero en la parte inferior de la trayectoria. **Durante este trayecto apunta en el mismo sentido que la velocidad.**
- **Que la componente del peso que actúa según la dirección del radio** apunta hacia el centro, tiene un valor máximo en el punto superior y va disminuyendo su valor hasta que adquiere el valor cero cuando $\alpha = 90^0$. A partir de aquí, invierte su sentido (apunta hacia el exterior de la trayectoria) y comienza a aumentar para volver a tomar el máximo valor en la parte inferior de la trayectoria.



Si consideramos la segunda mitad del recorrido, observamos (ver fig. izquierda):

- **Que la componente del peso que actúa según la dirección de la tangente** va aumentando su valor desde cero en la parte inferior hasta que adquiere el máximo cuando $\alpha = 270^0$ y después comienza a disminuir hasta que en la parte superior su valor es nulo. **Durante este trayecto apunta en sentido contrario a la velocidad.**
- **Que la componente del peso que actúa según la dirección del radio** apunta hacia el exterior de la trayectoria y disminuye desde el valor máximo en el punto inferior hasta cero cuando $\alpha = 270^0$. A partir de este punto, invierte su sentido (apunta hacia el centro) y comienza a crecer hasta adquirir su máximo valor en el punto más alto de la trayectoria.

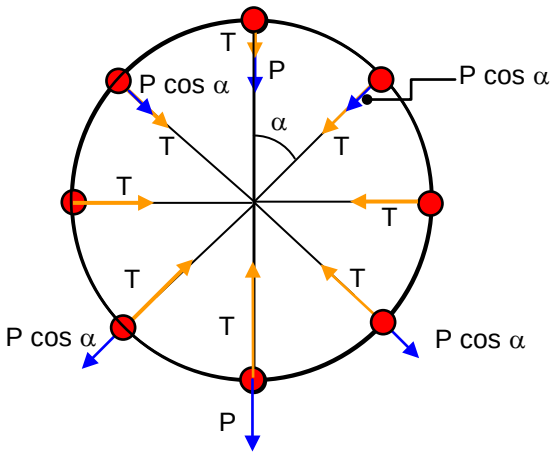
La fuerza tangente a la trayectoria es la responsable de la aceleración tangencial. Es decir, es la responsable de la variación del módulo de la velocidad.



Un cuerpo que se mueva en una circunferencia vertical, variará su velocidad a lo largo de la trayectoria, pero su movimiento no es uniformemente acelerado ya que la fuerza responsable de la aceleración tangencial es variable (ver figura izda.)

Durante la primera mitad del recorrido aumentará la velocidad (fuerza en el mismo sentido que la velocidad) y en la segunda parte del recorrido disminuirá la velocidad (fuerza en sentido contrario a la velocidad)

La fuerza resultante que apunta hacia el centro es la responsable de la aceleración normal. Es decir, es la responsable de la variación de la dirección de la velocidad.



La tensión soportada por la cuerda tampoco es constante a lo largo del recorrido.

Podemos escribir:

$F_N = m\ a_N$ $\qquad T + P\cos\alpha = m\ a_N = (mv^2)/R$

$$\Rightarrow \mathbf{T = (mv^2)/R - P\cos\alpha}$$

La fuerza normal o centrípeta provoca el cambio de dirección de la velocidad necesario para que la trayectoria sea una curva.

En la parte superior de la trayectoria el peso apunta hacia el centro de la trayectoria, "contribuyendo" de esta manera a modificar la dirección del vector velocidad. Además, en este punto la velocidad tiene su valor más bajo. Por tanto, la tensión adquiere aquí su valor mínimo.

Cuando se recorre el primer cuadrante la componente del peso que apunta hacia el centro se va haciendo cada vez más pequeña y, además, la velocidad aumenta. Por tanto cada vez la tensión es más grande.

Cuando $\alpha = 90^0$ la componente del peso que apunta hacia el interior es nula y a partir de ahí, y hasta el punto más bajo de la trayectoria, la componente del peso según la dirección del radio invierte su sentido y pasa a apuntar hacia el exterior. En consecuencia, la tensión, además de suministrar ahora la fuerza centrípeta "en solitario", debe compensar la componente del peso. Si a esto añadimos que la velocidad sigue aumentando se comprenderá que en este segundo cuadrante se produce un aumento notable de la tensión de la cuerda. Su valor adquirirá un valor máximo en el punto más bajo de la trayectoria.

A partir de aquí, y durante la segunda parte del recorrido, la componente del peso (aunque sigue apuntando hacia el exterior hasta que $\alpha = 270^0$) es cada vez más pequeña y la velocidad disminuye haciendo que la tensión baje. En el último cuarto del recorrido la componente del peso vuelve a apuntar hacia el interior ("contribuyendo" de esta manera a la fuerza centrípeta), mientras que la velocidad sigue disminuyendo. La tensión, por tanto, disminuye rápidamente hasta que adquiere su valor mínimo en la parte más alta de la trayectoria.

DINÁMICA

La Dinámica es una parte de la Física que estudia las acciones que se ejercen sobre los cuerpos y la manera en que estas acciones influyen sobre el movimiento de los mismos.

¿Por qué un cuerpo modifica su velocidad?

Un cuerpo modifica su velocidad si sobre él se ejerce una acción externa.

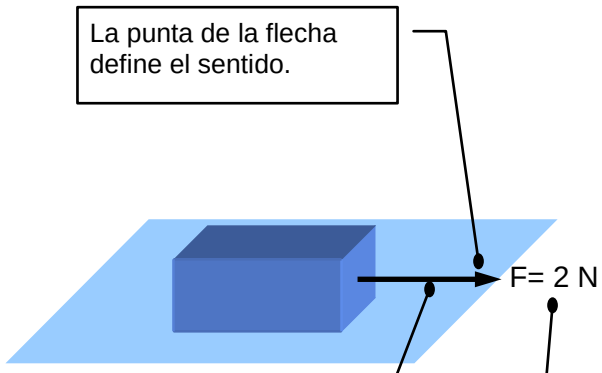
Las acciones externas se representan por fuerzas.

La variación de la velocidad viene medida por la aceleración.

Luego si sobre un cuerpo se ejerce una fuerza, éste modifica su velocidad. Las fuerzas producen variaciones en la velocidad de los cuerpos. Las fuerzas son las responsables de las aceleraciones.

La unidad de fuerza usada en el S.I. es el Newton (N)

Las acciones que se ejercen sobre un cuerpo, además de ser más o menos intensas (valor o **módulo** de la fuerza) son ejercidas según una **dirección**: paralelamente al plano, perpendicularmente a éste, formando un ángulo de 30^0… y en determinado **sentido**: hacia la derecha, hacia la izquierda, hacia arriba, hacia abajo… Por estas razones las fuerzas para estar correctamente definidas tienen que darnos información sobre su valor (módulo), dirección y sentido. Por eso se representan por flechas (**vectores**)



¿Cómo se pueden determinar las fuerzas que actúan sobre un cuerpo?

La respuesta es muy sencilla:

Se determinan las acciones externas sobre el cuerpo. Cada acción se representa por una fuerza.

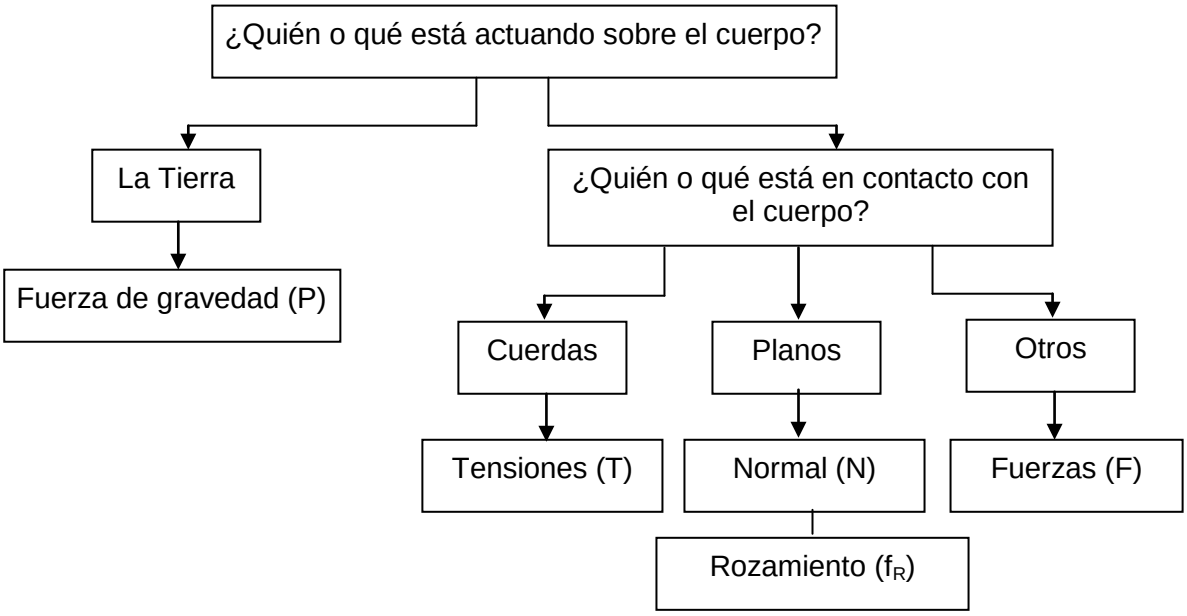
Hay que tener claro que sobre un cuerpo se actúa mediante contacto físico con él (empujándolo, tirando con una cuerda…) y una vez que deja de existir el contacto, cesa la acción y, por tanto, la fuerza deja de actuar.

De esta regla tenemos que hacer (en este curso) una excepción: la gravedad. Como consecuencia de que vivimos en el planeta Tierra, éste ejerce una atracción sobre los cuerpos. La fuerza de gravedad actúa siempre.

Algunas fuerzas reciben nombres especiales:

La fuerza ejercida por cuerdas: **tensión(T)**
La fuerza ejercidas por el plano en que se apoya el cuerpo**: normal (N)**. Reciben este nombre porque se ejercen siempre **perpendicularmente al plano**.

Esquema para determinar las fuerzas actuantes sobre un cuerpo

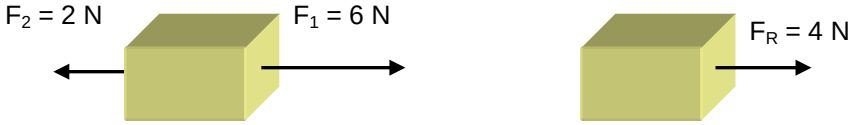


¿Qué ocurre si sobre un cuerpo actúa más de una fuerza?

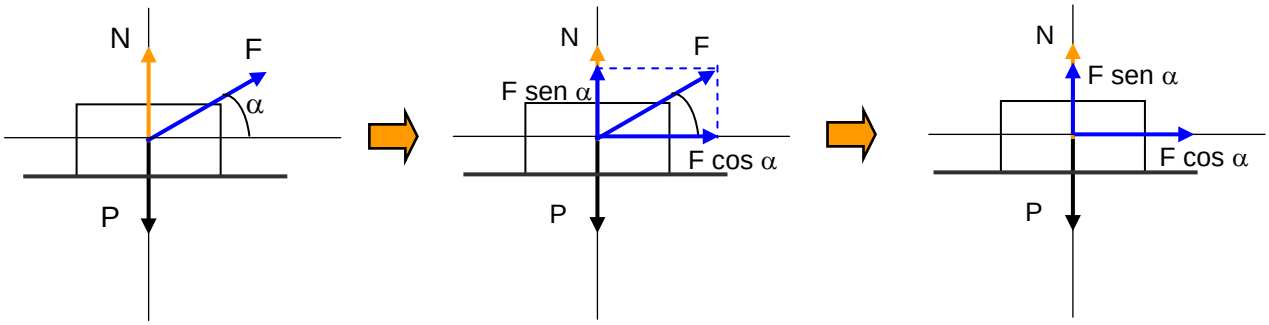
Podemos obtener sólo una que produzca el mismo efecto que todas actuando a la vez. Esto se consigue sumando las fuerzas actuantes. ¿Cómo?

- **Fuerzas con la misma dirección y sentido**: se suman los módulos. La fuerza resultante tiene la misma dirección y sentido y su módulo es la suma de las actuantes.

- **Fuerzas de la misma dirección y sentido contrario**: se restan los módulos. La fuerza resultante tiene la misma dirección y su sentido viene dado por el signo resultante: si es positivo apunta en el sentido que se ha considerado como tal y si es negativo en sentido contrario.



Si sobre el cuerpo que consideramos actúan fuerzas que forman cierto ángulo con la dirección del desplazamiento, lo mejor es recurrir a la descomposición del vector para obtener dos fuerzas perpendiculares equivalentes a la fuerza aplicada:



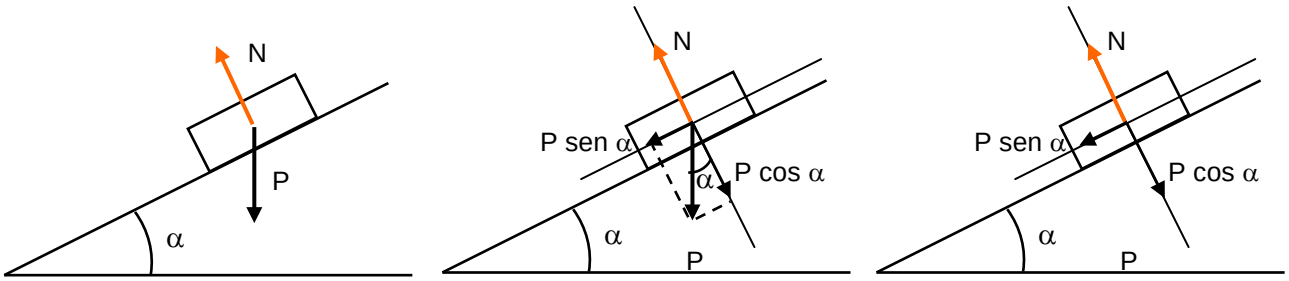
De esta manera el problema se reduce a considerar fuerzas que actúan en la misma dirección.

Los ejes sobre los cuales se realiza la descomposición de la fuerza deben elegirse siguiendo las siguientes recomendaciones:

- Uno de los ejes (llamémosle eje "horizontal" o eje X) deberá tener la dirección de la velocidad del objeto.
- El otro eje (eje Y) debe ser perpendicular al primero.

Ejemplo 1

Cuerpo que baja deslizando por un plano inclinado (rozamiento nulo)



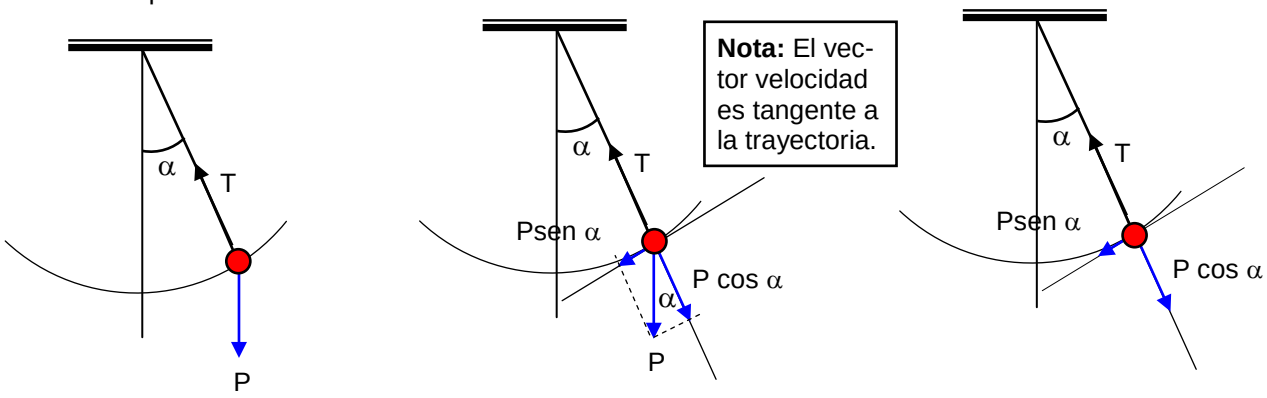
1 Determinar las fuerzas actuantes.

2 Dibujar los ejes y descomponer las fuerzas que no coincidan con ellos.

3 Considerar las fuerzas actuantes según los ejes X e Y.

Ejemplo 2

Péndulo simple



Nota: El vector velocidad es tangente a la trayectoria.

1 **2** **3**

Leyes de Newton

Isaac Newton (1642 – 1727), publicó en 1687 en un libro fundamental titulado **"Principios matemáticos de la Filosofía Natural"** las conocidas como Leyes de la Dinámica o Leyes de Newton.

Isaac Newton (1642-1727)

Primera Ley de Newton o Principio de Inercia

Si sobre un cuerpo no actúa ninguna fuerza, o todas las que actúan se anulan dando una resultante nula, **el cuerpo no variará su velocidad.** Esto es: si está en reposo, seguirá en reposo; si se mueve, se seguirá moviendo con movimiento rectilíneo y uniforme (v =cte)

Reposo y movimiento rectilíneo y uniforme son estados de equilibrio del cuerpo y son físicamente equivalentes.

2ª Ley de Newton o Principio Fundamental de la Dinámica

Si sobre un cuerpo actúa una fuerza resultante, **dicho cuerpo modificará su velocidad (tendrá aceleración).** Fuerza aplicada y aceleración producida son proporcionales y están relacionadas de acuerdo con la siguiente ecuación:

$$\vec{F} = m\,\vec{a} \qquad \textbf{(1)}$$

Por tanto fuerza resultante y aceleración producida tiene la misma dirección y sentido.

La masa es considerada como una propiedad de los cuerpos que mide su **inercia** o la resistencia que éstos oponen a variar su velocidad.

Partiendo del principio Fundamental de la Dinámica podemos deducir la 1ª Ley.

Si la fuerza resultante que actúa es nula: F = 0, sustituyendo en la ecuación tenemos:

$$0 = m \cdot a$$

Como la masa de un cuerpo material no puede ser nula, deberá cumplirse que a = 0, o lo que es lo mismo, el cuerpo no modificará su velocidad.

A partir de la ecuación (1) podemos definir la unidad de fuerza S.I, el newton, como la fuerza que hay que aplicar a un cuerpo de 1kg para que adquiera una aceleración de 1 m/s^2.

3ª Ley de la Dinámica o Principio de Acción – Reacción

Si un cuerpo ejerce sobre otro una fuerza (que podemos llamar **acción**), el otro ejerce sobre éste una igual y contraria (llamada **reacción**).

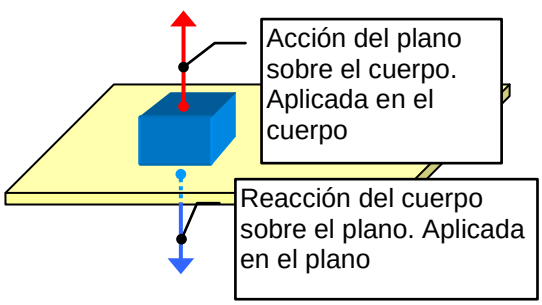
Las fuerzas de acción y reacción son iguales, con la misma dirección y sentidos contrarios, **pero no se anulan nunca al estar aplicadas sobre cuerpos distintos**.

De la 3ª Ley se deduce que más que de acciones (fuerzas) se debería de hablar de **interacciones** o acciones mutuas (el cuerpo A ejerce una acción sobre el B y el B ejerce otra, igual y contraria sobre el A)

Ejemplo.

Un cuerpo apoyado sobre un plano.

El plano ejerce sobre el cuerpo una fuerza (N), el cuerpo ejerce sobre el plano otra igual y contraria (no se ha dibujado la fuerza de gravedad)



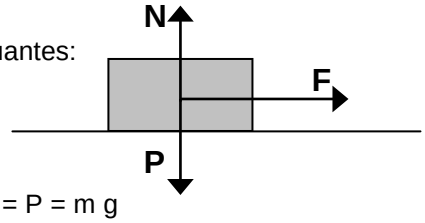
Ejemplo 1

De un cuerpo de 500 g se tira hacia la derecha, paralelamente al plano, con una fuerza de 2 N.

a) Calcular la aceleración con la que se mueve.
b) ¿Cuál será su velocidad al cabo de 2,3 s si parte del reposo?

Solución

a) Diagrama de fuerzas actuantes:



Eje Y : N – P = 0 ; N = P = m g

Eje X: F = m a ; $a = \frac{F}{m} = \frac{2\,N}{0{,}5\,kg} = \frac{2\,\cancel{kg}\,m/s^2}{0{,}5\,\cancel{kg}} = 4\,m/s^2$

b) Como resultado de la acción de la fuerza F el cuerpo se mueve con aceleración constante igual a 4 m/s^2. Por tanto estamos ante un movimiento uniformemente acelerado de ecuaciones:

$v = 4\,t$; $s = 2\,t^2$

Luego la velocidad al cabo de 2,3 s valdrá: $v_{(t = 2,3)} = 4 \cdot 2,3 = 9,2$ m/s

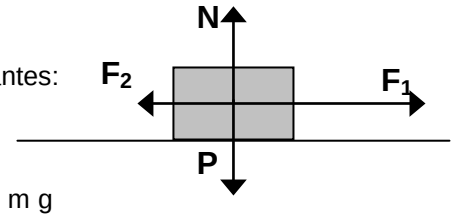
Ejemplo 2

Sobre cuerpo de m = 250 g actúan dos fuerzas. Una de 3 N hacia la derecha y otra de 1 N hacia la izquierda. Calcular

a) La aceleración con que se mueve.
b) ¿Qué valor deberá tener la fuerza que apunta hacia la derecha si se quiere que deslice con velocidad constante de 1 m/s

Solución:

a) Diagrama de fuerzas actuantes:



Eje Y : N – P = 0 ; N = P = m g

b) **Eje X :** $F_1 - F_2 = m\,a$; $a = \frac{F_1 - F_2}{m} = \frac{(3-1)\,N}{0{,}250\,kg} = 8\,m/s^2$

c) Según la primera ley de Newton para que un cuerpo se mueva con velocidad constante la resultante de todas las fuerzas que actúan sobre él debe de ser nula:

La resultante de las que actúan según el eje Y es nula ya que : **:** N – P = 0

Para que sea nula la de las que actúan según el eje X habrá de cumplirse: $F_1 - F_2 = 0$. Por tanto: $F_1 = F_2 = 1$ N.

¿Cómo se conseguir que el cuerpo se mueva con velocidad constante de 1 m/s^2?
Si suponemos que el cuerpo parte del reposo aplicaríamos una fuerza F_1 superior a F_2 con lo cual el cuerpo aceleraría. Cuando su velocidad fuera de 1 m/s^2 disminuiríamos el valor de F_1 hasta 1N y a partir de ahí la velocidad se mantendría invariable.

Ejemplo 3

Un cuerpo baja deslizando por un plano inclinado 30^0. Describir el movimiento de descenso.

Solución:

Determinamos las fuerzas actuantes sobre el cuerpo (peso y normal) y descomponemos el peso según los ejes X (en la dirección del movimiento, paralelo al plano) e Y (perpendicular al X). Por tanto obtendremos el diagrama de fuerzas de fuerzas de la Fig 1.

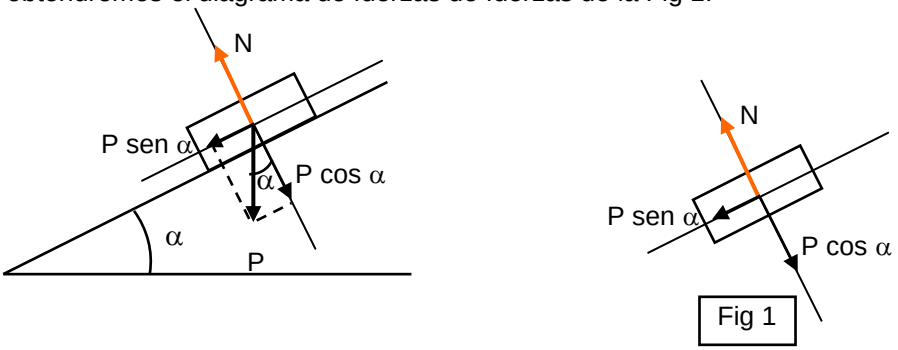


Fig 1

Aplicamos la 2ª Ley de Newton a cada uno de los ejes:

Eje Y : **N – P cos α = 0.** De la ecuación planteada en el eje Y se deduce que N = m g cos α. Observar que la reacción del plano sobre el cuerpo no es igual al peso.

Eje X : **P sen α = m a.** De la ecuación planteada en el eje X se deduce que el cuerpo descenderá con una aceleración dada por:

$$a = \frac{m\ g \operatorname{sen}\alpha}{m} = g \operatorname{sen}\alpha$$

Como se observa la aceleración es constante y sólo depende del ángulo de inclinación del plano (es independiente de la masa del cuerpo). Para el caso planteado :

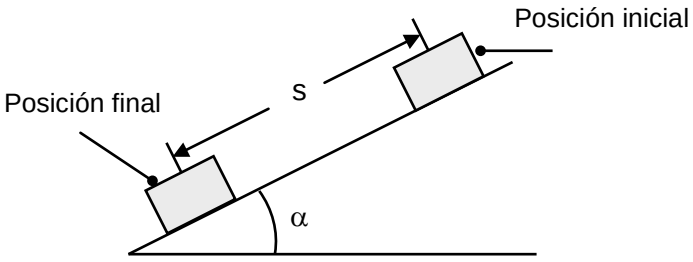
$$a = g \operatorname{sen}\alpha = 10 \frac{m}{s^2} \operatorname{sen} 30^0 = 5 \frac{m}{s^2}$$

Por tanto el cuerpo desciende con movimiento uniformemente acelerado ($a = 5\ m/s^2$)

Ecuaciones del movimiento:

$v = 5\ t$; $s = 2{,}5\ t^2$

Se supone que el cuerpo parte del reposo ($v_0 = 0$) y la distancia "s" está medida sobre el plano tomando como origen el punto de partida.



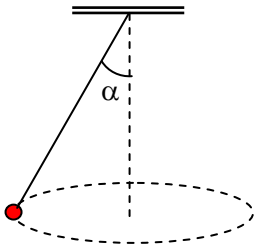
Podría calcularse, por ejemplo, la velocidad que llevará cuando llegue al final del plano, suponiendo que éste tenga una longitud de 60 cm.

Cuando llegue al final s = 0,60 m. Por tanto: $0{,}60 = 2{,}5\ t^2$; t = 0,50 s (tiempo que tarda en llegar al final del plano).

La velocidad al final del plano será: $v_{(t = 0{,}50)} = 5 \cdot 0{,}50 = 2{,}5$ m/s

Ejemplo 4

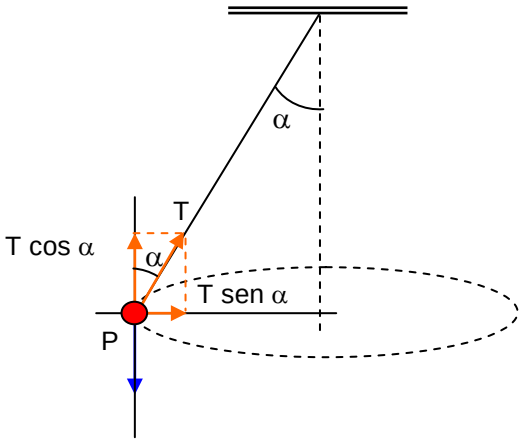
La figura muestra un montaje conocido con el nombre de “péndulo cónico”. Una pequeña esfera colgada de un hilo describe una circunferencia horizontal. Analizar las fuerzas actuantes y describir el movimiento de la esfera.



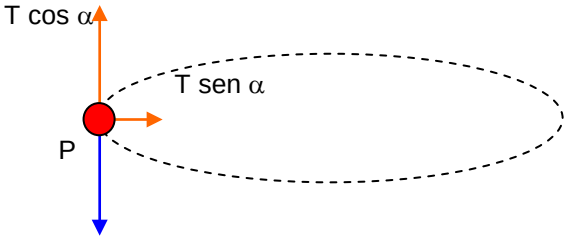
Solución:

Sobre la esfera sólo actúan dos fuerzas, el peso (P) y la tensión (T) de la cuerda (si se considera nulo el rozamiento con el aire).

A la hora de considerar los ejes según los cuales se van a descomponer las fuerzas hay que tener en cuenta que **cuando la trayectoria seguida por el cuerpo es una curva, conviene tomar uno de los ejes en la dirección del centro de la trayectoria**. El otro será perpendicular a éste.



El diagrama de fuerzas se reduce al mostrado a la derecha. **La componente de la tensión que apunta hacia el centro es la fuerza centrípeta**, responsable de la variación de la dirección del vector velocidad (aceleración centrípeta). Por tanto podremos escribir:



Eje X: $T \operatorname{sen}\alpha = m\, a_N = (m\, v^2)/R$

Eje Y : $T \cos\alpha - P = 0$; $T \cos\alpha - m\, g = 0$

Como se puede observar no existe ninguna fuerza que actúe en la dirección de la velocidad (tangente a la trayectoria). Así que ésta no modificará su módulo. En consecuencia la esfera describirá una trayectoria circular con velocidad constante.

Podemos determinar de forma bastante sencilla la tensión de la cuerda y la velocidad de la esfera midiendo únicamente el ángulo del péndulo. Efectivamente, de la ecuación planteada en el eje Y obtenemos

$$T = \frac{m\, g}{\cos\alpha}$$

Combinando el resultado anterior con la ecuación planteada en el eje X, tenemos:

$$\frac{m\, g}{\cos\alpha} \operatorname{sen}\alpha = \frac{m\, v^2}{R}$$

$$m\, g \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha} = \frac{m\, v^2}{R}$$

$$\cancel{m}\, g\, \operatorname{tg}\alpha = \frac{\cancel{m}\, v^2}{R}$$

$$v = \sqrt{R\, g\, \operatorname{tg}\alpha}$$

Ejemplo 5

El esquema muestra un montaje de laboratorio que consiste en dos cuerpos unidos por una cuerda (cuya masa, como la de la polea, se supone despreciable). Si se suponen rozamientos nulos y el cuerpo que desliza sobre la mesa tiene una masa de 100 g y el que pende de la cuerda 200 g. Estudiar el movimiento del sistema.

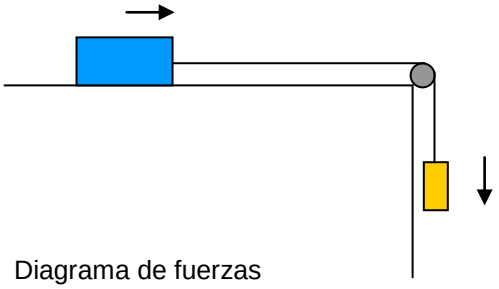
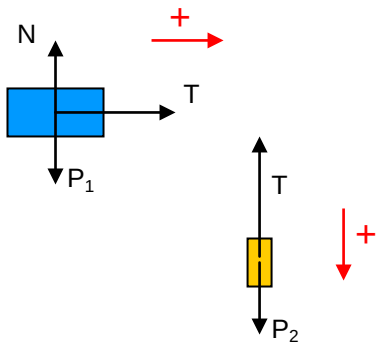


Diagrama de fuerzas



Solución:

La situación planteada es un ejemplo típico de problemas con masas enlazadas. Para resolver este tipo de problemas hay que obtener el diagrama de fuerzas de cada uno de los cuerpos implicados, y considerar como positivo uno de los posibles sentidos en los que puede moverse el sistema .

Serán positivas las fuerzas que apuntan en el sentido considerado como positivo y negativas las que lo hacen en sentido contrario.

en el esquema de la derecha se ha considerado positivo (flecha roja) que el cuerpo que desliza lo haga hacia la derecha y el que cuelga de la cuerda se mueva hacia abajo.

Según este convenio podríamos escribir:

Cuerpo que desliza sobre la mesa:

Eje X : $T = m_1\ a$ (1)

Eje Y : $N - P_1 = 0$ (2)

Cuerpo que cuelga:

$P_2 - T = m_2\ a$ (3)

Combinando la ecuación (1) y la (3):

$$m_2\ g - m_1\ a = m_2 a\ ; \quad a = \frac{m_2\ g}{m_1 + m_2} = \frac{0{,}200\ \cancel{kg}\ 10\ \frac{m}{s^2}}{0{,}300\ \cancel{kg}} = 6{,}67\ \frac{m}{s^2}$$

Ambos cuerpos se mueven con un movimiento uniformemente acelerado ($a = 6{,}67\ m/s^2$)

Si queremos calcular la tensión que soporta la cuerda, a partir de (1) se tiene:

$T = 0{,}100\ kg\ \ 6{,}67\ m/s^2 = 0{,}\ 667\ N = 0{,}67\ N$

FUERZAS DE ROZAMIENTO (deslizamiento)

Las fuerzas de rozamiento surgen:

- Cuando a un cuerpo en reposo sobre un plano se le aplica una fuerza para intentar ponerlo en movimiento (aunque no llegue a deslizar). **Fuerza de rozamiento estática (F_s)**
- Cuando un cuerpo desliza sobre un plano**. Fuerza de rozamiento cinética (F_k).**

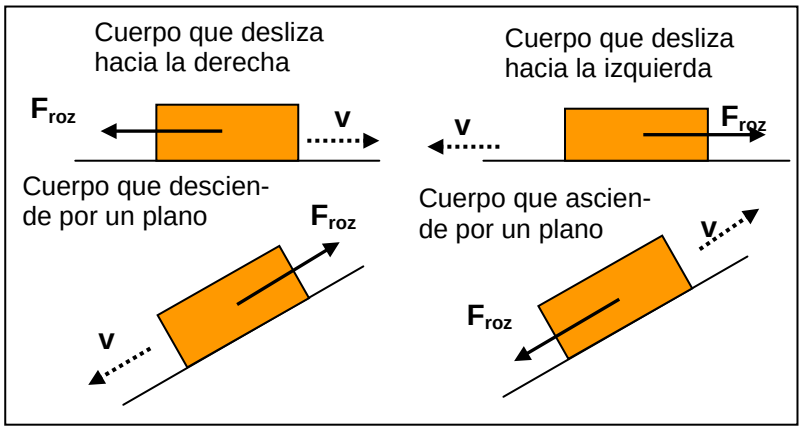
Aunque la naturaleza de la interacción responsable de las fuerzas de rozamiento no es bien conocida, parece que son debidas a interacciones entre las moléculas de ambos cuerpos en los lugares en los que las superficies están en contacto.

FUERZA DE ROZAMIENTO CINËTICA

La fuerza de rozamiento cinética, F_k, aparece cuando un cuerpo desliza, por ejemplo, sobre un plano.

De las mediciones experimentales se deduce que:

- La fuerza de rozamiento siempre se opone al deslizamiento del objeto.
- Es paralela al plano.
- Depende da la naturaleza y estado de las superficies en contacto.
- Es proporcional a la fuerza normal.
- Es independiente de la velocidad del cuerpo, mientras ésta no sea muy elevada.
- Es independiente del área (aparente) de las superficies en contacto.



La fuerza de rozamiento siempre se opone al deslizamiento del cuerpo.

$$F_k = \mu \ N$$

Fuerza normal o acción del plano

Fuerza cinética de rozamiento.

Coeficiente de rozamiento. Número sin unidades. Depende de la naturaleza de las superficies y de su estado.

La fuerza de rozamiento cinética es ejercida por el plano sobre los cuerpos y es la responsable de que éstos disminuyan su velocidad si se dejan deslizar libremente. De aquí (primera ley de Newton) que si queremos que un cuerpo que desliza sobre un plano no disminuya su velocidad, hemos de empujarlo (aplicar una fuerza).

Como se puede observar **tiene un valor constante** y depende del valor de la normal y del coeficiente de rozamiento.

Algunos valores del coeficiente de rozamiento cinético:

Madera-madera: 0,25 – 0,50

Acero – acero : 0,57

Madera encerada – nieve: 0,1

FUERZA DE ROZAMIENTO ESTÁTICA

La fuerza de rozamiento estática aparece cuando aplicamos una fuerza a un cuerpo para intentar que deslice. Si la fuerza aplicada está por debajo de determinado valor no se iniciará el deslizamiento, debido a que la fuerza de rozamiento estática equilibra la fuerza aplicada. Si aumentamos el valor de la fuerza aplicada, aumenta el valor de la fuerza de rozamiento estática y el cuerpo permanece en reposo.

Si seguimos aumentando la fuerza llegará un momento que el cuerpo comienza a deslizar. **La fuerza de rozamiento estática no puede crecer indefinidamente. Puede alcanzar un valor máximo dado por la expresión:**

$$F_S = \mu_S \, N$$

Donde :

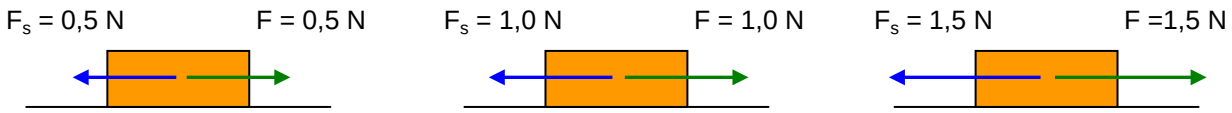
Fs esº la fuerza de rozamiento estática.

μ_S es el coeficiente de rozamiento estático. Depende de la naturaleza de las superficies en contacto y de su estado. **Tiene un valor superior a** μ_k.

N es la normal al plano.

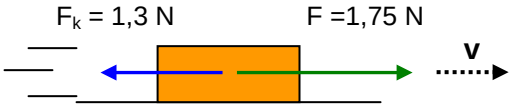
Una vez que la fuerza aplicada es superior al valor máximo que puede alcanzar la fuerza de rozamiento estática, el cuerpo comienza a deslizar y aparece la fuerza de rozamiento cinética.

	μ_s (Estático)	μ_k (Cinético)
Acero - acero	0,74	0,57
Aluminio - acero	0,61	0,47
Cobre - acero	0,53	0,36



Arriba. La fuerza aplicada aumenta y la fuerza de rozamiento estática toma el mismo valor. No hay deslizamiento.

Supongamos que el valor máximo que puede adquirir la fuerza de rozamiento estática sea 1,5 N. Si la fuerza aplicada supera ese valor (figura de la derecha) se inicia el deslizamiento y comienza a actuar la fuerza de rozamiento cinética, más pequeña que el valor máximo de la estática. El cuerpo desliza con aceleración constante.



La fuerza de rozamiento estática no tiene un valor definido. Depende del valor de la fuerza aplicada paralelamente al plano. Para calcularla hay que aplicar las condiciones de equilibrio: $\Sigma F = 0$

Si tiene un valor definido su "cota" máxima: $F_S = \mu_S \, N$ que, como se puede ver, depende tanto del valor de la normal como del coeficiente de rozamiento estático.

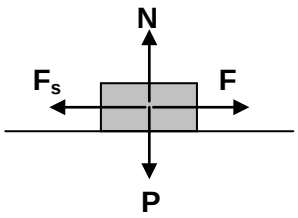
Ejemplo 1

Un bloque de madera de 250 g descansa sobre un plano.

Describir lo que ocurrirá si se comienza a tirar de él con una fuerza creciente y paralela al plano. Se sabe que el coeficiente de rozamiento estático vale 0,50 y el cinético 0,42.

Solución:

a) El diagrama de fuerzas actuantes sería:

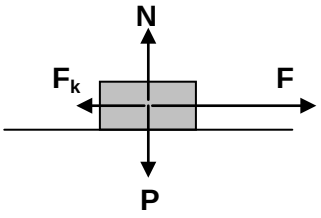


Eje Y : N – P = 0. Luego N = P = m . g = 0,250 kg . 10 m/s^2 = 2, 50 N

La fuerza de rozamiento estática puede tomar **como máximo** el valor: $F_s = \mu_s$ N = 0,50 . 2,50 N = **1,25 N**. Por tanto, si vamos aumentando lentamente el valor de F la fuerza de rozamiento estático irá creciendo correspondientemente, de tal manera que anula la fuerza aplicada. De esta manera el bloque al estar sometido a una fuerza resultante nula permanecerá en reposo.

Esta situación se mantendrá para valores de F comprendidos entre 0,00 y 1,25 N. Una vez alcanzado ese valor, la fuerza de rozamiento estático no puede aumentar más. En consecuencia, si se sigue aumentando F, el bloque comenzará a deslizar y la fuerza de rozamiento estática será reemplazada por la de rozamiento cinético, siempre menor que el valor máximo de aquella.

El bloque comenzará a moverse con movimiento uniformemente acelerado.



Ejemplo.

Consideremos que aumentamos la fuerza aplicada hasta un valor de 2,00 N. El diagrama de fuerzas será ahora el representado a la izquierda y el cuerpo se moverá con una aceleración que se calcula de la siguiente manera:

$$F - F_k = m\,a\ ;\ a = \frac{F - F_k}{m} = \frac{F - \mu_k N}{m} = \frac{F - \mu_k\, m\, g}{m}$$

$$a = \frac{F - \mu_k\, m\, g}{m} = \frac{2{,}00\,\text{N} - 0{,}42.\,0{,}250\,\text{kg}\,.\,10\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{0{,}250\,\text{kg}} = \frac{(2{,}00 - 0{,}42.\,0{,}250\,.10)\,\cancel{\text{kg}}\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{0{,}250\,\cancel{\text{kg}}} = 3{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Las ecuaciones que describen el movimiento del cuerpo serán (movimiento rectilíneo y uniformemente acelerado)

v = 3,8 t
s = 1,9 t^2

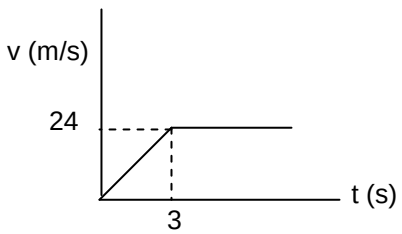
Si en determinado momento (pongamos que a los 3 s de iniciarse el deslizamiento) la fuerza F se ajusta haciéndose igual a la fuerza de rozamiento cinético ¿qué pasará?

A los 3 s de iniciarse el deslizamiento el cuerpo llevará una velocidad de:

$v_{(t = 3)}$ = 3,8 x 3 = 11,4 m/s.

Como a partir de este instante se va a cumplir que F = F_k sucederá que a = 0. Por tanto, el cuerpo continuará moviéndose con movimiento rectilíneo y uniforme. Su velocidad se mantendrá inalterada en el valor de 24 m/s.

La gráfica v/t sería:

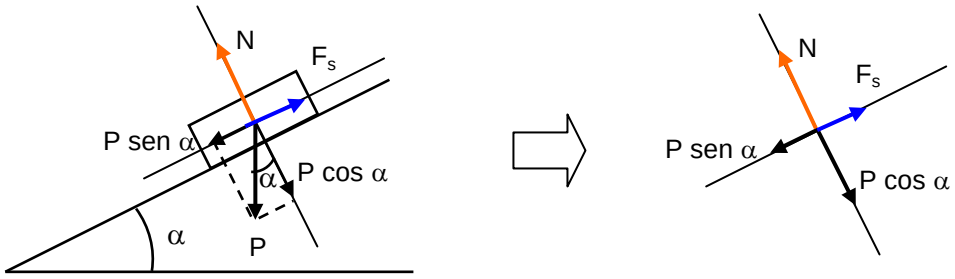


Ejemplo 2

Un cuerpo de masa 300 g se encuentra apoyado en un plano inclinado 15 ^{0}. Si el coeficiente de rozamiento estático vale 0,40 y el cinético 0,30.

a) Comentar si el cuerpo deslizará por el plano o permanecerá quieto.
b) Si no desliza comentar qué se podría hacer para que bajara y calcular entonces la aceleración con la que desciende.

a) El diagrama de fuerzas será:



La fuerza de rozamiento estática puede tomar un valor máximo dado por:

$F_s = \mu_s N = \mu_s m g \cos \alpha = 0,40 . 0,300 kg .10 m/s^2 \cos 15^0 = 1,16 N$

La fuerza que tiende a hacerlo deslizar vale:

$P \text{ sen } \alpha = m g \text{ sen } \alpha = 0,300 kg. 10 m/s^2 \text{ sen } 15^0 = 0,78 N$

Por tanto la fuerza de rozamiento estática puede compensar a la componente del peso y el cuerpo no deslizará.

b) Para que el cuerpo descienda la componente del peso deberá ser mayor que el valor máximo de la fuerza de rozamiento estática. Cuando sea igual se cumplirá:

$P \text{ sen } \alpha = F_s$

$$\cancel{m}\ \cancel{g}\ \text{sen}\,\alpha = \mu_s\ \cancel{m}\ \cancel{g}\ \cos\alpha$$

$$\mu_s = \frac{\text{sen}\,\alpha}{\cos\alpha} = \text{tg}\,\alpha$$

Por tanto cuando tg α= 0,40 ; α = 21,8 ^{0}

Si el plano se inclina hasta este ángulo, el cuerpo (en teoría) no deslizaría, aunque bastaría tocarlo o una pequeña vibración para que se rompiera el equilibrio y comenzara a moverse. Si el ángulo supera este valor la fuerza de rozamiento estática no puede compensar a la componente del peso y el cuerpo comenzaría a deslizar.

Imaginemos que inclinamos el plano hasta 30 ^{0}.

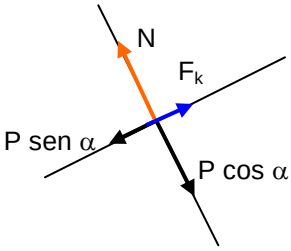
La fuerza de rozamiento estático tendrá ahora un valor máximo dado por:

$F_s = \mu_s N = \mu_s m g \cos \alpha = 0,40 . 0,300 kg .10 m/s^2 \cos 30^0 = 1,04 N$

Y la componente del peso paralela al plano valdrá:

$P \text{ sen } \alpha = m g \text{ sen } \alpha = 0,300 kg. 10 m/s^2 \text{ sen } 30^0 = 1,50 N$

Su valor es superior al valor máximo que adquiere la fuerza de rozamiento estático. Por tanto la fuerza de rozamiento estática no puede compensar la componente del peso y comenzará a deslizar.



$$\text{Eje Y}: \ N - P\cos\alpha = 0 ; \ N = m\,g\cos\alpha$$

$$\text{Eje X}: \ P\,\text{sen}\,\alpha - F_k = m\,a$$

$$a = \frac{P\,\text{sen}\,\alpha - F_k}{m} = \frac{m\,g\,\text{sen}\,\alpha - \mu_k N}{m} = \frac{\cancel{m}\ g\,\text{sen}\,\alpha - \mu_k\ \cancel{m}\ g\cos\alpha}{\cancel{m}}$$

$$a = g\,(\text{sen}\,\alpha - \mu_k\cos\alpha) = 10\,\frac{m}{s^2}\,(\text{sen}\,30^0 - 0,30\cos 30^0) = 2,40\,\frac{m}{s^2}$$

Ejemplo 3

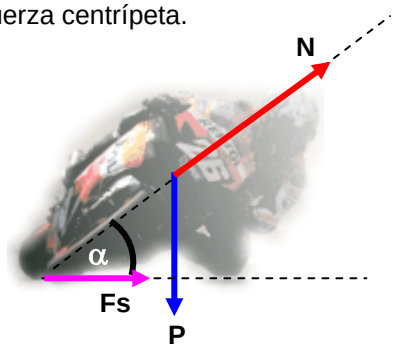
Estudiar las fuerzas actuantes sobre un motorista que toma una curva, los factores que intervienen y cómo influyen en la velocidad máxima a la que se puede tomar la curva.

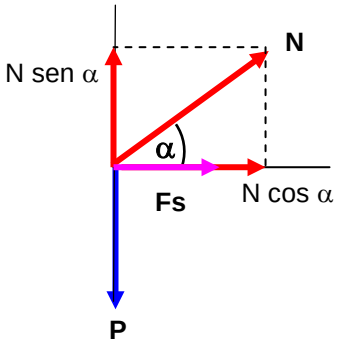
Solución:

Para que un motorista describa una curva debe existir una fuerza dirigida hacia el centro de la misma (fuerza centrípeta) que sea la responsable del cambio en la dirección de la velocidad (aceleración centrípeta). Si dicha fuerza no existe, o es insuficiente, no se podrá curvar la trayectoria y será imposible tomar la curva.

La fuerza centrípeta es suministrada por el rozamiento de los neumáticos contra el suelo (ver figura). La fuerza de rozamiento que se muestra es una fuerza de rozamiento estática, ya que fija instantáneamente el neumático al suelo impidiendo que deslice hacia el exterior de la curva. En consecuencia esta fuerza podrá tomar como máximo el valor: Fs = μ_s N.

Normalmente existe una fuerza adicional que contribuye a la fuerza centrípeta y es la componente de la normal que aparece como consecuencia de la inclinación del motorista (ver diagrama de fuerzas) Con este gesto (inclinarse hacia el interior de la curva) se logra aumentar considerablemente la fuerza centrípeta.





Eje Y:

$$N \operatorname{sen}\alpha - m\,g = 0\,;\; N = \frac{m\,g}{\operatorname{sen}\alpha}$$

Eje X : Para describir la curva debe cumplirse $F_N = m \cdot a_N$

$$N\cos\alpha + F_s = m\,a_n\,;\; N\cos\alpha + F_s = m\,\frac{v^2}{R}$$

$$N\cos\alpha + \mu_s N = m\,\frac{v^2}{R}\,;\; N\left(\cos\alpha + \mu_s\right) = m\,\frac{v^2}{R}$$

Sustituyendo el valor de N llegamos a la siguiente expresión para el cálculo de la velocidad:

$$N\left(\cos\alpha + \mu_s\right) = m\,\frac{v^2}{R}$$

$$\frac{m\,g}{\operatorname{sen}\alpha}\left(\cos\alpha + \mu_s\right) = m\,\frac{v^2}{R}$$

$$v = \sqrt{g\,R\left(\frac{\cos\alpha + \mu_s}{\operatorname{sen}\alpha}\right)}$$

Como se puede ver la máxima velocidad depende del radio de la curva, del ángulo de inclinación y del coeficiente de rozamiento estático. Si suponemos una curva cerrada (R = 30 m), que el máximo ángulo de inclinación es de 40 ^{0} y un coeficiente estático de rozamiento de 0,80:

$$v = \sqrt{g\,R\left(\frac{\cos\alpha + \mu_s}{\operatorname{sen}\alpha}\right)} = \sqrt{10\,\frac{m}{s^2}\,30\,m\left(\frac{\cos 40^0 + 0{,}80}{\operatorname{sen}40^0}\right)} = 27{,}0\,\frac{m}{s} = 97{,}3\,\frac{km}{h}$$

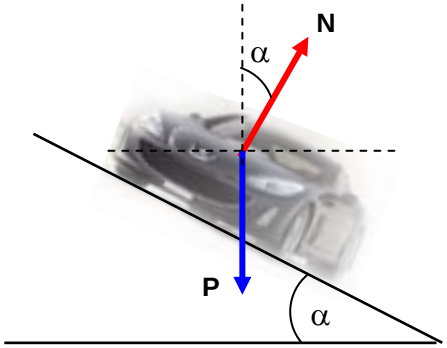
Es conocido que con el paso de la carrera los neumáticos se degradan (desgaste, derrapes, funcionamiento a temperatura inadecuada…) razón por la cual el coeficiente de rozamiento se verá afectado. Para la misma curva si suponemos que el coeficiente de rozamiento disminuye hasta un valor

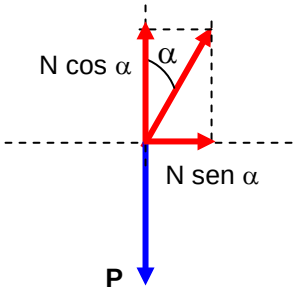
de 0,50 la máxima velocidad con la que hay garantías de poder describir la curva desciende hasta los 24,3 m/s. Esto es 87,5 km/h.

Ejemplo 4.

Peralte de curvas.

Las curvas se peraltan para aumentar la seguridad, de tal manera, que se pueda dar la curva aún en ausencia total de rozamiento (carretera helada). Como se observa en el dibujo al peraltar la curva la reacción del plano N, posee una componente que apunta en la dirección del centro de la trayectoria con lo que se suministra una fuerza centrípeta (N sen α) capaz de curvar la trayectoria del automóvil.





EjeY :

$$N\cos\alpha - m\,g = 0\,;\; N = \frac{m\,g}{\cos\alpha}$$

Eje X:

$$N\,\mathrm{sen}\,\alpha = m\,a_N = m\,\frac{v^2}{R}$$

$$\frac{m\,g}{\cos\alpha}\,\mathrm{sen}\,\alpha = m\,\frac{v^2}{R}$$

$$v = \sqrt{g\,R\,\mathrm{tg}\,\alpha}$$

Como se puede ver la velocidad depende ahora del ángulo de peralte y del radio de la curva. Por ejemplo para una curva de 30 m de radio y un ángulo de peralte de 10^0 podríamos dar la curva, con una fuerza de rozamiento nula, si vamos a una velocidad máxima de:

$$v = \sqrt{g\,R\,\mathrm{tg}\,\alpha} = \sqrt{10\,\frac{m}{s^2}\,30\,m\,\mathrm{tg}\,10^0} = 7{,}3\,\frac{m}{s} = 26{,}3\,\frac{km}{h}$$

Si existe rozamiento al aumentar la fuerza centrípeta aumentará también la velocidad con la que se puede describir la curva.

MOMENTO LINEAL

Fue el propio Newton quien introdujo el concepto de **momento lineal** (aunque él lo llamaba *cantidad de movimiento*) con el fin de disponer de una expresión que combinara las magnitudes características de una partícula material en movimiento: su **masa** (toda partícula material tiene masa) y su **velocidad** (magnitud que caracteriza el movimiento)

Se define el momento lineal, $\vec{p}$, como: $\vec{p} = m\,\vec{v}$

Por tanto el momento lineal, $\vec{p}$, es una **magnitud vectorial**, ya que resulta de multiplicar un escalar (la masa) por un vector (la velocidad). Su dirección y sentido coinciden con los del vector velocidad.

Las dimensiones del momento lineal son:

$$[p] = [M]\left[L\,T^{-1}\right] = \left[M\,L\,T^{-1}\right]$$

Por tanto la unidad S. I será el $kg.m.s^{-1}$

Si una partícula, cuya masa permanezca inalterada, se mueve con movimiento rectilíneo y uniforme ($\vec{v} = cte$) su momento lineal no variará, pero si esta partícula modifica su velocidad (desde un valor v_1 a otro v_2), el momento lineal sufrirá una variación dada por:

$$\left.\begin{array}{l}\vec{p_1} = m\,\vec{v_1}\\ \vec{p_2} = m\,\vec{v_2}\end{array}\right\} \vec{p_2} - \vec{p_1} = m\,\vec{v_2} - m\,\vec{v_1};\ \Delta\vec{p} = m\,\Delta\vec{v}$$

Parece natural considerar l**a rapidez con la que puede producirse la variación del momento lineal:**

$$\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = m\,\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = m\,\vec{a}$$

Si el segundo miembro de la ecuación obtenida es igual al producto de la masa por la aceleración, y considerando el Principio Fundamental de la Dinámica, **la rapidez con que varía el momento lineal deberá de ser igual a la fuerza resultante aplicada sobre la partícula:**

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = m\,\vec{a}\\ \vec{F} = m\,\vec{a}\end{array}\right\} \vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$$

Por tanto, podemos poner: $\Delta\vec{p} = \vec{F}\,\Delta t$

Expresión que indica que una misma variación del momento lineal (de la velocidad, si suponemos constante la masa) se puede producir, bien aplicando una fuerza grande durante un tiempo corto o bien aplicando una fuerza menor durante un tiempo más largo.

El producto de la fuerza por el intervalo de tiempo que actúa ($\vec{F}\,\Delta t$) recibe el nombre de **impulso mecánico**. La ecuación anterior puede, por tanto, leerse como: **la variación del momento lineal es igual al impulso mecánico.**

El impulso mecánico tiene la misma ecuación dimensional que el momento lineal y en el S.I de unidades se mide en N. s.

Principio de conservación del momento lineal

El momento lineal de un sistema sobre el que no actúa fuerza externa alguna (o varias que se componen para dar una resultante nula), permanece constante.

Si partimos de la expresión $\Delta\vec{p} = \vec{F}\,\Delta t$ y consideramos que la fuerza externa resultante es nula, se tiene:

$$\text{Sí } \vec{F} = 0 \Rightarrow \Delta\vec{p} = 0.\ \text{Esto es}: \vec{p} = \text{constante}$$

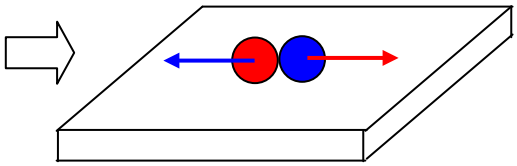
El Principio de conservación del momento lineal tiene múltiples aplicaciones. Una muy característica es su aplicación al estudio de las colisiones entre cuerpos.

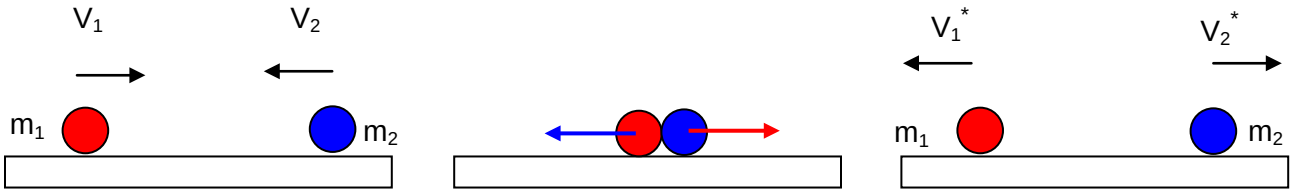
Cuando dos cuerpos chocan, en el momento del choque, aparecen fuerzas de acción y reacción entre los objetos. Si consideramos el sistema formado por ambos cuerpos éstas serán fuerzas internas cumpliéndose, por tanto, la condición de que la fuerza externa actuante es nula.

Fuerzas que actúan sobre dos bolas en el momento de la colisión. La bola roja se movía hacia la derecha y la azul hacia la izquierda.

En el momento del choque la bola roja ejerce una fuerza hacia la derecha sobre la azul y la azul una igual y contraria (reacción) sobre la roja).

Si consideramos el sistema formado por ambos objetos estas fuerzas son internas (ejercidas entre elementos del sistema)





Antes del choque | Durante el choque | Después del choque

Las únicas fuerzas externas que actúan se anulan (peso y normal, que no se han pintado) y considerando que las fuerzas actuantes durante el choque son interiores, podemos escribir:

$$\vec{p}_{antes} = \vec{p}_{\ después}$$

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_1^{\,*} + \vec{p}_2^{\,*}$$

$$m_1\,\vec{v}_1 + m_2\,\vec{v}_2 = m_1\,\vec{v}_1^{\,*} + m_2\,\vec{v}_2^{\,*}$$

Donde las magnitudes con asterisco indican valores después del choque.

Como se puede observar cuando dos objetos chocan y el momento lineal se mantiene constante la pérdida de momento experimentado por uno de ellos ha de ser ganado por el otro. De aquí que se diga que **se produce una transferencia de momento entre los cuerpos.**

Cuando el choque es como el que se muestra en la figura el choque se denomina **frontal** y como el movimiento antes y después tiene lugar según una única dirección, se puede prescindir de la notación vectorial y poner simplemente :

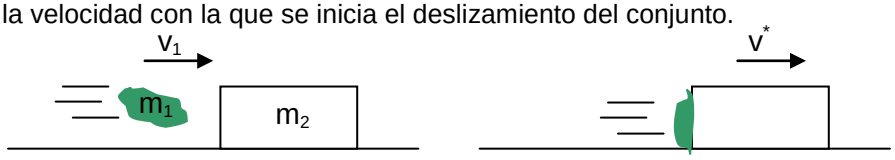
$$\mathbf{m_1\,v_1 + m_2\,v_2 = m_1\,v_1^{\,*} + m_2\,v_2^{\,*}}$$

El sentido de movimiento (hacia la izquierda o hacia la derecha) se indica mediante el signo + ó -

Ya que tenemos una sola ecuación y dos incógnitas (velocidades después del choque) la solución será indeterminada, aunque en algunos casos particulares podremos llegar a una solución considerando únicamente esta ecuación.

Ejemplo 1

Un trozo de plastilina de 250 g es lanzado con una velocidad de 10 m/s contra un bloque de madera de 500 g situado sobre una mesa horizontal. Tras el impacto la plastilina queda adherida al bloque. Calcular la velocidad con la que se inicia el deslizamiento del conjunto.



Solución

$$p_{antes} = m_1 v_1 + m_2 \cancel{v_2} \quad ; \ (v_2 = 0)$$

$$p_{desp} = (m_1 + m_2) v^*$$

$$p_{antes} = p_{desp} \ ; m_1 v_1 = (m_1 + m_2) v^*$$

$$v^* = \frac{m_1 v_1}{(m_1 + m_2)} = \frac{0{,}250 \ \cancel{kg} \ 10 \frac{m}{s}}{(0{,}250 + 0{,}500) \cancel{kg}} = 3{,}33 \frac{m}{s}$$

Ejemplo 2

Un patinador de 60 kg se encuentra situado sobre un monopatín de 3 kg en reposo. En determinado momento el patinador se impulsa hacia la derecha con una velocidad de 1 m/s. ¿Qué ocurrirá con el monopatín?

Solución

$$p_{antes} = 0$$

$$p_{desp} = m_1 v_1^* + m_2 v_2^*$$

$$p_{antes} = p_{desp} \ ; 0 = m_1 v_1^* + m_2 v_2^*$$

$$v_2^* = -\frac{m_1 v_1^*}{m_2} = -\frac{60 \ \cancel{kg} \ 1 \frac{m}{s}}{3 \cancel{kg}} = -20 \frac{m}{s}$$

Como se puede observar el patín sale hacia la izquierda (en sentido contrario al del patinador) ya que se ha considerado positivo hacia la derecha.

Ejemplo 3

A un cuerpo de 3 kg, inicialmente en reposo, se le aplica una fuerza de 5 N durante 3 s ¿Cuál será su velocidad al cabo de este tiempo?

Solución:

Este ejercicio se puede solucionar aplicando usando la Segunda Ley de la Dinámica para calcular la aceleración y a continuación las ecuaciones cinemáticas del movimiento. Sin embargo, se puede solucionar muy rápidamente haciendo uso de la expresión que relaciona el impulso mecánico con la variación del momento lineal.

$$\Delta p = F \, \Delta t$$

$$\Delta p = p_2 - p_1 = m v_2 - 0 = m v_2$$

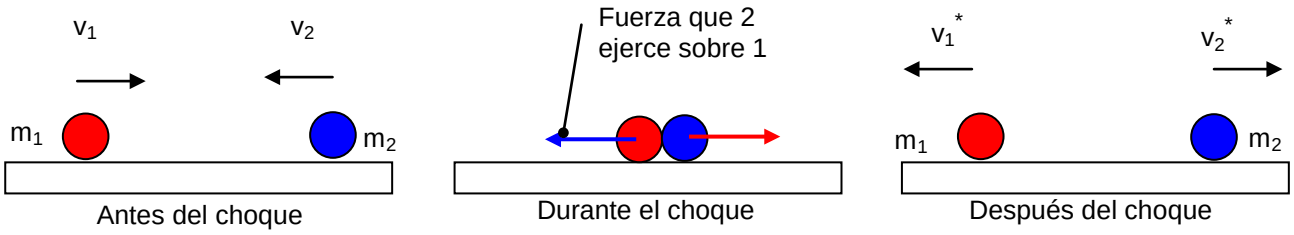
$$m v_2 = F t$$

$$v_2 = \frac{F t}{m} = \frac{5 \ \cancel{kg} \ \frac{m}{\cancel{s^2}} \ 3 \ \cancel{s}}{3 \ \cancel{kg}} = 5 \frac{m}{s}$$

COLISIONES I

Colisión (choque) frontal

En una colisión frontal (ver figura) se conserva el momento lineal del sistema formado por ambos cuerpos ya que durante el choque sólo actúan fuerzas internas entre los objetos que chocan [1]



En consecuencia, usaremos como valor de la velocidad con que chocan los objetos el valor que esta magnitud tenga para ambos un instante anterior al choque, y obtendremos su velocidad en el instante siguiente a él. Si efectivamente actúa una fuerza, esta velocidad será modificada a medida que transcurra el tiempo.

Podemos escribir, por tanto:

$$\vec{p}_{antes} = \vec{p}_{después}$$
$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_1^{*} + \vec{p}_2^{*}$$
$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}_1^{*} + m_2 \vec{v}_2^{*}$$

y ya que el movimiento va a tener lugar en una dirección paralela al plano podemos prescindir de la notación vectorial y escribir simplemente:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1^{*} + m_2 v_2^{*} \qquad (1)$$

Al tener una sola ecuación y dos incógnitas (las velocidades después del choque, señaladas con asterisco) la solución es indeterminada. Necesitamos una segunda ecuación.

Una manera bastante sencilla de obtener esta segunda ecuación es a partir de la definición del llamado **"coeficiente de restitución", e.** Este coeficiente fue ya propuesto por Newton, sirve sólo para choques frontales y tiene validez solamente aproximada. Se define de la forma siguiente:

$$e = \frac{v_2^{*} - v_1^{*}}{v_1 - v_2} \qquad (2)$$

El valor de **e** oscila entre:

0: Choque inelástico.
1: Choque elástico.

Considerando entonces la ecuación (1) que expresa la conservación del momento lineal y la (2) que nos da el coeficiente de restitución se puede obtener el valor de las velocidades después del choque:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1^{*} + m_2 v_2^{*}$$
$$e = \frac{v_2^{*} - v_1^{*}}{v_1 - v_2}$$

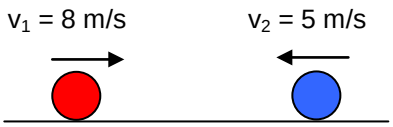
[1] Podría objetarse que puede no cumplirse la condición impuesta para que el momento lineal se mantenga invariable. Esto es, que la resultante de las fuerzas exteriores actuantes sea nula (Fext = 0), ya que en una experiencia real actuará sobre los objetos la fuerza de rozamiento (fuerza exterior al sistema). Pues bien, aún en este caso podremos suponer que el momento lineal se conserva si consideramos únicamente un intervalo de tiempo muy pequeño que comprenda un instante anterior al choque, el mismo choque y un instante después de éste. Si este intervalo de

tiempo es lo suficientemente pequeño podemos considerar que la variación producida en el momento lineal por la acción de las fuerzas exteriores debe ser muy pequeña y, por tanto, podemos ignorarla.

Ejemplo 1

Dos bolas de idéntica masa se mueven en sentidos opuestos, una de ellas con una velocidad de 5m/s y otra con 8 m/s. Calcular las velocidades después del choque si éste se supone que es totalmente elástico (e = 1)

Solución:



Como la masa es la misma para ambas bolas podemos plantear:

$$m\,v_1 + m\,v_2 = m\,v_1^* + m\,v_2^*$$

... y como el coeficiente de restitución vale 1:

$$1 = \frac{v_2^* - v_1^*}{v_1 - v_2}$$

Sustituyendo valores (se considera positivo hacia la derecha)

$$8 - 5 = v_1^* + v_2^*$$
$$1 = \frac{v_2^* - v_1^*}{8 - (-5)}$$

Operando llegamos al sistema:

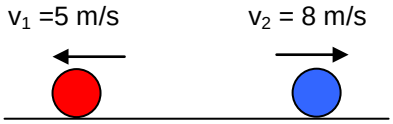
$$v_1^* + v_2^* = 3$$
$$v_2^* - v_1^* = 13$$

Solucionando el sistema planteado se obtienen los valores de las velocidades tras la colisión:

$$v_1^* = -5\,\frac{m}{s}$$
$$v_2^* = 8\,\frac{m}{s}$$

El signo menos de v_1 indica que tras la colisión la bola ***se mueve hacia la izquierda***, mientras que la otra bola se mueve con una velocidad de 8 m/s ***hacia la derecha***.

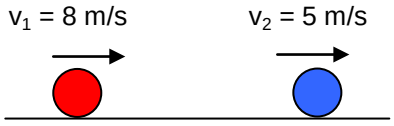
Si los cuerpos que chocan tienen idéntica masa y el choque es totalmente elástico las velocidades se intercambian.



Ejemplo 2

Dos bolas de idéntica masa se mueven en el mismo sentido, una de ellas con una velocidad de 5m/s y otra con 8 m/s. Calcular las velocidades después del choque si el coeficiente de restitución vale e = 0,60.

Solución:



Como la masa es la misma para ambas bolas podemos plantear:

$$m\,v_1 + m\,v_2 = m\,v_1^* + m\,v_2^*$$

... y como el coeficiente de restitución vale 0,60:

$$0,60 = \frac{v_2^* - v_1^*}{v_1 - v_2}$$

Sustituyendo valores (se considera positivo hacia la derecha)

$$8 + 5 = v_1^* + v_2^*$$
$$0,60 = \frac{v_2^* - v_1^*}{8 - 5}$$

Operando llegamos al sistema:

$$v_1^* + v_2^* = 13$$

$$v_2^* - v_1^* = 1{,}80$$

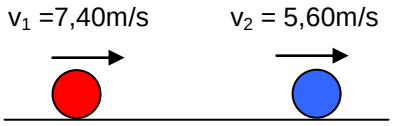
Solucionando el sistema planteado se obtienen los valores de las velocidades tras la colisión:

$v_1^* = 5{,}60\ \frac{m}{s}$

$v_2^* = 7{,}40\ \frac{m}{s}$

Ambas bolas se mueven hacia la derecha. La que iba a más rápido, pierde velocidad y la que iba más lenta la gana.

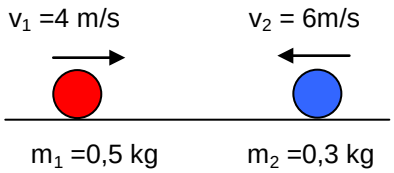
Este tipo de choque recibe el nombre de "choque por alcance" y es muy corriente entre vehículos que circulan por una autopista.



Ejemplo 3

Una bola de 500 g se mueve con una velocidad de 4 m/s hacia la derecha. Otra bola de 300 g se mueve con velocidad de 6 m/s hacia la izquierda. Calcular las velocidades después del choque si el coeficiente de restitución vale e = 0,40.

Solución:



Como las masas para ambas bolas son distintas:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1^* + m_2 v_2^*$$

... y como el coeficiente de restitución vale 0,60:

$$0{,}40 = \frac{v_2^* - v_1^*}{v_1 - v_2}$$

Sustituyendo valores (se considera positivo hacia la derecha)

$$0{,}5x4 + 0{,}3x(-6) = 0{,}5v_1^* + 0{,}3v_2^*$$

$$0{,}40 = \frac{v_2^* - v_1^*}{4-(-6)} \ ; \ 4 = v_2^* - v_1^*$$

Operando llegamos al sistema:

$$0{,}5v_1^* + 0{,}3v_2^* = 0{,}20$$

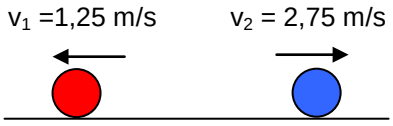
$$v_2^* - v_1^* = 4$$

Solucionando el sistema planteado se obtienen los valores de las velocidades tras la colisión:

$v_1^* = -1{,}25\ \frac{m}{s}$

$v_2^* = 2{,}75\ \frac{m}{s}$

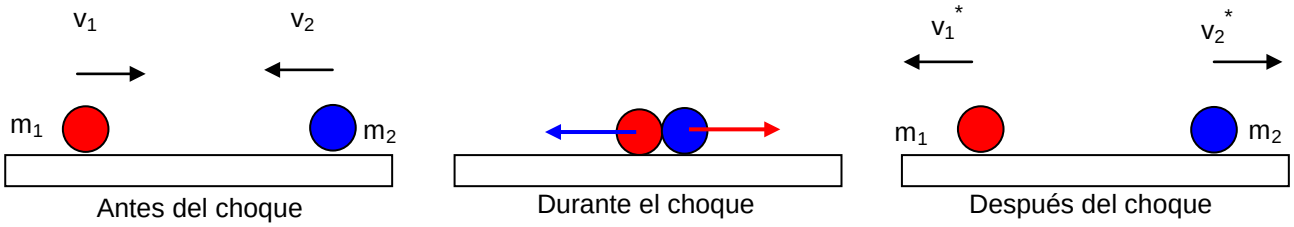
El signo menos de v_1 indica que tras la colisión la bola ***se mueve hacia la izquierda***, mientras que la otra bola se mueve con una velocidad de 2,75 m/s ***hacia la derecha***.



COLISIONES II
(Ampliación)

Colisión (choque) frontal

En una colisión frontal (ver figura) se conserva el momento lineal del sistema formado por ambos cuerpos ya que durante el choque sólo actúan fuerzas internas entre los objetos que chocan.



Podría objetarse que puede no cumplirse la condición impuesta para que el momento lineal se mantenga invariable. Esto es que la resultante de las fuerzas exteriores actuantes sea nula (Fext = 0) ya que en una experiencia real actuará sobre los objetos la fuerza de rozamiento (fuerza exterior al sistema).

Pues bien, aún en este caso podremos suponer que el momento lineal se conserva si consideramos únicamente un intervalo de tiempo muy pequeño que comprenda un instante anterior al choque, el mismo choque y un instante después de éste. Si este intervalo de tiempo es lo suficientemente pequeño podemos considerar que la variación producida en el momento lineal por la acción de las fuerzas exteriores debe ser muy pequeña y, en consecuencia podemos ignorarla. En consecuencia, usaremos como valor de la velocidad con que chocan los objetos el valor que esta magnitud tenga para ambos un instante anterior al choque y obtendremos con los cálculos su velocidad en el instante siguiente a él. Si efectivamente actúa una fuerza esta velocidad será modificada a medida que transcurra el tiempo.

Podemos escribir, por tanto:

$$\vec{p}_{antes} = \vec{p}_{después}$$

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_1^{\,*} + \vec{p}_2^{\,*}$$

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}_1^{\,*} + m_2 \vec{v}_2^{\,*}$$

y ya que el movimiento va a tener lugar en una dirección paralela al plano podemos prescindir de la notación vectorial y escribir simplemente:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1^{\,*} + m_2 v_2^{\,*} \qquad (1)$$

Al tener una sola ecuación y dos incógnitas (las velocidades después del choque, señaladas con asterisco) la solución es indeterminada. Necesitamos una segunda ecuación.

Una manera bastante sencilla de obtener esta segunda ecuación es a partir de la definición del llamado **"coeficiente de restitución", e.** Este coeficiente fue ya propuesto por Newton, sirve sólo para choques frontales y tiene validez solamente aproximada. Se define de la forma siguiente:

$$e = \frac{v_2^{\,*} - v_1^{\,*}}{v_1 - v_2} \qquad (2)$$

El valor de **e** oscila entre:

0: Choque inelástico.
1: Choque elástico.

Considerando entonces la ecuación (1) que expresa la conservación del momento lineal y la (2) que nos da el coeficiente de restitución se puede obtener el valor de las velocidades después del choque:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1^{\,*} + m_2 v_2^{\,*}$$

$$e = \frac{v_2^{\,*} - v_1^{\,*}}{v_1 - v_2}$$

Operando se llega a las siguientes expresiones:

$$v_1^* = \frac{m_2\, v_2(e+1) + v_1\,(m_1 - m_2\, e)}{m_1 + m_2} \qquad v_2^* = \frac{m_1\, v_1(e+1) + v_2\,(m_2 - m_1\, e)}{m_1 + m_2}$$

Apliquemos estas expresiones para resolver algunos casos.

Caso 1. Cuerpos con la misma masa

En el caso de que los cuerpos que chocan tengan la misma masa: $m_1 = m_2 = m$, podremos tener varios tipos de choque:

Choque inelástico (e = 0)

Sustituyendo los valores de las masas y de **e** en las ecuaciones que nos dan las velocidades después del choque se obtiene:

$$v_1^* = \frac{m\, v_2(0+1) + v_1\,(m - m\,0)}{m + m} = \frac{\cancel{m}\,(v_2 + v_1)}{2\,\cancel{m}} = \frac{(v_2 + v_1)}{2}$$

Si repetimos el procedimiento con la velocidad del cuerpo 2 después del choque obtenemos exactamente la misma expresión. Luego:

> Cuando la colisión se produce entre dos cuerpos con la misma masa y el choque es (totalmente) inelástico (e = 0), ambos cuerpos se desplazan tras el choque con la misma velocidad (permanecen unidos). La velocidad después del choque viene dada por la expresión:
>
> $$v_1^* = v_2^* = \frac{(v_2 + v_1)}{2}$$
>
> En el caso particular de que ambas velocidades sean iguales, pero de distinto sentido ($V_1 = -V_2$) la velocidad final de ambos cuerpos será nula.

Choque elástico (e=1)

Sustituyendo los valores de las masas y de **e** en las ecuaciones que nos dan las velocidades después del choque se obtiene:

$$v_1^* = \frac{m\, v_2(1+1) + v_1\,(m - m\,)}{m + m} = \frac{2\cancel{m}\; v_2}{2\,\cancel{m}} = v_2$$

$$v_2^* = \frac{m\, v_1(1+1) + v_2\,(m - m\,)}{m + m} = \frac{2\cancel{m}\; v_1}{2\,\cancel{m}} = v_1$$

> Cuando la colisión se produce entre dos cuerpos con la misma masa y el choque es (totalmente) elástico (e = 1), ambos cuerpos intercambian los valores de sus velocidades tras el choque.
>
> $$v_1^* = v_2$$
> $$v_2^* = v_1$$

Choque intermedio (0 < e < 1)

Si el coeficiente de restitución tiene un valor comprendido entre 0 y 1. Es decir el choque no es totalmente elástico o inelástico, el valor de las velocidades después del choque varían entre el valor para el caso inelástico y el valor cuando es elástico. Supongamos que el cuerpo 1 tiene una velocidad (antes del choque) superior a la del cuerpo 2:

- La velocidad de 1 disminuirá, a medida que aumente el valor del coeficiente de restitución, desde el valor $\frac{(v_2 + v_1)}{2}$ correspondiente a e =0 hasta el valor v_2 correspondiente al valor e = 1.

- La velocidad de 2, en cambio aumentará, a medida que los haga el coeficiente de restitución, desde el valor $\frac{(v_2 + v_1)}{2}$ hasta el valor v_1 correspondiente al valor e =1.

Como ejemplo se muestra la siguiente tabla de valores. La hoja de cálculo con la que se ha obtenido puede verse en:

http://web.educastur.princast.es/proyectos/fisquiweb/Colisiones/HojaColisiones.xls

	Valores iniciales				Comprobación	
	m_1 (kg)	1,00	**v_1 (m/s)**	10,00		
	m_2 (kg)	1,00	**v_2 (m/s)**	6,00		
	e	**v_1^* (m/s)**	**v_2^* (m/s)**		**Pantes (kg.m.s-1)**	**Pdesp (kg.m-s-1)**
Inelástico	0,00	8,00	8,00		16,00	16,00
	0,10	7,80	8,20		16,00	16,00
	0,20	7,60	8,40		16,00	16,00
	0,30	7,40	8,60		16,00	16,00
	0,40	7,20	8,80		16,00	16,00
	0,50	7,00	9,00		16,00	16,00
	0,60	6,80	9,20		16,00	16,00
	0,70	6,60	9,40		16,00	16,00
	0,80	6,40	9,60		16,00	16,00
	0,90	6,20	9,80		16,00	16,00
Elástico	1,00	6,00	10,00		16,00	16,00

Caso 2. Cuerpos con distinta masa.

Consideremos ahora el caso, más general, en el cual ambos cuerpos tienen masas diferentes. Siempre podemos establecer una relación entre las masas de ambos tal como:

$m_2 = k\, m_1$, donde k es una constante que se puede obtener haciendo : $k = \frac{m_2}{m_1}$

Choque inelástico (e = 0)

Sustituyendo los valores de las masas y de **e** en las ecuaciones que nos dan las velocidades después del choque se obtiene:

$$v_1^* = v_2^* = \frac{k\, v_2 + v_1}{1 + k}$$

Cuando la colisión se produce entre dos cuerpos con distinta masa y el choque es (totalmente) inelástico (e = 0), ambos cuerpos se desplazan tras el choque con la misma velocidad (permanecen unidos). La velocidad después del choque viene dada por la expresión:

$$v_1^* = v_2^* = \frac{k\, v_2 + v_1}{1 + k}$$

Choque elástico (e=1)

Sustituyendo los valores de las masas y de **e** en las ecuaciones que nos dan las velocidades después del choque se obtiene:

$$v_1^* = \frac{k(2v_2 - v_1) + v_1}{1+k} \qquad v_2^* = \frac{v_2(k-1) + 2v_2}{1+k}$$

Cuando la colisión se produce entre dos cuerpos con distinta masa y el choque es (totalmente) elástico (e = 1), ambos cuerpos se mueven tras el choque con unas velocidades dadas por:

$$v_1^* = \frac{k(2v_2 - v_1) + v_1}{1+k} \qquad v_2^* = \frac{v_2(k-1) + 2v_2}{1+k}$$

Choque intermedio (0 < e < 1)

Si el coeficiente de restitución tiene un valor comprendido entre 0 y 1. Es decir el choque no es totalmente elástico o inelástico, el valor de las velocidades después del choque varían entre el valor para el caso inelástico y el valor cuando es elástico. Supongamos que el cuerpo 1 tiene una velocidad (antes del choque) superior a la del cuerpo 2:

- La velocidad de 1 disminuirá, a medida que aumente el valor del coeficiente de restitución, desde el valor $\frac{k v_2 + v_1}{1+k}$ correspondiente a e =0, hasta el valor $\frac{k(2v_2 - v_1) + v_1}{1+k}$ paral e = 1.
- La velocidad de 2, en cambio aumentará, a medida que los haga el coeficiente de restitución, desde el valor $\frac{k v_2 + v_1}{1+k}$ hasta el valor $\frac{v_2(k-1) + 2v_2}{1+k}$ (e =1)

Como ejemplo se muestra la siguiente tabla de valores. La hoja de cálculo con la que se ha obtenido puede verse en:

http://web.educastur.princast.es/proyectos/fisquiweb/Colisiones/HojaColisiones.xls

Valores iniciales				**Comprobación**	
m_1 (kg)	1,00	**v_1 (m/s)**	10,00		
m_2 (kg)	4,00	**v_2 (m/s)**	6,00		
e	**v_1^* (m/s)**	**v_2^* (m/s)**		**Pantes (kg.m.s-1)**	**Pdesp (kg.m-s-1)**
0,00	6,80	6,80		34,00	34,00
0,10	6,48	6,88		34,00	34,00
0,20	6,16	6,96		34,00	34,00
0,30	5,84	7,04		34,00	34,00
0,40	5,52	7,12		34,00	34,00
0,50	5,20	7,20		34,00	34,00
0,60	4,88	7,28		34,00	34,00
0,70	4,56	7,36		34,00	34,00

0,80	4,24	7,44		34,00	34,00
0,90	3,92	7,52		34,00	34,00
1,00	3,60	7,60		34,00	34,00

$$\frac{(v_2 + v_1)}{2}$$

INTERACCIÓN GRAVITACIONAL

En el s. XVI **Nicolás Copérnico (1473 – 1543)** propuso una hipótesis revolucionaria para explicar el movimiento de los planetas: el Sol pasaba a ser el centro del sistema (lugar que hasta entonces había ocupado la Tierra) y los planetas se movían en órbitas circulares en torno suyo.

Casi un siglo después **Johannes Kepler (1571 – 1630)** tras un concienzudo análisis de miles de datos astronómicos recopilados por el astrónomo Tycho Brahe enunció las leyes del movimiento planetario (hoy conocidas como **Leyes de Kepler**)

Leyes de Kepler

- Los planetas describen órbitas elípticas, estando el sol en uno de sus focos.
- El vector de posición de cualquier planeta con respecto del sol (vector que tiene el origen en el sol y su extremo en el planeta considerado) barre áreas iguales en tiempos iguales.

  En la figura (si se supone que t es el mismo): $A_1 = A_2$

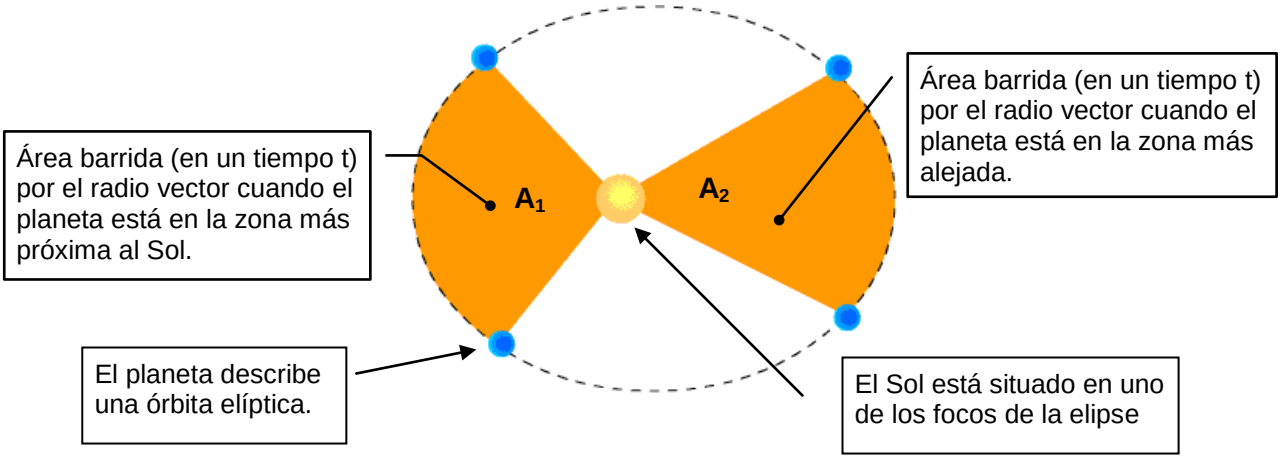
  De forma general: $\frac{A_1}{t_1} = \frac{A_2}{t_2}$

  El cociente $v_A = \frac{A}{t}$ mide la rapidez con que el radio vector barre el área A y se conoce como velocidad areolar.

- Los cuadrados de los periodos de revolución (T) son proporcionales a los cubos de las distancias promedio de los planetas al sol (r):

  $T^2 = k\, r^3$ donde k es una constante de proporcionalidad (constante de Kepler)

La distancia promedio, r coincide con el valor del semieje mayor para órbitas elípticas:



¿Cuánto de elíptica?

Aunque estrictamente la órbita descrita por la Tierra en su movimiento alrededor del Sol es una elipse, realmente se aproxima mucho a un círculo.

La excentricidad de la elipse para la órbita terrestre tiene un valor e = 0,017. Una excentricidad cero corresponde a un círculo. Cuanto más se aleje de cero más aplanada será la elipse. El valor máximo, 1, se correspondería con una recta.

La distancia de la Tierra al Sol en el punto más próximo (perihelio) es de 147.100.000 km.

La distancia de la Tierra al Sol en el punto más alejado (afelio) es de 152.100.000 km.

Aunque la diferencia (5.000.000 km) puede parecer considerable, en realidad se corresponde con un escaso 3 % de diferencia entre ambos valores.

Fue **Isaac Newton (1642 – 1727)** quien dio el siguiente gran paso en la explicación del movimiento planetario al enunciar su **Ley de Gravitación Universal** (formulada en 1666 y publicada en 1687)

Ley de Gravitación Universal

"Los cuerpos se atraen con una fuerza directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa."

$$F = G\frac{m M}{d^2}$$

Masas de los cuerpos en kg

Fuerza de atracción gravitatoria. Si se consideran cuerpos grandes, la fuerza apunta hacia el centro de los mismos.

Distancia entre los cuerpos en metros. Si son cuerpos grandes, la distancia se toma entre los centros.

Constante de Gravitación Universal. Tiene el mismo valor para todo el Universo.

Para el S.I: $G = 6{,}67\,10^{-11}\ \frac{N\,m^2}{kg^2}$

Debido a la pequeñez de la constante de gravitación la fuerza de gravedad sólo es apreciable entre cuerpos cuya masa sea muy grande (planetas, estrellas…)

De acuerdo con la expresión anterior dos masas de 100 y 1000 kg, situadas a 20 m de distancia se atraerán con un fuerza de:

$$F = G\frac{m M}{d^2} = 6{,}67\,10^{-11}\ \frac{N\,\cancel{m^2}}{\cancel{kg^2}}\ \frac{100\ \cancel{kg}\ 1000\ \cancel{kg}}{20^2\ \cancel{m^2}} = 1{,}67\,10^{-8}\ N$$

Fuerza prácticamente inmedible debido a su pequeñez.

Sin embargo, la fuerza con que la Tierra ($6{,}0\ 10^{24}$ kg) atrae a un cuerpo de 50 kg situado en su superficie (distancia al centro de la Tierra $6{,}4\ 10^{6}$ m) valdrá:

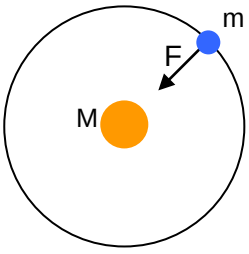
$$F = G\frac{m M}{R^2} = 6{,}67\,10^{-11}\ \frac{N\,\cancel{m^2}}{\cancel{kg^2}}\ \frac{50\ \cancel{kg}\ 6\,10^{24}\ \cancel{kg}}{(6{,}4\,10^6)^2\ \cancel{m^2}} = 488{,}5\ N$$

Que es una fuerza apreciable ya que la masa de la Tierra es muy grande.

Si suponemos una órbita circular (lo cual no está muy alejado de la realidad) podemos combinar la Ley de Gravitación Universal con la dinámica del movimiento circular para obtener, por ejemplo, la aceleración centrípeta de la Tierra debida a su movimiento de traslación alrededor del Sol.

Datos: Masa del Sol: $1{,}98\ 10^{30}$ kg

Distancia (media) Tierra – Sol : $1{,}5\ 10^{12}$ m



$$\left.\begin{aligned} F_c &= m\,a_N \\ F &= G\frac{m M}{d^2} \end{aligned}\right\} \quad \cancel{m}\,a_N = G\frac{\cancel{m}\,M}{d^2};\quad a_N = G\frac{M}{d^2}$$

$$a_N = G\frac{M}{d^2} = 6{,}67\,10^{-11}\ \frac{m^3}{\cancel{kg}\,s^2}\ \frac{1{,}98\,10^{30}\ \cancel{kg}}{\left(1{,}5\,10^{12}\right)^2\ m^2} = 5{,}87\,10^{-5}\ \frac{m}{s^2}$$

La tercera ley de Kepler es deducible a partir de la expresión de la Ley de Gravitación Universal y la consideración de que la órbita de los planetas es aproximadamente una circunferencia:

$$\left.\begin{array}{l} F_c = m\, a_N = m\, \omega^2 d \\ F = G\,\dfrac{m\,M}{d^2} \end{array}\right\} \quad \cancel{m}\,\omega^2\, d = G\,\frac{\cancel{m}\,M}{d^2};\quad \frac{(2\pi)^2}{T^2}\,d^3 = G\,M;\quad T^2 = \frac{4\pi^2\,d^3}{G\,M};\quad T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{G\,M}\right)d^3$$

Donde:

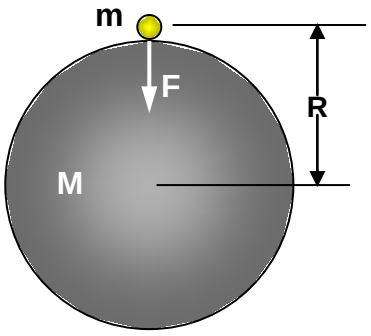
$$k = \frac{4\pi^2}{G\,M}$$

Por tanto la constante sólo depende del valor de la masa del astro central.

Para el Sistema Solar tendrá un valor (S.I):

$$k = \frac{4\pi^2}{G\,M} = \frac{4\pi^2}{6{,}67\,10^{-11}\,\dfrac{m^3}{\cancel{kg}\,s^2}\,1{,}98\,10^{30}\,\cancel{kg}} = 2{,}99\,10^{-19}\,\frac{s^2}{m^3}$$

Llamamos peso a la fuerza con que la Tierra atrae a un cuerpo situado en su superficie.



$$P = F = G\,\frac{m\,M}{R^2}$$

La expresión anterior se puede escribir en la forma: $P = m\left(\dfrac{G\,M}{R^2}\right)$

Donde la expresión encerrada entre paréntesis depende únicamente de datos propios del planeta, tales como su masa o su radio y se corresponde con el valor del campo gravitatorio, g.

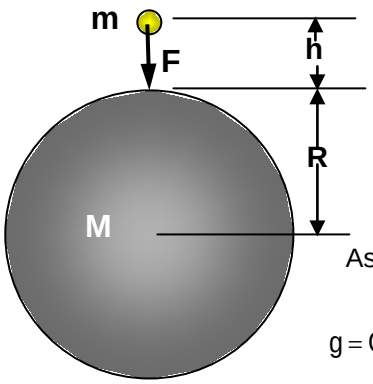
$$g = G\,\frac{M}{R^2}$$

Para la Tierra (M = 5,97 10^{24} kg y R = 6,37 10^{6} m): $g = 6{,}67\,10^{-11}\,\dfrac{\cancel{m^3}}{\cancel{kg}\,s^2}\,\dfrac{5{,}97\,10^{24}\,\cancel{kg}}{\left(6{,}37\,10^6\right)^2\,\cancel{m^2}} = 9{,}81\,\dfrac{m}{s^2}$

Por tanto, podemos escribir: **P = m g**

El valor de g no es constante en todo el planeta ya que prescindiendo de otros efectos (la rotación influye) el radio de la tierra en el Ecuador es mayor que en los Polos, por tanto $g_{Ecuad} < g_{Polos.}$

Si nos alejamos de la superficie terrestre el valor de la gravedad también variará ya que entonces deberíamos escribir:



$$P = F = G\,\frac{m\,M}{(R+h)^2} = m\left(G\,\frac{M}{(R+h)^2}\right)$$

$$g = G\,\frac{M}{(R+h)^2}$$

Así para h = 30 km, tenemos:

$$g = G\,\frac{M}{(R+h)^2} = 6{,}67\,10^{-11}\,\frac{\cancel{m^3}}{\cancel{kg}\,s^2}\,\frac{6{,}0\,10^{24}\,\cancel{kg}}{\left(6{,}4\,10^6 + 3\,10^4\right)^2\,\cancel{m^2}} = 9{,}68\,\frac{m}{s^2}$$

Ejemplo 1

La Tierra orbita alrededor del Sol con un periodo orbital de 365,25 días. Calcular la distancia media entre la Tierra y el Sol.

DATOS: La constante de Kepler para el Sistema Solar vale: $k = 3.10^{-19}\ s^2/m^3$

Solución:

Partimos de la tercera ley de Kepler: $T^2 = k\ r^3$ y despejamos la incógnita (r):

$$r = \sqrt[3]{\frac{T^2}{k}} = \sqrt[3]{\frac{\left(3{,}16.10^7\right)^2\ \cancel{s^2}}{3.10^{-19}\ \frac{\cancel{s^2}}{m^3}}} = 1{,}49.10^{11}\,m = 1{,}49.10^{8}\,km = 149.10^{6}\,km$$

NOTA: La distancia media entre el Sol y la Tierra es de unos 150 millones de km (149 597 870 km) y es usada en astronomía como medida de distancia. Se le da el nombre de ***unidad astronómica (ua).***

Ejemplo 2

Marte se encuentra situado a una distancia media del Sol de 1,52 ua. ¿Cuál es el periodo orbital de Marte alrededor del Sol?

DATOS: 1 ua= $150\ .10^6$ km; : $k = 3.10^{-19}\ s^2/m^3$

Solución:

Partimos de la tercera ley de Kepler: $T^2 = k\ r^3$ y despejamos la incógnita (T):

$$T = \sqrt{k\ r^3} = \sqrt{3.10^{-19}\ \frac{s^2}{\cancel{m^3}}\ \left(2{,}28.10^{11}\right)^3\ \cancel{m^3}} = 5{,}96.10^{7}\,s = 690{,}2\ dias$$

NOTA: El periodo orbital para Marte ("año marciano") es de 686,98 días.

Ejemplo 3

Ío es una de las sesenta y tres lunas de Júpiter (la más próxima al planeta) y tiene un periodo orbital de 1 día 18 h y 28 min. ¿Cuál es la distancia media entre Ío y Júpiter?

DATOS: Masa de Júpiter: $1{,}90.10^{27}$ kg

Solución:

Expresamos el periodo orbital en segundos:

1 día 18 h y 28 min = 152 880 s

Partimos de la tercera ley de Kepler: $T^2 = k\ r^3$ y despejamos la incógnita (r): $r = \sqrt[3]{\frac{T^2}{k}}$

Hay que tener en cuenta que el astro central alrededor del cual orbita Ío es Júpiter, no el Sol. Por ***tanto deberemos determinar el valor de k para este caso sustituyendo la masa de Júpiter*** en la expresión que nos da la constante de Kepler (ver apuntes)

$$k = \frac{4\pi^2}{G\,M} = \frac{4\pi^2}{6{,}67\ 10^{-11}\ \frac{m^3}{\cancel{kg}\ s^2}\ 1{,}9010^{27}\ \cancel{kg}} = 3{,}12\ 10^{-16}\ \frac{s^2}{m^3}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{T^2}{k}} = \sqrt[3]{\frac{\left(1{,}53.10^5\right)^2\ \cancel{s^2}}{3{,}12.10^{-16}\ \frac{\cancel{s^2}}{m^3}}} = 4{,}22.10^{8}\,m = 4{,}22.10^{5}\,km = 422\,000\ km$$

NOTA: El radio orbital medio de Ío alrededor de Júpiter se estima en 421 600 km

La masa del astro central se puede estimar a partir de la observación de algún objeto que orbite alrededor suyo

Ejemplo 4

Titán es una luna de Saturno que orbita alrededor del planeta con un periodo de $1{,}37.10^6$ s y a una distancia media de $1{,}30.10^9$ m. ¿Cuál es la masa de Saturno?

Solución:

Partimos de la tercera ley de Kepler: $T^2 = k\, r^3$ y sustituimos el valor de k : $T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{G\,M}\right) r^3$

Despejando la masa del astro central (Saturno) y sustituyendo datos:

$$M = \frac{4\pi^2}{G}\,\frac{r^3}{T^2} = \frac{4\pi^2}{6{,}67\,10^{-11}\,\frac{m^3}{kg\,s^2}}\,\frac{\left(1{,}30\,10^9\right)^3\,m^3}{\left(1{,}37\,10^6\right)^2\,s^2} = 6{,}93\,10^{26}\,kg$$

Ejemplo 5

Calcular el valor de la gravedad en Mercurio sabiendo que tiene una radio de 2 440 km y una masa de 3,30 10^{23} kg

Solución:

El valor de la gravedad (campo gravitatorio) en un planeta depende de su masa y radio y se puede calcular a partir de la expresión (ver apuntes):

$$g = G\,\frac{M}{R^2}$$

Sustituyendo los datos y operando:

$$g = G\,\frac{M}{R^2} = 6{,}67\,10^{-11}\,\frac{m^3}{kg\,s^2}\,\frac{3{,}30\,10^{23}\,kg}{\left(2{,}44\,10^6\right)^2\,m^2} = 3{,}70\,\frac{m}{s^2}$$

Ejemplo 6

El valor de la gravedad varía si nos alejamos de la superficie terrestre. Calcular a qué altura deberemos situarnos de la superficie de la Tierra para que g = 5 m/s^2

DATOS: Considerar g = 10 m/s^2 como valor en la superficie.

Masa de la Tierra: $6{,}0.10^{24}$ kg. Radio de la Tierra: 6 400 km.

Solución:

El valor de la gravedad para un punto situado a una altura h sobre la superficie terrestre viene dado por:

$$g = G\,\frac{M}{(R+h)^2}$$

Despejamos $(R+h)^2$ y, posteriormente restamos el valor de R (en km) según se puede ver a continuación:

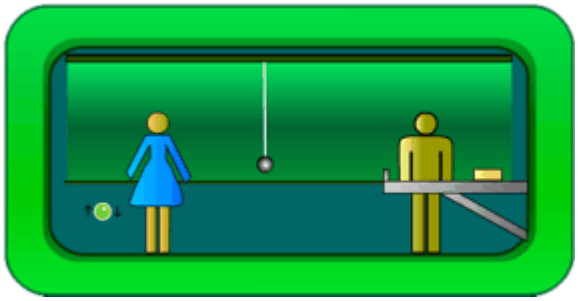
$$(R+h)^2 = G\,\frac{M}{g} = 6{,}67\,10^{-11}\,\frac{m^3/2}{kg\,s^2}\,\frac{6{,}0\,10^{24}\,kg}{5\,\frac{m}{s^2}} = 8{,}0\,10^{13}\,m^2$$

$$(R+h)^2 = 8{,}0\,10^{13}\,m^2\,;\, R+h = \sqrt{8{,}0\,10^{13}\,m^2} = 8{,}94\,10^6\,m = 8{,}94\,10^3\,km = 8\,940\,km$$

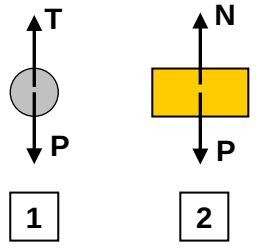
$$R+h = 8\,940\,km\;;\; h = 8\,940 - R\;;\; h = 8\,940\,km - 6\,400\,km = 2\,540\,km$$

FUERZA no INERCIAL y FUERZA CENTRIFUGA

Sistema en reposo (vagón). En su interior están situados un péndulo y un bloque de madera apoyado sobre una mesa.

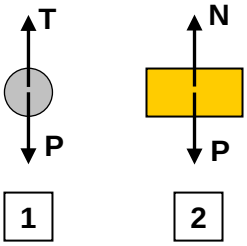


¿Cómo describen lo que sucede alguien situado en el interior del vagón y un observador en reposo situado fuera?



Ecuaciones

1. Péndulo
   T –P = 0
2. Bloque
   N -P =0



Ecuaciones

1. Péndulo
   T –P = 0
2. Bloque
   N -P =0

Observador situado en el interior del vagón

Diagrama de fuerzas para los objetos.

1. Péndulo en posición de reposo.
2. Cuerpo situado sobre la mesa.

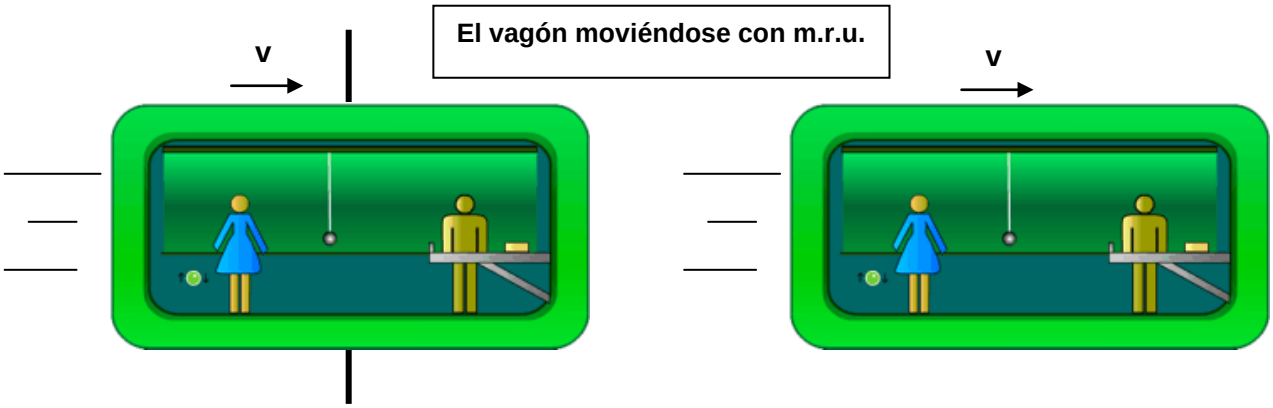
Observador situado en el exterior del vagón

Diagrama de fuerzas para los objetos.

1. Péndulo en posición de reposo.
2. Cuerpo situado sobre la mesa.

Ambas descripciones son exactamente iguales.

El vagón moviéndose con m.r.u.



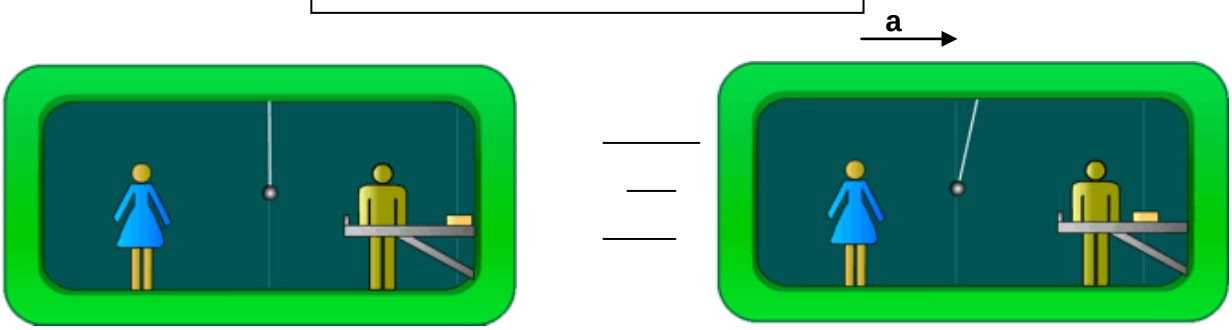
La descripción para un observador situado en el interior del vagón es exactamente igual a la hecha cuando el vagón está parado, ya que desde el interior del vagón los objetos permanecen en reposo (no cambian de posición respecto de una referencia interna).

Un observador situado en el exterior detecta el movimiento, ya que tanto el vagón como los objetos cambian de posición respecto de un sistema de referencia situado en el exterior y considerado fijo (línea vertical). Como el sistema se mueve con v =cte (a =0) las ecuaciones tampoco variarán respecto de las propuestas cuando el vagón no se movía.

Observar que mientras el sistema se mueva con movimiento rectilíneo y uniforme los observadores situados en el interior del vagón no pueden detectar el movimiento (a no ser que puedan observar un sistema de referencia fijo situado en el exterior). Las cosas suceden exactamente de la misma manera cuando v =0 o cuando v =cte.

El Principio de Relatividad (ya enunciado por Galileo) establece la imposibilidad de distinguir entre un observador en reposo y otro que se mueva con movimiento rectilíneo y uniforme. Ambos sistemas son físicamente equivalentes y las leyes de la Física adquieren formas idénticas en ambos. Se les conoce con el nombre de **sistemas inerciales.**

El vagón acelera hacia la derecha



Si el vagón está parado y comienza a aumentar su velocidad acelerando hacia la derecha la descripción que da un observador exterior y uno interior empiezan a ser muy distintas.

El observador externo observa que tanto el péndulo como el bloque (suponemos que no existe rozamiento con la mesa) al no estar sometidos a ninguna fuerza tratan de permanecer en reposo (Ley de Inercia) y, en consecuencia, van "retrasándose" respecto del vagón. El movimiento del vagón (con una aceleración *a* hacia la derecha) hace que los cuerpos se muevan (respecto de él) con una aceleración *–a* hacia la izquierda.

Los observadores situados en el interior del vagón ignoran que éste está acelerando (no tienen referencia exterior para saberlo). Observan, sin embargo, como los cuerpos situados en su interior aceleran hacia la izquierda, pero no son capaces de identificar la acción (fuerza) responsable de la aceleración observada. Deja de cumplirse, por tanto, el Principio Fundamental de la Dinámica: F = m a, ya que los cuerpos aceleran sin posibilidad de identificar la fuerza responsable de esa aceleración. Con el fin de poder seguir usando las Leyes de Newton es necesario introducir **fuerzas falsas o fuerzas de inercia.**

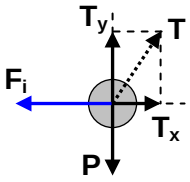
Con la introducción de las fuerzas de inercia podremos aplicar la Primera y Segunda Leyes de la Dinámica, pero la Tercera Ley no será de aplicación ya que no podemos encontrar la reacción a las fuerzas de inercia introducidas

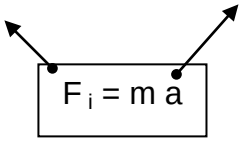
Las fuerzas de inercia actúan siempre en sentido contrario a la aceleración y su valor es igual al producto de la masa del cuerpo por la aceleración del sistema: $F_i = m\ a$.

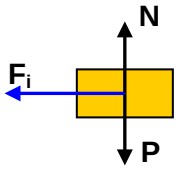
Los sistemas que poseen aceleración y en los cuales no se cumplen las Leyes de Newton reciben el nombre de **sistemas no inerciales**

Sentido contrario a la aceleración del sistema

Aceleración del sistema







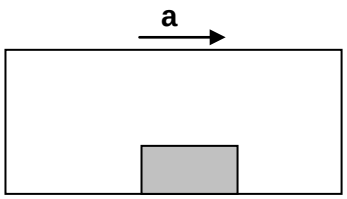
Un observador situado en el interior (observador no inercial) puede explicar el movimiento hacia atrás del péndulo suponiendo que existe una fuerza de inercia, F_i, capaz de suministrar una fuerza resultante hacia la izquierda responsable de la aceleración observada.

Un observador situado en el interior (observador no inercial) explica el movimiento acelerado hacia la izquierda del bloque suponiendo que existe una fuerza de inercia, F_i, en ese sentido.

Ejemplo 1

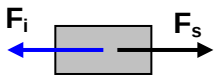
Un objeto se encuentra situado en el suelo de la caja de un camión. Determinar el coeficiente estático de rozamiento mínimo para que no deslice si el camión al arrancar lo hace con una aceleración de 5 m/s^2

Solución.



Observador situado en el interior (Observador no inercial)

El objeto está situado en el interior de un sistema no inercial (con aceleración). Con el fin de poder aplicar las Leyes de Newton es necesario recurrir a las fuerzas de inercia. Por tanto el diagrama de fuerzas para el bloque sería:



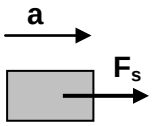
Para que no deslice la fuerza que tira del cuerpo hacia la izquierda (F_i) no puede ser mayor que la fuerza de rozamiento estático. Ésta tiene como valor máximo: $F_s = \mu_s N$, Por tanto, podemos poner:

$$F_i - F_s = 0\,;\; m\,a - \mu_s N = 0\,;$$

$$\mu_s = \frac{m\,a}{m\,g} = \frac{5\,\frac{m}{s^2}}{10\,\frac{m}{s^2}} = 0{,}5$$

Observador situado en el exterior (Observador inercial)

Si adoptamos el punto de vista de un observador en reposo situado fuera, el planteamiento es distinto ya que éste observará que el objeto se desplaza hacia la derecha con una aceleración. Para que efectivamente suceda esto y no deslice hacia atrás la fuerza de rozamiento estático debe ser la responsable de esta aceleración. Deberá cumplirse, por tanto:

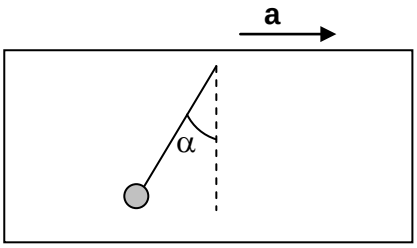


$$F_s = m\,a\,;\quad \mu_s N = m\,a$$

Ecuación idéntica a la obtenida en el caso anterior

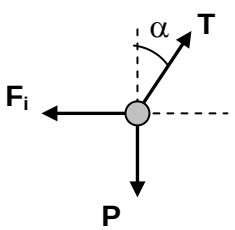
Ejemplo 2

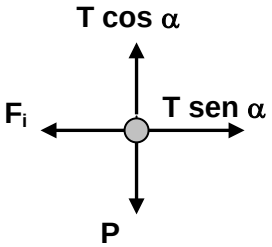
Un vagón se mueve con una aceleración de 4 m/s^2. Calcular el ángulo que formará con la vertical un péndulo situado en su interior.



Observador situado en el interior (Observador no inercial)

Un observador situado en el interior del vagón observará el péndulo en reposo formando cierto ángulo con la vertical. Para poder explicarse esta situación deberá introducir una fuerza de inercia dirigida hacia la izquierda.





Ecuaciones:

$$T\cos\alpha - m\,g = 0$$

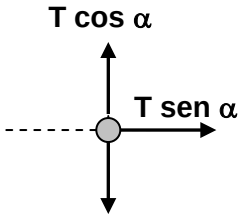
$$T\,\mathrm{sen}\,\alpha - F_i = 0$$

Poniendo el valor de la fuerza de inercia, operando y dividiendo ambas, se tiene:

$$\frac{T\,\mathrm{sen}\,\alpha}{T\cos\alpha} = \frac{m\,a}{m\,g}$$

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{a}{g} = \frac{4\,\frac{m}{s^2}}{10\,\frac{m}{s^2}} = 0{,}4\,;\quad \alpha = 21{,}8^0$$

Para un observador inercial (situado en el exterior) las ecuaciones serían distintas. Él no necesita introducir fuerzas falsas ya que ve que el péndulo tiene una aceleración hacia la derecha. Esta aceleración debe ser comunicada por la componente de la tensión según el eje X. Por tanto:



$$T\cos\alpha - m\,g = 0$$
$$T\,\mathrm{sen}\,\alpha = m\,a$$

El observador inercial es capaz de explicar sin dificultad lo que sucede:

Como consecuencia de la aceleración del sistema hacia la derecha, el péndulo (debido a su inercia) va "retrasándose" respecto del vagón hasta que la componente horizontal de la tensión es capaz de proporcionarle una aceleración igual a la del vagón. Entonces comienza a moverse con su misma aceleración

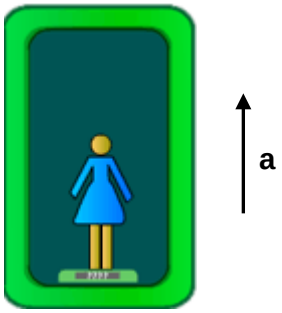
Ejemplo 3

La mujer de la figura tiene una masa de 58 kg, se encuentra en el interior de un ascensor y tiene bajo sus pies una balanza. Estudiar cuánto marca la balanza cuando el ascensor:

a) Acelere hacia arriba.
b) Acelere hacia abajo

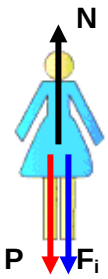
Solución

a) Supongamos que el ascensor sube con una aceleración ***a***



Observador situado en el interior (Observador no inercial)

La persona se encuentra en reposo en el interior de un sistema no inercial. Por tanto, el diagrama de fuerzas sería:



$$N - P - F_i = 0;\ N = P + F_i$$

$$N = m\,g + m\,a = m\,(g + a)$$

Donde N es la fuerza que ejerce la balanza sobre la mujer. Esta fuerza será la reacción a la fuerza ejercida por la mujer sobre la balanza (por tanto ambas serán iguales en módulo)

Por tanto N nos da indicación de la balanza.

Hay que tener en cuenta que la balanza, aunque mide la fuerza que se ejerce sobre ella, está graduada en kg (masa y peso son proporcionales). Así cuando ejercemos una fuerza de 580 N el visor nos indicará: m = F/g = 58,0 kg

La lectura de la balanza equivale al peso que la mujer tendría sometida a un campo gravitatorio de valor **g' = g +a**

Una aceleración, *a*, constante y hacia arriba, produce el mismo efecto que un aumento del valor del campo gravitatorio.

Supongamos que a = 4 m/s^2. La indicación de la balanza sería:

$$N = m\,(g + a) = 58\ \mathrm{kg}\,(10 + 4)\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 812\ \mathrm{N}$$

…fuerza con que sería atraída la masa de 58 kg por un campo gravitatorio de intensidad 14 m/s^2

…equivaldría a una masa de: $m' = \dfrac{812\ \mathrm{N}}{10\ \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}} = 81{,}2\ \mathrm{kg}$

…si suponemos que el campo gravitatorio permanece inalterado en 10 m/s^2

Observador situado en el exterior
(Observador inercial)

La persona no está en reposo para el observador externo. Se mueve hacia arriba con una aceleración *a.* Por tanto el diagrama de fuerzas y las ecuaciones correspondientes serán los que se muestra a la derecha.

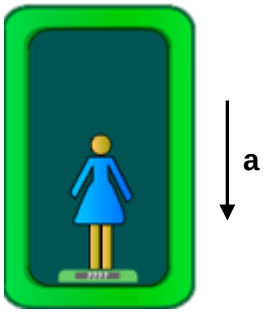
El observador inercial explica sin problemas el aparente aumento de peso:

La mujer, debido a su inercia, trata de seguir moviéndose con la misma velocidad. Como el ascensor acelera hacia arriba "se adelanta" respecto de ella, provocando una mayor presión de ésta contra el suelo (balanza)

$$N - P = m\,a$$

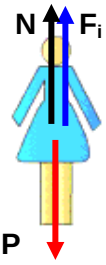
$$N = m\,g + m\,a = m\,(g + a)$$

b) Supongamos que el ascensor baja ahora con una aceleración ***a***



Observador situado en el interior
(Observador no inercial)

La persona se encuentra en reposo en el interior de un sistema no inercial. Por tanto, el diagrama de fuerzas sería:



$$P - F_i - N = 0;\ N = P - F_i$$

$$N = m\,g - m\,a = m\,(g - a)$$

La lectura de la balanza equivale ahora al peso que la mujer tendría sometida a un campo gravitatorio de valor **g' = g - a**

Una aceleración, *a*, constante y hacia abajo, produce el mismo efecto que una disminución del valor del campo gravitatorio.

Sustituyendo valores (a = 4 m/s^2) se obtiene un valor de N = 348 N. Fuerza con que sería atraída la masa de 58 kg en un campo gravitatorio de intensidad 4 m/s^2. Esto equivale a una masa de 34,8 kg si suponemos que el campo gravitatorio vale 10 m/s^2

¿… y si el ascensor cae?. En este caso la aceleración del sistema sería la de la gravedad. Esto es a = g. Por tanto la lectura de la balanza (ver más arriba) sería la correspondiente a un campo gravitatorio de valor:

$$g' = g - a = g - g = 0$$

¡La balanza marcaría 0 kg y los ocupantes del ascensor se encontrarían en estado de ingravidez! La aceleración del sistema ha "anulado" la acción del campo gravitatorio. Abusando del lenguaje se dice que estamos en "gravedad cero".

Tal y como se desprende de todo lo anterior existe una equivalencia entre aceleración y campo gravitatorio (no en vano las unidades del campo gravitatorio son las de una aceleración).

Observador situado en el exterior
(Observador inercial)

La persona no está en reposo para el observador externo. Se mueve hacia abajo con una aceleración *a.* Por tanto el diagrama de fuerzas y las ecuaciones correspondiente serán las que se muestra a la derecha.

La mujer ahora se retrasa (debido a su inercia) respecto del ascensor presionando con menos fuerza sobre la balanza.

Si se produce la caída libre, persona y ascensor caen sometidos a la misma aceleración (caen "a la vez"). En consecuencia, la fuerza ejercida sobre la balanza será nula.

$$P - N = m\,a$$

$$N = m\,g - m\,a = m\,(g - a)$$

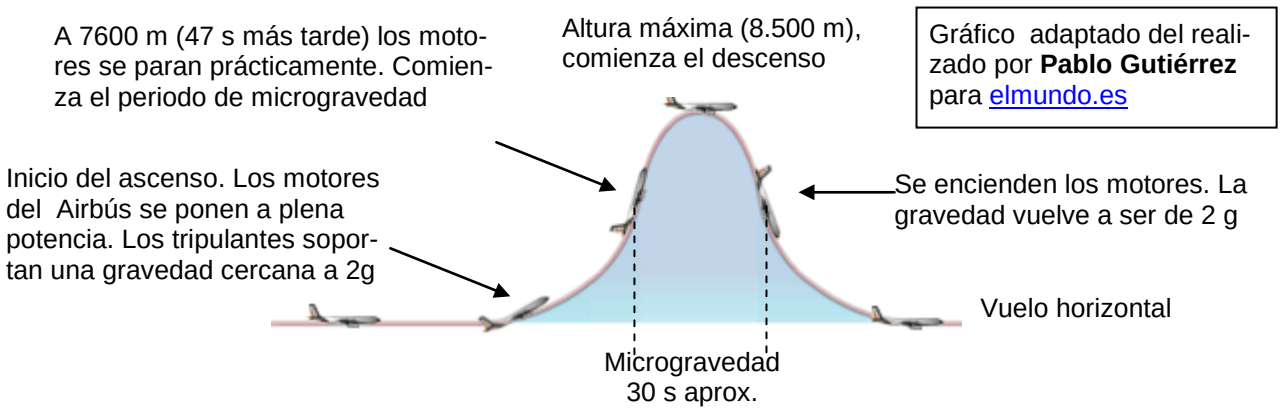
La Agencia Espacial Europea, **ESA** (European Space Agency), organiza en Burdeos los llamados vuelos parabólicos (Zero g) en los que se pueden realizar experimentos en ausencia de gravedad. Para ello se emplea un Airbús adaptado que realiza varias parábolas (31 en cada vuelo) quedando los tripulantes durante 30 s, aproximadamente, en cada parábola, sometidos a una gravedad cero.

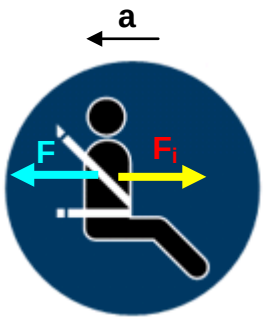
El fundamento de estos vuelos es el expuesto más arriba en el caso del ascensor:

- Mientras el Airbús asciende con los motores a toda potencia (aceleración hacia arriba) los tripulantes sufren una aceleración cercana a 2g, ya que la aceleración del avión se suma a la de la gravedad.
- Cuando a mitad de la rama ascendente de la parábola los motores prácticamente se apagan, el avión y sus tripulantes quedan sometidos a "gravedad cero".
- Cuando se vuelven a encender los motores (a la mitad de la rama descendente de la parábola) el avión comienza a frenar su caída (aceleración hacia arriba) para recuperar el vuelo horizontal. El valor de la gravedad vuelve a ascender hasta 2 g.

Para más información (reportaje, gráficos animados y vídeos de uno de los vuelos):

http://www.elmundo.es/especiales/2005/07/microgravedad/index.html





Si viajamos en el interior de un automóvil que sufre de repente una brusca deceleración (aceleración hacia la izquierda) la fuerza de inercia, F_i, hace que salgamos proyectados hacia adelante. El cinturón de seguridad suministra una fuerza F de sentido contrario que anula a la fuerza de inercia y nos mantiene fijos en nuestro asiento evitando lesiones.

La “Fuerza Centrífuga”

La fuerza centrífuga es una fuerza de inercia que aparece cuando se describen trayectorias curvas.

Un sistema que describa una trayectoria curva posee, al menos, aceleración centrípeta. En consecuencia, será un sistema no inercial. Para poder aplicar las Leyes de Newton desde el interior del sistema necesitaremos recurrir a las fuerzas de inercia.

Observador situado en el exterior
(Observador inercial)

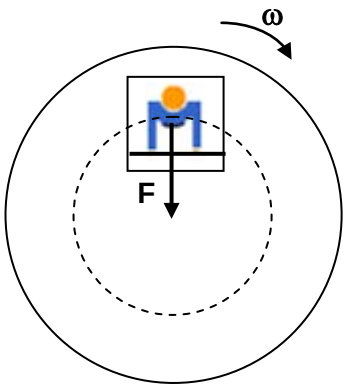
Supongamos una persona situada en el interior de una cabina anclada en una plataforma que gira con velocidad angular constante. Supongamos también, para simplificar, que la fuerza de rozamiento de la persona con el suelo es despreciable.

Para que la persona pueda girar con la plataforma debe existir una fuerza que apunte continuamente hacia el centro de la trayectoria que sea capaz de suministrar la aceleración normal o centrípeta.

En ausencia de rozamiento (o si este es insuficiente) dicha fuerza puede suministrarse agarrándose a algún asidero fijo como se muestra en la figura de la derecha. De esta manera se cumplirá:

$$F_N = F = m\, a_N = m\, \omega^2\, R$$

Obsérvese que cuanto más rápido gire la plataforma, mayor sea la masa de la persona o más hacia el exterior se coloque (mayor R), mayor será la fuerza requerida para que se cumpla la ecuación (deberá agarrarse con más fuerza)



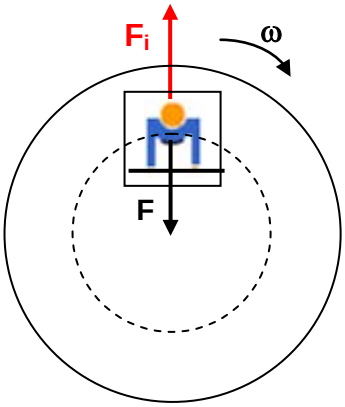
Observador situado en el interior
(Observador no inercial)

Si ahora tratamos de describir lo que sucede desde el interior de la cabina, las cosas parece que suceden de forma muy distinta. La persona “sentirá” una fuerza F_i (que no puede asociar a ninguna acción, fuerza de inercia) que lo empujará contra la pared posterior. Si quiere permanecer quieto deberá agarrarse para suministrar una fuerza que la contrarreste.

Una vez en equilibrio podremos escribir:

$$F_i - F = 0\,;\; F = F_i = m\, a_N = m\, \omega^2\, R$$

Descripción idéntica a la del observador inercial.

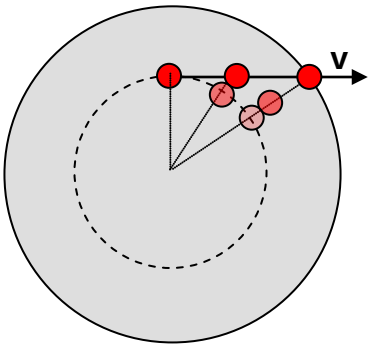


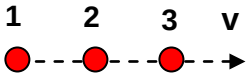
La fuerza de inercia hacia afuera que el observador no inercial experimenta (fuerza centrífuga) no existe realmente. La tendencia a salir en dirección radial es debida a la inercia.

Si no existiera ninguna fuerza que obligue al cuerpo situado sobre la plataforma a seguir una trayectoria curva, éste seguiría moviéndose con movimiento rectilíneo y uniforme (círculo rojo). Alguien situado sobre la plataforma (y que, por tanto, gira con ella) vería que el movimiento es uniformemente acelerado según la dirección radial y hacia fuera. Por tanto, no existe ninguna fuerza que tire del cuerpo hacia afuera de la trayectoria, simplemente éste trata de mantener su velocidad como consecuencia de la inercia.

Si se quiere que la trayectoria se modifique deberá aplicarse una fuerza central (fuerza centrípeta)

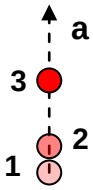
Si no hay ninguna fuerza que haga variar la dirección de la velocidad el cuerpo se moverá en línea recta.





La visión del observador **inercial** (situado en el exterior)

Movimiento rectilíneo y uniforme hacia la derecha.



La visión del observador **no inercial** (situado sobre la plataforma)

Movimiento uniformemente acelerado en dirección radial y hacia fuera.

Ejemplo 4.

Calcular la aceleración a la que está sometido el piloto de un F1 cuando da una curva de 100 m de radio con una velocidad de 200 km/h.

Solución:

Cuando está describiendo una curva el piloto se encuentra en el interior de un sistema no inercial, ya que el coche está sometido a una aceleración centrípeta. Por lo tanto el piloto "siente" una fuerza de inercia hacia el exterior de la curva de valor:

$$F_i = m\, a_N = m\, \omega^2\, R$$

Por lo tanto está sometido a una aceleración:

$$a_N = \omega^2 R = \frac{v^2}{R} = \frac{(55,6)^2 \left(\frac{m}{s}\right)^2}{100\ m} = 30,9\ \frac{m}{s^2}$$

Esto es aproximadamente igual a 3g (tres veces el valor de la gravedad)

La cabeza del piloto es uno de los puntos más sensibles ante estas bruscas aceleraciones. Las grandes fuerzas a las que se ve sometida en los virajes deben ser compensadas por los músculos del cuello, razón por la cual éstos adquieren gran desarrollo en quienes practican este deporte.

ENERGÍA (I)
CONCEPTOS FUNDAMENTALES

La energía es una magnitud de difícil definición, pero de gran utilidad.

Para ser exactos, podríamos decir que más que de "energía" (en sentido general), deberíamos hablar de **distintos tipos de energías**, cada una de ellas definida convenientemente.

De forma general podríamos decir:

- Es necesario transferir (dar o quitar) algún tipo de energía a un sistema para que se produzcan cambios en el mismo.
- Todo sistema que tenga capacidad para producir cambios, tiene energía de alguna clase.

Hermann von **Helmholtz.**
Postdam. Alemania
(1821 – 1894)

Helmholtz en 1847 enuncia lo que se considera una de las leyes fundamentales de la Física: la **Ley de Conservación de la Energía (LCE)**

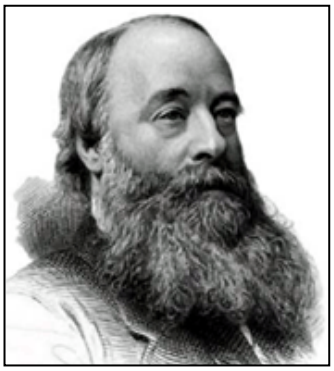
La energía no se puede crear (sacar de la nada) ni destruir (aniquilar, hacerla desaparecer). Únicamente se puede transformar de una forma a otra.

Si queremos disponer de determinada cantidad de una forma de energía sólo lo podremos conseguir transformando una cantidad equivalente de otra forma de energía.

Una de las formas fundamentales de la energía es la **energía cinética.**

Se denomina energía cinética a la que poseen los cuerpos en movimiento. Depende de la masa y de la velocidad y se define como:

$$E_{cin} = \frac{1}{2} m v^2$$



James Prescott **Joule**.
Solford. Inglaterra
(1818 – 1889)

La unidad S.I de energía es el **julio (J)** que toma el nombre de James P. **Joule,** físico del siglo XIX autor de numerosos estudios sobre el calor.

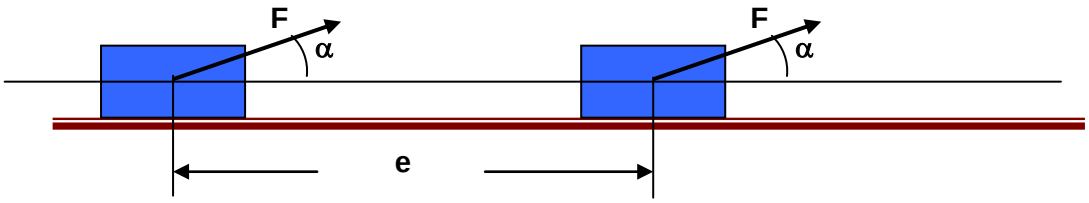
De esta manera un cuerpo de 2 kg de masa que se mueva con una velocidad de 1 m/s tiene una energía cinética de 1 J:

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} 2\,kg\ 1^2 \frac{m^2}{s^2} = 1kg\ \frac{m^2}{s^2} = 1J$$

Las fuerzas al actuar sobre los cuerpos producen cambios en su velocidad (aceleraciones). Por tanto, **transfieren energía cinética** a los cuerpos.

La energía cinética transferida por una fuerza se puede calcular aplicando la siguiente ecuación:

W = F . e. cos α



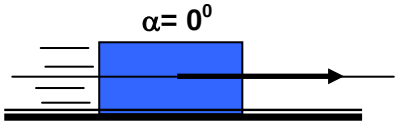
Donde:

W = Energía cinética transferida al cuerpo. Se le da el nombre de *trabajo* de la fuerza F.
F = Fuerza aplicada.

e = Espacio recorrido.
cos α = Coseno del ángulo formado por la fuerza y la dirección del desplazamiento.

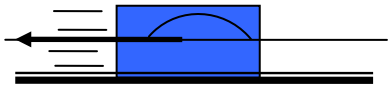
Consideremos los tres casos siguientes:

- Fuerza en el mismo sentido que el desplazamiento: $W = F \cdot e \cdot \cos 0^0 = F \cdot e$; ***W = F. e***



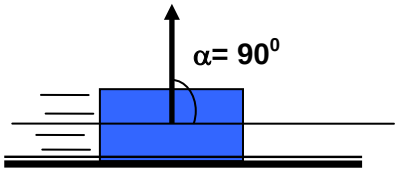
El signo positivo indica que la fuerza da energía cinética al cuerpo.

- Fuerza en sentido contrario al desplazamiento: $W = F \cdot e \cdot \cos 180^0 = -F \cdot s$; ***W = - F .e***



El signo negativo indica que la fuerza quita energía cinética al cuerpo.

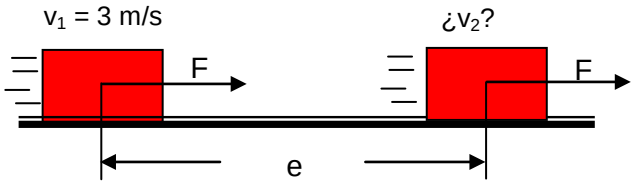
- Fuerza perpendicular al desplazamiento: $W = F \cdot e \cdot \cos 90^0 = 0$ ***; W = 0***



La fuerza ni aporta ni quita energía.

Ejemplo1

Determinar el tipo de energía del cuerpo de la figura (m = 400 g) en el estado inicial, en el final y su velocidad después de recorrer 5 m. La fuerza F tiene un valor de 6 N.



Solución:

Determinamos la energía del cuerpo en el estado inicial, la energía transferida por las fuerzas que actúan y, aplicando la Ley de Conservación de la Energía, calculamos la energía en el estado final.

Estado inicial. El cuerpo tiene energía cinética: $E_{cin\,(1)} = \frac{1}{2} m\, v^2 = \frac{1}{2} 0{,}4\ kg\ 3^2\ \frac{m^2}{s^2} = 1{,}8\ J$

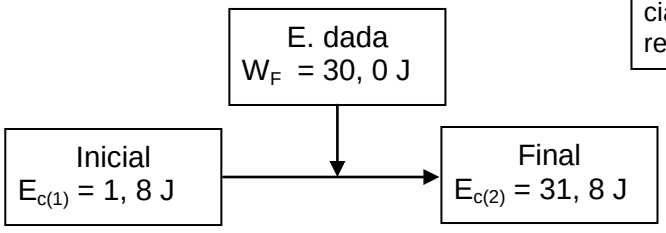
Energía cinética transferida por la fuerza: $W_F = F \cdot e = 6\ N \cdot 5\ m = 30{,}0\ J$. (energía cinética dada)

Aplicando la Ley de Conservación de la Energía (LCE): $E_{fin} = E_{ini} + W$; $E_{fin} = 1{,}8\ J + 30{,}0\ J = 31{,}8\ J$

En el punto final el cuerpo tendrá 31,8 J de energía será cinética. Por tanto:

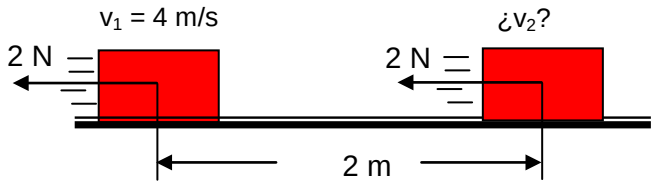
$$E_{cin\,(2)} = \frac{1}{2} m\, v^2;\ v = \sqrt{\frac{2\,E_{c(2)}}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 31{,}8\ J}{0{,}400\ kg}} = 12{,}6\ \frac{m}{s}$$

Como indica el resultado obtenido se ha producido un aumento de la energía cinética del cuerpo (y por tanto de su velocidad) gracias al aporte de energía realizado por la fuerza.



Ejemplo 2

Realiza un balance de energía para el cuerpo indicado en la figura (m = 1500 g). La fuerza indicada es la fuerza de rozamiento. Calcula la velocidad al final del recorrido:



Solución:

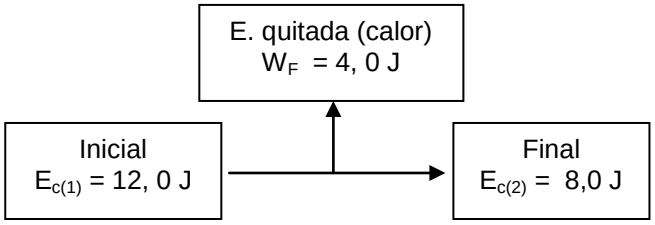
Estado inicial. El cuerpo tiene energía cinética: $E_{cin\,(1)} = \frac{1}{2} m\, v^2 = \frac{1}{2} 1{,}5\ kg\ 4^2\ \frac{m^2}{s^2} = 12{,}0\ J$

Energía cinética transferida por la fuerza: W = **-** F.e = **-** 2 N .2 m = **-** 4,0 J (le quita energía cinética)

Aplicando la LCE : $E_{fin} = E_{ini} + W$; $E_{fin} = 12{,}0\ J - 4{,}0\ J = 8{,}0\ J$

En el punto final tendrá 8,0 J de energía cinética. Por tanto:

$$E_{cin\,(2)} = \frac{1}{2} m\, v^2;\ v = \sqrt{\frac{2\,E_{c(2)}}{m}} = \sqrt{\frac{2 .8{,}0\ J}{1{,}5\ kg}} = 3{,}3\ \frac{m}{s}$$



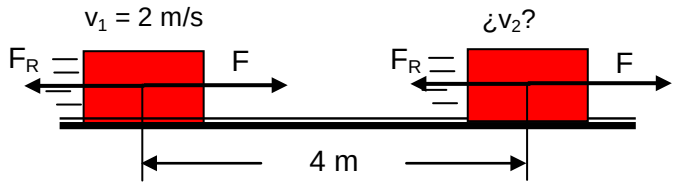
Como indica el resultado obtenido se ha producido una disminución de la energía cinética del cuerpo (y por tanto de su velocidad) debido a que la fuerza resta energía cinética al cuerpo.

La fuerza de rozamiento trasfiere la energía cinética del cuerpo al ambiente en forma de calor.

Los 12,0 J de energía cinética iniciales están al final en forma de calor (4,0 J) y de energía cinética (8,0 J). La LCE se cumple. La energía no desaparece, sino que pasa de una forma a otra.

Ejemplo 3

El cuerpo de la figura tiene una masa de 1 kg. Realizar un balance de energía comentando las variaciones de energía que experimenta. F = 5 N ; F_R = 2 N



Solución:

Estado inicial. El cuerpo tiene energía cinética: $E_{cin\,(1)} = \frac{1}{2} m\, v^2 = \frac{1}{2} 1{,}0\ kg\ 2^2\ \frac{m^2}{s^2} = 2{,}0\ J$

Como actúan dos fuerzas calculamos la energía transferida por cada una de las fuerzas:

W_{F1} = F . e = 5 N . 4 m = 20, 0 J. F da energía cinética al cuerpo.

W_{FR} = - F_R . e = - 2 N . 4 m = - 8, 0 J. F_R quita energía cinética al cuerpo.

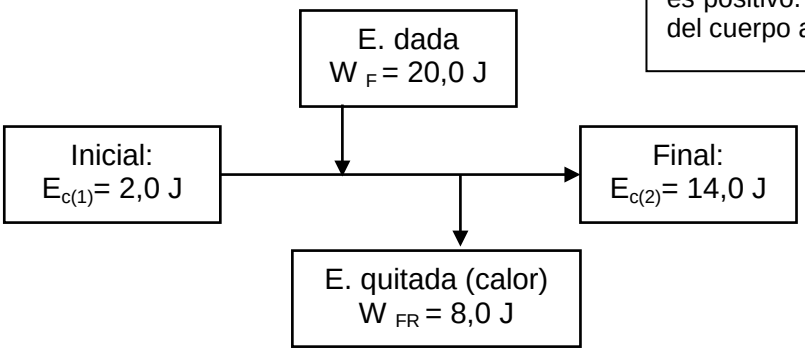
Al final, la energía cinética transferida por las fuerzas actuantes es: W = (20,0 – 8,0) J = 12,0 J

Aplicando la LCE : $E_{fin} = E_{ini} + W$; $E_{fin} = 2,0\ J + 12,0\ J = 14,0\ J$

En el punto final tendrá 14,0 J de energía cinética. Por tanto:

$$E_{cin\,(2)} = \frac{1}{2} m\, v^2;\ v = \sqrt{\frac{2\,E_{c(2)}}{m}} = \sqrt{\frac{2\,.14,0\ J}{1,0\ kg}} = 5,3\ \frac{m}{s}$$

La velocidad al final es mayor que al principio, ya que el balance de energía total aportada por las fuerzas que actúan es positivo. Por tanto, la energía cinética del cuerpo aumentará.



Podría haberse resuelto el problema de otra forma:

Reducimos las fuerzas actuantes a una única fuerza equivalente (resultante) que produzca el mismo efecto que F_1 y F_2 actuando a la vez. Una vez calculada esa fuerza se calcula el trabajo (energía transferida) por ella:

$F_{res} = F + F_R = 5\ N - 2\ N = 3\ N$;

$W_{re} = F_{res}\ .\ s = 3\ N\ .\ 4\ m = 12\ J$. Se dan 12 J de energía cinética al cuerpo

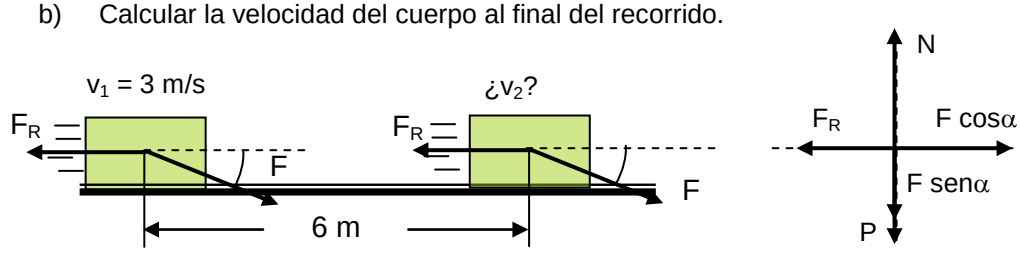
Como se observa el resultado es idéntico al obtenido más arriba. Una demostración del enunciado que dice:

El trabajo de la resultante de varias fuerzas es igual a la suma de los trabajos de dichas fuerzas.

Ejemplo 4

Un bloque de 1 kg que tiene inicilamente una velocidad de 3 m/s es empujado una distancia de 6 m. sobre un piso horizontal, mediante una fuerza de 8 N que forma, hacia abajo, un ángulo de 30^0 con la horizontal. El coeficiente de rozamiento entre el bloque y el plano es 0,30.

a) Realizar un balance de energía.
b) Calcular la velocidad del cuerpo al final del recorrido.



Solución:

Estado inicial. El cuerpo tiene energía cinética: $E_{cin\,(1)} = \frac{1}{2} m\, v^2 = \frac{1}{2} 1,0\ kg\ 3^2\ \frac{m^2}{s^2} = 4,5\ J$

Calculamos la energía transferida por las dos fuerzas

$W_F = F\ .\ e \cos \alpha = 8\ N\ .\ 6\ m.\ \cos 30^0 = 41,6\ J$. Da energía cinética al cuerpo.

$W_{FR} = - F_R \cdot e = - \mu N e = - \mu (m g + F \text{ sen } \alpha) .e = - 0{,}30 (1 \text{ kg } 10 \text{ m/s}^2 + 8 \text{ N sen } 30^0) 6 \text{ m} = - 25{,}2$ J. La F_R resta energía cinética al cuerpo, que será transferida al ambiente en forma de calor.

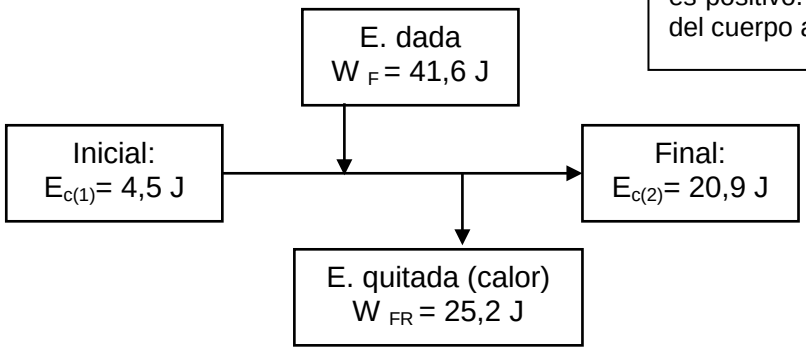
Al final, la energía cinética transferida por las fuerzas actuantes es: $W_{Tot} = (41{,}6 - 25{,}2)$ J = 16,4 J

Aplicando la LCE : $E_{fin} = E_{ini} + W$; $E_{fin} = 4{,}5$ J + 16,4 J = 20,9 J

En el punto final tendrá 20,9 J de energía cinética. Por tanto:

$$E_{cin\,(2)} = \frac{1}{2} m v^2; \; v = \sqrt{\frac{2 E_{c(2)}}{m}} = \sqrt{\frac{2 .20{,}9 \text{ J}}{1{,}0 \text{ kg}}} = 6{,}5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

La velocidad al final es mayor que al principio, ya que el balance de energía total aportada por las fuerzas que actúan es positivo. Por tanto, la energía cinética del cuerpo aumentará.



En muchas ocasiones tan importante como saber la cantidad de energía dada o quitada a un sistema es conocer **la rapidez** con la que esta energía es transferida.

Para poder medir la rapidez con la que la energía se transfiere ***se define la potencia como la energía transferida por unidad de tiempo.***

$$P = \frac{E}{t}$$

La unidad de potencia en el S. I. es el **Julio/s**, llamado **watio** (en honor de James Watt), aunque en la práctica también se usa el caballo de vapor (CV)

1 CV = 735 W

De esta manera una bombilla de 100 W es capaz de generar energía luminosa (estrictamente es capaz de transformar la energía eléctrica en energía luminosa) a razón de 100 J por segundo.

Ejemplo 5

Comparar la energía emitida por una bombilla de 100 W y una de 60 W.

Solución:

Una bombilla de 100 W "consume" energía (es decir, transforma energía eléctrica que toma de la red en luz) mucho más rápidamente que una de 40 W. Por ejemplo, al cabo de 1 hora de funcionamiento:

Energía consumida por la bombilla de 100 W: $E = P\,t = 100 \frac{J}{\cancel{s}} \cdot 3600 \cancel{s} = 360.000 \text{ J} = 3{,}6\,10^5 \text{ J}$

Energía consumida por la bombilla de 60 W: $E = P\,t = 40 \frac{J}{\cancel{s}} \cdot 3600 \cancel{s} = 144.000 \text{ J} = 1{,}4\,10^5 \text{ J}$

Como se observa el julio es una unidad bastante pequeña, razón por la cual se emplea el kJ (1 kJ = 1000 J) y **en el caso de cálculos en los que intervenga la energía eléctrica es muy usado como unidad de energía el kW.h (kilowatio hora).** Para obtener la energía consumida en kW.h se debe expresar la potencia en kW (1 kW = 1000 W) y el tiempo en horas.

De esta manera el cálculo anterior quedaría:

Energía consumida por la bombilla de 100 W: $E = P\,t = 0{,}100 \text{ kW} \cdot 1 \text{h} = 0{,}1 \text{kW.h}$

$E = P\,t = 0{,}04 \text{ kW} \cdot 1 \text{h} = 0{,}04 \text{ kW.h}$

Energía consumida por la bombilla de 40 W :

Ejemplo 6

Un automóvil de masa 1.000 kg es capaz de aumentar su velocidad de cero a 100 km/h en 8,0 s. Calcular su potencia en watios y en C.V.

Solución:

Inicialmente el automóvil tiene una energía nula (v=0).

Al cabo de 8,0 s adquiere una velocidad de 100 km/h (27,8 m/s). Es decir, habrá adquirido una energía cinética de:

$$E_c = \frac{1}{2} m\, v^2 = \frac{1}{2} 1000\ kg \left(27,8\right)^2 \left(\frac{m}{s}\right)^2 = 3,85.10^5\ J$$

Luego la rapidez con la cual se genera energía cinética (potencia) es:

$$P = \frac{E}{t} = \frac{3,85.10^5\ J}{8\ s} = 4,81.10^4\ \frac{J}{s} = 4,81.10^4\ W = 48,1 kW$$

$$4,81.10^4\ \cancel{W}\ \frac{1 CV}{735\ \cancel{W}} = 65,4\ CV$$

Si consideramos un coche más potente, por ejemplo de 100 CV, será capaz de aumentar su velocidad (o su energía cinética) más rápidamente. Por ejemplo, para adquirir una velocidad de 100 km/h (27,8 m/s) tardaría:

$$E_c = \frac{1}{2} m\, v^2 = \frac{1}{2} 1000\ kg \left(27,8\right)^2 \left(\frac{m}{s}\right)^2 = 3,85.10^5\ J$$

$$100\ \cancel{CV}\ \frac{735\ W}{1 C\cancel{V}} = 7,35.10^4\ W$$

$$P = \frac{E}{t};\ t = \frac{E}{P} = \frac{3,85.10^5\ \cancel{J}}{7,35.10^4\ \frac{\cancel{J}}{s}} = 5,2\ s$$

O bien, en 8,0 s sería capaz de generar una anergía cinética de:

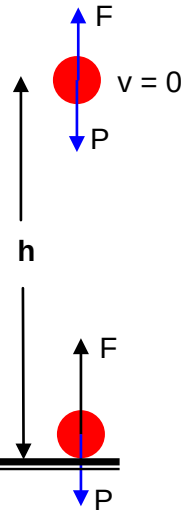
$$E = P.t = 7,35.10^4\ \frac{J}{\cancel{s}} . 8,0\ \cancel{s} = 5,88.10^5\ J$$

O, lo que es lo mismo, alcanzaría una velocidad de:

$$E_c = \frac{1}{2} m\, v^2\ ;\ v = \sqrt{\frac{2.E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2.5,88.10^5\ \cancel{kg}.m^2.s^{-2}}{10^3\ \cancel{kg}}} = 34,29\ \frac{m}{s} = 123,4\ \frac{km}{h}$$

ENERGÍA (II)
Energía Potencial. FUERZAS CONSERVATIVAS

Cuando elevamos un cuerpo una altura ***h***, la fuerza ***F*** realiza trabajo positivo (comunica energía cinética al cuerpo). No podríamos aplicar la definición de trabajo que conocemos para calcular la energía transferida, ya que la fuerza no es constante (deberá de ser mayor que el peso al principio para poner el cuerpo en movimiento y después, al final del trayecto, deberá hacerse menor para frenar)



Supongamos que realiza un trabajo W_F (desconocido).

El peso ***P*** realiza trabajo negativo (quita energía cinética al cuerpo). Como el peso es una fuerza constante podemos calcular el trabajo realizado:

$$Wp = - P \cdot h = - m g h$$

La situación es similar a la encontrada en el caso de la fuerza de rozamiento (la fuerza quita energía cinética la cuerpo). Sin embargo, en este caso, existe una diferencia fundamental: l**a energía cinética quitada al cuerpo no se transforma en calor (como en el caso de la fuerza de rozamiento), sino que se acumula como un nuevo tipo de energía llamada *energía potencial.* La fuerza de gravedad, al realizar trabajo negativo, transforma la energía cinética en energía potencial.**

Una vez arriba el cuerpo tiene energía "en potencia" (energía potencial), ya que si se le suelta adquiere energía cinética. **La energía potencial acumulada durante el ascenso se transforma ahora en energía cinética. La fuerza de gravedad al realizar trabajo positivo transforma energía potencial en cinética.**

Las fuerzas (como la gravedad o las fuerzas elásticas) que cuando quitan energía cinética al cuerpo no la transforman en calor (irrecuperable), sino que la transforman en energía potencial que puede transformarse nuevamente en cinética si se deja a la fuerza actuar libremente sobre el cuerpo, reciben el nombre de **fuerzas conservativas.**

Siempre que actúe una fuerza conservativa, y ésta realice trabajo negativo, restará energía cinética al cuerpo, que aparecerá como energía potencial: la energía cinética disminuirá y aumentará la potencial

Si realiza trabajo positivo la energía potencial se transforma en energía cinética: la energía potencial disminuye y aumenta la cinética.

Por tanto, en el caso de fuerzas conservativas, se puede calcular el trabajo realizado calculando la variación de energía potencial:

$$W_{cons} = - (Ep_2 - Ep_1) = - \Delta E_P$$

Estamos definiendo una nueva forma de energía, la ***energía potencial gravitatoria***… pero ¿cuál es su valor? ¿Cómo calcularlo?

Al final, cuando el cuerpo se encuentra a una altura h, su energía cinética es nula. Por tanto, toda la energía cinética dada por la fuerza F (igual a W_F) ha sido transformada por la fuerza de gravedad en energía potencial (Ley de Conservación de la Energía).

Por tanto: $W_F = Ep$

Para que la energía cinética al final sea nula (v = 0) deberá de cumplirse que toda la energía cinética dada por la fuerza F ha sido restada por la acción de la fuerza de gravedad. O lo que es lo mismo, la fuerza de gravedad realiza un trabajo (Wp) exactamente igual, pero de signo contrario, al de la fuerza F:

$$Wp = - W_F$$

Como $W_P = - m g h$, entonces $W_F = Ep = m g h$.

Por tanto la energía potencial gravitatoria puede calcularse según:

$$Ep = m g h$$

Supongamos que levantamos un objeto de m = 1 kg desde el suelo hasta una altura de 2 m.

Energía inicial:

$E_{c1} = 0$; $E_{p1} = 0$

Energía final (h= 2 m):

$E_{c2} = 0$;

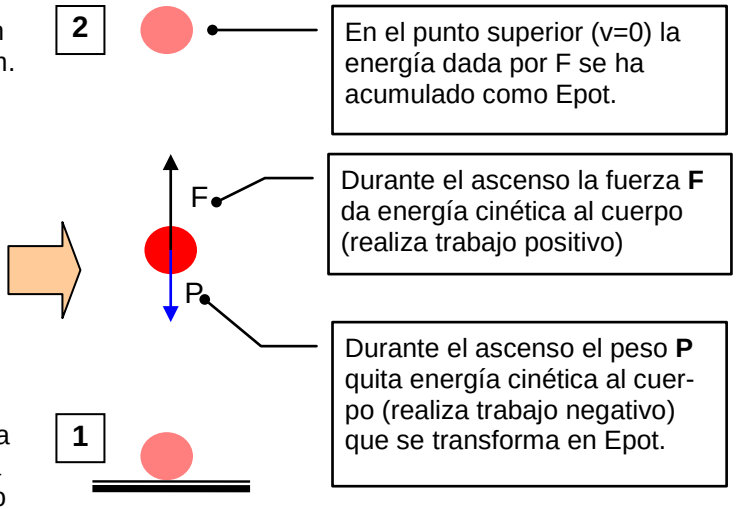
$E_{p2} = m.\ g.h = 1\ kg.\ 10\ m/s^2\ .\ 2\ m = 20\ J$

Trabajo realizado por la fuerza de gravedad:

$W_P = - m\ g\ .\ h = - 1\ kg.\ 10\ m/s^2\ .\ 2\ m = - 20\ J$

La fuerza necesaria para subir el cuerpo le da 20 J de energía. La fuerza de gravedad resta energía cinética al cuerpo que acumula como energía potencial cumpliéndose que:

$W_P = - (Ep_2 – Ep_1) = - (20- 0)\ J = - 20\ J$



Una vez en el punto superior toda la energía dada por la fuerza F en la carrera de ascenso se ha acumulado como energía potencial. Si ahora dejamos que la fuerza de gravedad actúe podremos recuperar toda la energía

Energía inicial:

$E_{c2} = 0$; $E_{p2} = 20\ J$

Energía final (suelo, h =0):

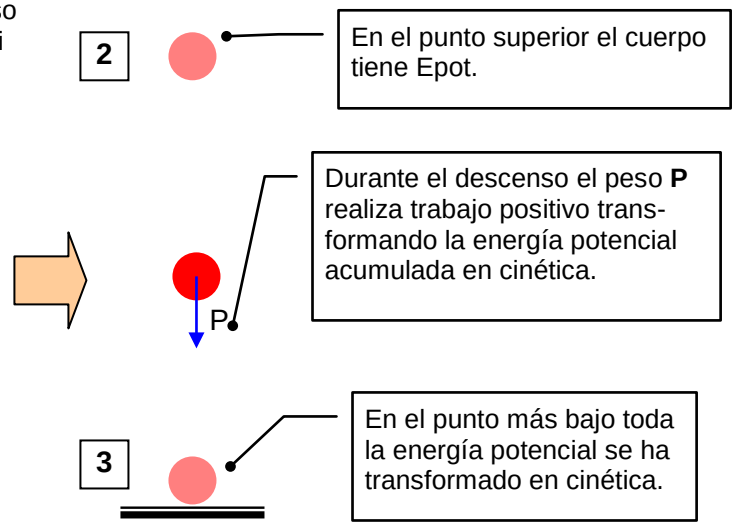
$E_{p3} = 0$; $E_{c3} = 20\ J$

Trabajo realizado por la fuerza de gravedad:

$W_P = m\ g\ .\ h = - 1kg.\ 10\ m/s^2\ .\ 2\ m = 20\ J$

La fuerza de gravedad transforma ahora la energía potencial en energía cinética, volviendo a cumplirse que

$W_P = - (E_{p3} – E_{p2}) = - (0- 20)\ J = 20\ J$

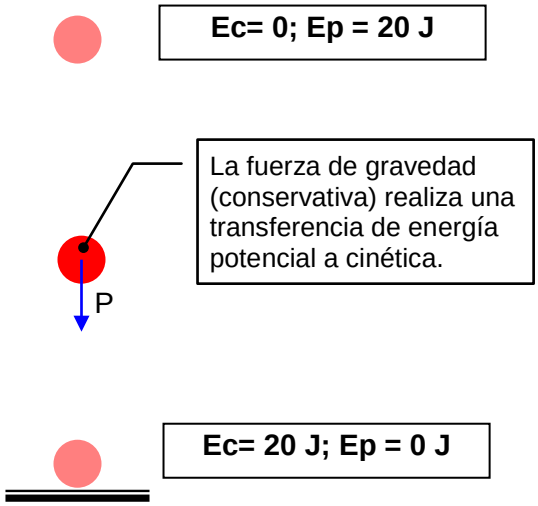


Por tanto las fuerzas conservativas realizan una transferencia de energía cinética a potencial o viceversa. Como la energía no puede desaparecer debe cumplirse que aparece tanta energía potencial como energía cinética es restada al cuerpo. **Por tanto si la única fuerza que realiza trabajo es conservativa se cumple:**

$$E_{cin} + E_{pot} = cte.\ ;\ E_{c\,1} + E_{p1} = E_{c2} + E_{p2}$$

La suma de la energía cinética y potencial permanece constante (se conserva). A la suma de la energía cinética y potencial se le da el nombre de energía mecánica.

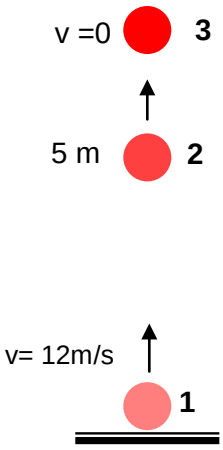
Por tanto podremos decir que cuando la única fuerza que realiza trabajo es conservativa la energía mecánica se conserva.



Ejemplo 1

Un cuerpo de 500 g es lanzado hacia arriba con una velocidad de 12 m/s. Realiza un estudio energético de su recorrido.

Solución:



- Cuando se inicia el lanzamiento (punto 1) el cuerpo posee energía cinética (transferida por la fuerza aplicada durante el lanzamiento):

  $Ep_{(1)} = m\ g\ \ h_1 = 0$ (ya que h=0)

  $Ec_{(1)} = 1/2\ m\ v^2 = 1/2\ 0{,}5\ kg\ 12^2\ (m/s)^2 = 36\ J$

- ***A medida que el cuerpo asciende disminuye su energía cinética*** (debido a la acción de la fuerza de gravedad que realiza trabajo negativo). ***La energía cinética se transforma en energía potencial gravitatoria***. La fuerza de gravedad quita energía cinética al cuerpo que se transforma en energía potencial gravitatoria.

- Supongamos que estamos a una altura de 5 m (punto 2):

  $Ep_{(2)} = m\ g\ \ h_2 = 0{,}5\ kg\ 10\ m/s^2\ 5\ m = 25\ J$

  Como la energía no se destruye la energía cinética en ese punto sería:

  $Ec_{(2)} = 36\ J - 25\ J = 11\ J$

- ***Llegará un momento en el que la energía cinética sea nula (v =0). Esto ocurrirá en el punto de altura máxima (punto 3). Ahí toda la energía cinética se habrá convertido en potencial:***

  $Ep_{(3)} = 36\ J\ ;\ Ec_{(3)} = 0$

A partir del dato de energía potencial en el punto de altura máxima podemos calcular esta altura:

$$Ep_{(3)} = mgh_{MAX}; h_{MAX} = \frac{Ep_{(3)}}{m\ g} = \frac{36\ \cancel{kg}\ m^2\ \cancel{s^{-2}}}{0{,}5\ \cancel{kg}\ 10\ \cancel{m}\ \cancel{s^{-2}}} = 7{,}2\ m$$

- ***Cuando el cuerpo comienza a descender la fuerza de gravedad (conservativa) realiza trabajo positivo, realizándose ahora la conversión de energía potencial en cinética*** (la fuerza de gravedad transfiere ahora energía cinética al cuerpo).

- ***Cuando llega al suelo toda la energía potencial se habrá transformado en cinética. Luego el cuerpo llega al suelo con la misma velocidad con la que fue lanzado inicialmente***.

En toda esta descripción se ha supuesto una situación ideal: el aire no ejerce ningún tipo de acción (fuerza) sobre el cuerpo. La realidad no es esa (ver siguiente ejercicio). Por eso en la realidad cuando se lanza un objeto hacia arriba, regresa al suelo con menos velocidad que con la que fue lanzado.

Ejemplo 2

Un cuerpo de 1 kg es elevado desde el suelo hasta una altura de 10 m y a continuación se deja caer

a) Realizar un estudio energético suponiendo rozamiento nulo.

b) Repetir el estudio anterior suponiendo que cuando se deja caer, el aire ejerce una fuerza de rozamiento constante de 2 N.

Solución:

a)

1. Ascenso.

Punto inicial (suelo):

$E_{cin} = 0$; $E_{pot} = 0$

Punto final (a 10 m del suelo):

$E_{cin} = 0$; $E_{pot} = m\ g\ h = 1\ kg\ .\ 10\ m/s^2\ .\ 10\ m = 100\ J.$

La energía aportada por la fuerza es acumulada como energía potencial.

2. Descenso.

Punto inicial (a 10 m del suelo):

$E_{cin} = 0$; $E_{pot} = m\ g\ h = 1\ kg\ .\ 10\ m/s^2\ .\ 10\ m = 100\ J.$

Punto intermedio (a 4 m del suelo)

$E\ pot = m\ g\ h = 1\ kg\ 10\ m/s^2\ 4\ m = 40\ J;$

E cin = 60 J (aplicando la LCE).

Como se ve parte de la energía potencial se ha transformado en energía cinética.

Punto final (suelo)

Epot = 0; E cin = 100 J

Toda la energía potencial se ha convertido en cinética.

Como se puede observar en ausencia de rozamiento la suma de la energía cinética y potencial (energía mecánica) se conserva.

b)

1. Ascenso.

Punto inicial (suelo):

$E_{cin} = 0$; $E_{pot} = 0$

Punto final (a 10 m del suelo):

$E_{cin} = 0$; $E_{pot} = m\ g\ h = 1\ kg\ .\ 10\ m/s^2\ .\ 10\ m = 100\ J.$

La energía aportada por la fuerza es acumulada como energía potencial.

2. Descenso.

Punto inicial (a 10 m del suelo):

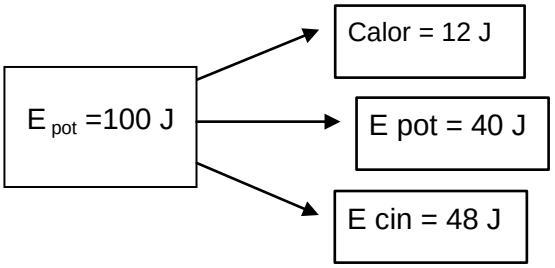
$E_{cin} = 0$; $E_{pot} = m\ g\ h = 1\ kg\ .\ 10\ m/s^2\ .\ 10\ m = 100\ J.$

Punto intermedio (a 4 m del suelo)

$E\ pot = m\ g\ h = 1\ kg\ 10\ m/s^2\ 4\ m = 40\ J;$

Wroz = - Froz . s = - 2 N . 6 m = - 12 J (energía cinética disipada como calor)

E cin = 48 J (aplicando la LCE).



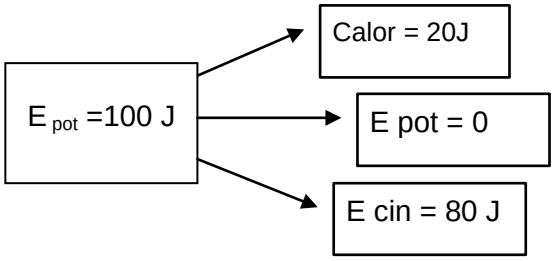
Punto final (suelo)

Epot = 0;

Wroz = - Froz . s = - 2 N . 10 m = - 20 J (energía disipada como calor)

E cin = 80 J (aplicando la LCE).

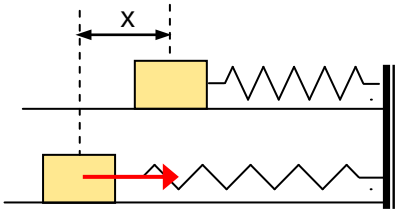
La energía potencial se ha transformado en energía cinética y parte en calor



Observar que si hay rozamiento la suma de la energía cinética y potencial (energía mecánica) NO se conserva, ya que parte de la energía se convierte en calor que se disipa en el aire. **Por eso se dice que la fuerza de rozamiento es no conservativa.**

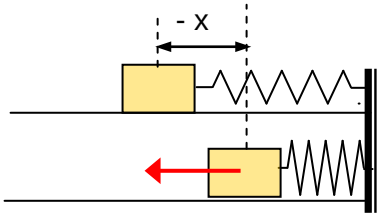
No obstante, **la Ley de Conservación de la Energía sigue siendo válida** ya que los 100 J iniciales aparecen íntegros al final: 20 J como calor y 80 J como energía cinética.

La fuerza ejercida por los muelles (fuerza elástica), también es conservativa.



En el esquema que se muestra a la derecha y arriba aparece un muelle que ha sido estirado una distancia x desde su posición de equilibrio. En rojo se ha dibujado la fuerza elástica que apunta en sentido contrario al desplazamiento.

En el esquema situado más abajo se muestra la situación cuando el muelle ha sido comprimido una longitud x. La fuerza elástica apunta ahora hacia la izquierda.



La fuerza elástica no es constante, aumenta a medida que se estira o comprime el muelle y depende también del material con que se haya construido (hay muelles que son "más duros" que otros).

$$F_{elástica} = - k\ x$$

k es la constante elástica del muelle (depende del material de que esté hecho). En el S.I. se mide en N/m. Cuanto mayor sea k "más duro" es el muelle:

El signo menos indica que la fuerza siempre apunta en sentido opuesto al desplazamiento x

La fuerza elástica actúa de manera similar a la de gravedad.

Si se aplica una fuerza hacia la derecha para estirar el muelle (comunicándole energía cinética), la fuerza elástica apunta hacia la izquierda y realiza trabajo negativo (restando energía cinética) que transforma en energía potencial elástica.

La energía potencial puede recuperarse como cinética si se suelta el muelle.

La situación es similar si el muelle se comprime.

La energía potencial elástica vale: $E_p = \frac{1}{2} k\ x^2$

Y como en el caso de la fuerza gravitatoria se cumple: $W_{F\ Elastica} = - \Delta\ Ep$; $E_{c1} + E_{p1} = E_{c2} + E_{p2}$

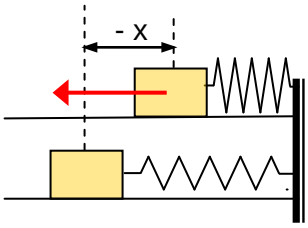
Ejemplo 3

Un cuerpo de masa 250 g se une a un muelle de constante elástica 500 N/m. Si el muelle se comprime 20 cm, calcular la velocidad con la que el cuerpo pasa por el punto de equilibrio

a) Suponiendo rozamiento nulo.
b) Suponiendo que el coeficiente de rozamiento valga 0,50

Solución

a) Cuando el muelle está comprimido su energía cinética es nula y la energía potencial elástica valdrá: $E_{p1} = \frac{1}{2} k\, x^2$



Cuando se suelta, la fuerza elástica realiza transforma la energía potencial acumulada en energía cinética y la energía mecánica se conservará:

$$E_{c1} + E_{p1} = E_{c2} + E_{p2}$$

Como en el punto de equilibrio x = 0 ; $E_{p2} = 0$. Por tanto:

$$\frac{1}{2} k\, x^2 = \frac{1}{2} m\, v^2 \; ; \; v = \sqrt{\frac{k\, x^2}{m}} = \sqrt{\frac{500 \frac{\cancel{kg}.m.s^{-2}}{\cancel{m}} 0{,}20^2\ m^2}{0{,}250\ \cancel{kg}}} = 8{,}94 \frac{m}{s}$$

b) Cuando el muelle está comprimido la situación es idéntica al caso anterior. Esto es: su energía cinética es nula y la energía potencial elástica valdrá:

$$E_{p1} = \frac{1}{2} k\, x^2 = \frac{1}{2} 500 \frac{N}{\cancel{m}} 0{,}20^2\ \cancel{m^2} = 10 J$$

Cuando se suelta, la fuerza elástica realiza transforma la energía potencial acumulada en energía cinética, pero ahora la fuerza de rozamiento realizará trabajo (negativo) restando energía cinética que se convierte en calor. **Como existe una fuerza no conservativa que realiza trabajo ahora no se conserva la energía mecánica.**
Cuando pasa por el punto de equilibrio (x =0):

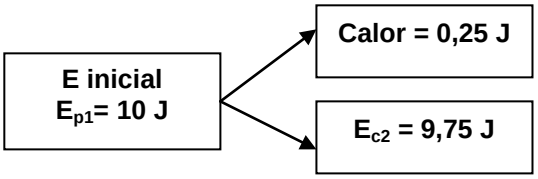
$W_{FR} = - F_R . x = - \mu\, m\, g\, x = - 0{,}50 . 0{,}25\ kg . 10\ m/s^2 . 0{,}20\ m = - 0{,}25\ J$

La fuerza de rozamiento resta energía al cuerpo que transfiere al ambiente en forma de calor.

$$E_{c2} = \frac{1}{2} m\, v^2$$

$$E_{p2} = 0$$

Aplicando la Ley de Conservación de la Energía:



Una vez conocida la energía cinética al final, calculamos la velocidad:

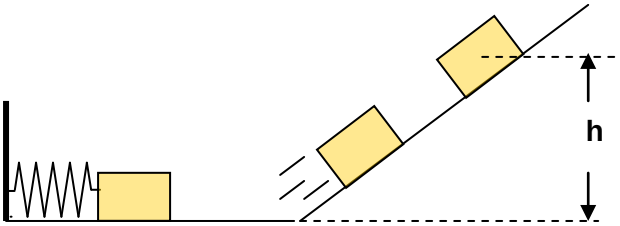
$$E_{c2} = \frac{1}{2} m\, v^2 \; ; \; v = \sqrt{\frac{2.E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2.9{,}75\ \cancel{kg}.m^2.s^{-2}}{0{,}25\ \cancel{kg}}} = 8{,}83 \frac{m}{s}$$

Ejemplo 4

El muelle de la figura tiene una constante elástica de 100 N/m y está comprimido 20 cm.

Cuando se suelte, el cuerpo (m = 500 g) saldrá lanzado ascendiendo por el plano inclinado.

Calcular la altura máxima que alcanzará suponiendo rozamiento nulo.

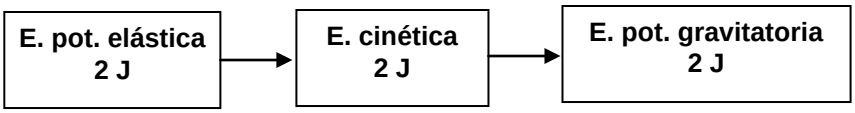


Solución:

En el punto inicial el cuerpo tiene energía potencial (elástica) debida a la acción del muelle.

$$E_{p1} = \frac{1}{2} k\, x^2 = \frac{1}{2} 100 \frac{N}{\cancel{m}} 0{,}20^2\, \cancel{m^2} = 2\ J$$

Cuando se suelta, la energía potencial se transformará en cinética, y a medida que ascienda por el plano inclinado y por acción de la fuerza de gravedad, irá perdiendo energía cinética que se irá transformando en potencial (gravitatoria). Cuando alcance el punto de máxima altura v = 0. Por tanto, toda la energía cinética se habrá transformado en potencial gravitatoria.



Luego:

$$E_p = m.g.h\ ;\ h = \frac{E_p}{m.g} = \frac{2\ \cancel{kg}\ \cancel{m^2}\ \cancel{s^{-2}}}{0{,}5\ \cancel{kg}\ 10\ \frac{\cancel{m}}{\cancel{s^2}}} = 0{,}4\ m$$

Una característica muy importante de las fuerzas conservativas radica en que el trabajo realizado por ellas no depende del camino recorrido entre los puntos inicial y final.

Veamos un ejemplo:

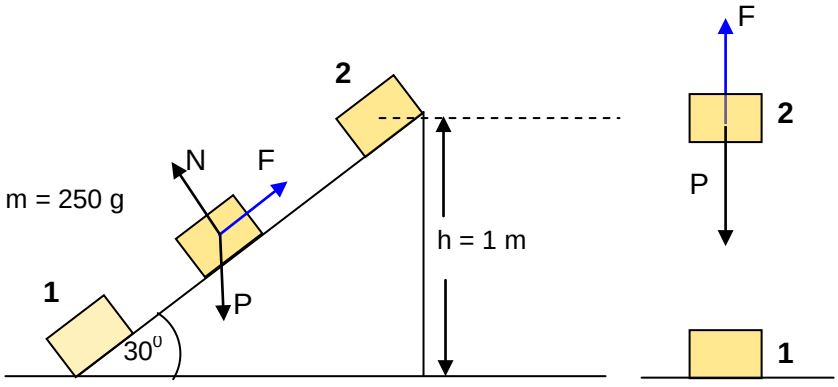
Para subir un cuerpo a una altura de 1 m podemos seguir dos caminos distintos:

Camino 1.

Utilizar un plano inclinado

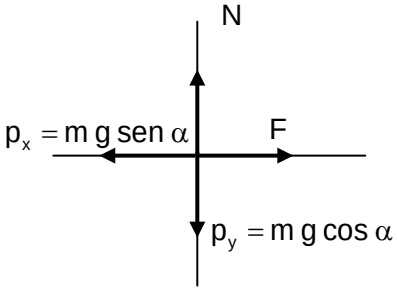
Camino 2.

Subirlo en vertical



Camino 1 Camino 1 Camino 2

Una vez descompuesto el peso, el diagrama de fuerzas resultante será:



Las dos únicas fuerzas que realizan trabajo son F y la componente del peso paralela al plano (p_x). La normal y la componente del peso perpendicular no realizan trabajo, ya que forman un ángulo de 90^0 con la dirección del desplazamiento.

Si suponemos que en el punto1 el cuerpo está en reposo y en el punto 2 también se encuentra en reposo:

$$Ec_{(1)} = Ec_{(2)} = 0$$

Como la fuerza F realiza un trabajo positivo (transfiere energía al cuerpo), mientras que la componente del peso realiza un trabajo negativo (quita energía cinética al cuerpo), deberá de cumplirse:

$$W_F + W_{Px} = 0;\ \mathbf{W_F = - W_{Px}}$$

Es decir, la energía aportada por F debe ser exactamente igual a la que le resta la componente del peso.

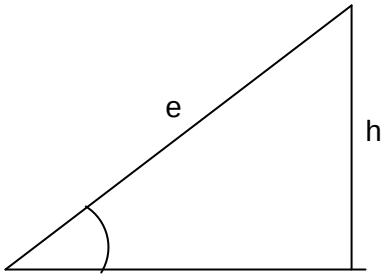
El trabajo realizado por px vale:

$$Wp_x = -p_x . e = -(m\, g\, sen\alpha).\, e$$

Donde ***e*** es el espacio recorrido medido sobre el plano.

La altura **h** y el espacio recorrido **e** están relacionado según:

$$sen\ \alpha = \frac{h}{e};\ e = \frac{h}{sen\ \alpha}$$



Sustituyendo este valor en la expresión anterior, obtenemos:

$$Wp_x = -p_x . e = -(m\, g\, sen\alpha).\, e = -(m\, g\, \cancel{sen\alpha}).\frac{h}{\cancel{sen\alpha}} = -m\, g\, h$$

El peso es un fuerza conservativa y, como tal, transforma la energía cinética en potencial. Luego en el punto situado a una altura h en el plano el cuerpo tendrá una energía potencial:

$$Ep_{(2)} = m\, g\, h$$

Camino 2

Si el cuerpo se eleva directamente, y en vertical, hasta la altura h (ver figura más arriba) podremos escribir siguiendo un razonamiento idéntico al caso anterior:

$$Ec_{(1)} = Ec_{(2)} = 0\ ;\ W_F + W_P = 0;\ \mathbf{W_F = - W_P}$$

En este caso el trabajo del peso será:

$$\mathbf{W_P} = -\, m\, g\, h$$

Y la energía potencial:

$$Ep_{(2)} = m\, g\, h$$

La energía potencial debida a la acción de una fuerza conservativa sólo depende del punto inicial y del final y no del camino seguido entre ambos puntos.

ENERGÍA (III)
CALOR Y TEMPERATURA

Un hecho experimental cotidiano es que los objetos pueden estar a distintas temperaturas. Para medir la temperatura usamos los termómetros.

Pero… ¿qué estamos midiendo cuando determinamos la temperatura de un objeto?

Aunque la temperatura (en una u otra escala) se mide desde hace mucho tiempo (ver termómetro de Galileo), no fue hasta finales del s. XIX cuando se consiguió dar una explicación de su naturaleza gracias al desarrollo de la Física Estadística, la cual aplica los métodos matemáticos de esta ciencia (la estadística) para estudiar las propiedades observables (presión, temperatura…) de un sistema formado por un número muy elevado de partículas (átomos o moléculas).

La temperatura de un sistema está relacionada con la energía cinética media de traslación de sus moléculas:

$$\overline{E_c} = \frac{3}{2} k\, T$$

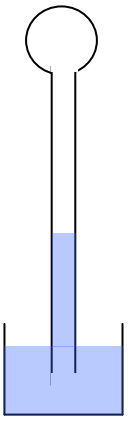
(k = 1,3807.10^{-23} J/K)

Donde k es la llamada constante de Boltzman.

La temperatura que aparece en la fórmula es la llamada **temperatura absoluta**. Su cero se correspondería con la temperatura de un sistema en el que las partículas que lo integran tuvieran una energía cinética de traslación nula.

El cero de la escala absoluta se corresponde con el valor - 273,15 ^{0}C.

La unidad de medida de temperaturas absolutas es el Kelvin (K) que es la unidad fundamental de temperatura del S.I.



Termómetro construido por Galileo en 1597. El aire contenido en el bulbo superior aumenta su presión al calentarse y empuja el agua hacia abajo. Si el aire se enfría, disminuye la presión, y el agua asciende. No se tenía en cuenta que la presión atmosférica también influye en que la columna de agua suba o baje.

Para pasar de la escala centígrada a la escala de temperaturas absolutas se puede usar la siguiente expresión:

K = 273,15 + C

Así 0 ^{0} C se corresponderán con:

K = 273,15 + C= 273,15 + 0 = 273,15 K

O bien 300 K, serán:

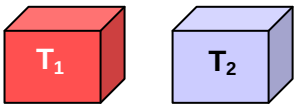
C = K – 273,15 = 300 – 273,15 = 26,85 ^{0}C.

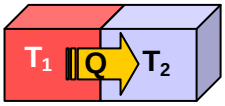
El grado centígrado y el de la escala absoluta son iguales.

¿Qué ocurre cuando dos cuerpos a distintas temperaturas se ponen en contacto?

Teniendo en cuenta la interpretación de la temperatura dada más arriba, deberemos de concluir que las moléculas del cuerpo que está a temperatura más alta tienen una energía cinética media superior a las del cuerpo que tiene menor temperatura. **Cuando se ponen en contacto se produce una transferencia de energía** entre las moléculas, de tal manera, que las que tienen mayor energía cinética pierden parte de ella que pasa a las del otro cuerpo. En consecuencia, el cuerpo que estaba inicialmente a mayor temperatura, experimentará un descenso y aumentará la del que estaba a menor temperatura hasta que ambas se igualen. Una vez alcanzado en equilibrio, cesará el flujo de energía.

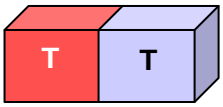
$T_1 > T_2$





Llamamos calor (Q) a la energía en tránsito que pasa de un cuerpo a otro cuando éstos están a distinta temperatura.

El calor, por tanto, es energía. O dicho más exactamente, energía en tránsito de un cuerpo a otro. Por consiguiente, sus unidades serán las establecidas para la energía (J), aunque a menudo, y por razones históricas, se mida en calorías (cal) o en kilocalorías (1 kcal = 10^3 cal):



1 cal = 4,18 J ; 1 J = 0,24 cal

¿Cuánto calor es necesario comunicar a una sustancia para que eleve su temperatura **t** ^{0}C?

La cantidad de calor necesaria depende de la sustancia de que se trate y de la masa de la misma y se puede calcular usando la expresión:

$$Q = m\, c_e\, (t_f - t_i) = m\, c_e\, \Delta t$$

Donde **Ce** es el calor específico de la sustancia.

El calor específico es una propiedad característica de las sustancias y es el calor necesario para elevar 1 grado (centígrado o kelvin) la temperatura de 1 g de sustancia.

La unidad S.I. de calor específico es: $\frac{J}{kg.K}$

… aunque normalmente se mide en: $\frac{cal}{g.{}^0C}$

El calor específico de las sustancias, rigurosamente, varía con la temperatura. Esto es, 1 g de agua no absorbe el mismo calor para subir su temperatura 1 ^{0}C si la subida es de 20 a 21 ^{0}C, que de 99 a 100 ^{0}C. No obstante, como la variación es bastante pequeña se considera el calor específico medio entre 0 ^{0} C y 100 ^{0}C.

Calores específicos medios entre 0 y 100 ^{0}C

Sustancia	Ce(cal/g ^{0}C)
Agua	1,000
Aluminio	0,217
Etanol	0,586
Cobre	0,095
Hierro	0,111
Zinc	0,092
Plomo	0,031

Si consideramos gases la situación es aún más delicada, ya que el calor específico de los gases es distinto si se mide a presión constante o a volumen constante.

Un dato interesante surge cuando se calcula el calor específico molar de los metales. Es decir, el calor necesario para elevar 1 grado la temperatura de 1 mol de metal.

Se observa que el valor obtenido es aproximadamente igual a **6 cal/mol ^{0}C para todos los metales.** Como sabemos que cuando tomamos 1 mol de un metal estamos cogiendo el mismo número de átomos metálicos ($6{,}02.10^{23}$), deducimos que se necesita muy aproximadamente la misma cantidad de energía por átomo metálico. Por tanto, el calor necesario para elevar la temperatura de una muestra de metal dependerá únicamente del número de átomos del metal.

El hecho de que el calor específico molar de muchos metales (y elementos sólidos) sea aproximadamente igual a 6 cal/mol. ^{0}C se conoce con el nombre de **Ley de Dulong y Petit.**

Ejemplo 1

a) Calcular la cantidad de energía (en julios) que habrá que comunicar a un trozo de 250 g de cobre para elevar su temperatura 15 ^{0} C.

b) Si el calor calculado en el apartado anterior lo pierde otro trozo de aluminio de igual masa. Calcular cuánto descenderá su temperatura.

Solución:

a) $$Q = m\, c_e\, \Delta t = 250\ \cancel{g}\ 0{,}095\ \frac{cal}{\cancel{g}\ {}^0\cancel{C}}\ 15\ {}^0\cancel{C} = 356{,}25\ cal$$

$$356{,}25\ \cancel{cal}\ \frac{1\,J}{0{,}24\ \cancel{cal}} = 1484{,}38\ J$$

b) Como el aluminio pierde calor, consideramos al calor como negativo:

$$Q = m\, c_e\, \Delta t\ ; \quad \Delta t = \frac{Q}{m\, c_e} = \frac{-356{,}25\ \cancel{cal}}{250\ \cancel{g}\ 0{,}217\ \frac{\cancel{cal}}{\cancel{g}\ {}^0C}} = -6{,}6\ {}^0C$$

Su temperatura baja 6,6 ^{0}C

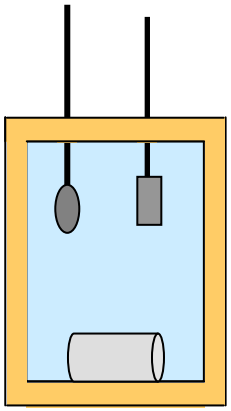
Observar como perdiendo el mismo calor la temperatura del aluminio desciende prácticamente la mitad de lo que sube la del cobre, debido a que su calor específico es casi el doble.

Ejemplo 2.

Determinación del calor específico de un metal.

Con el fin de determinar el calor específico de un metal se calienta un trozo de 100,0 g hasta 86 ^{0}C y a continuación se introduce en un calorímetro que contiene 300, 0 g de agua a una temperatura de 21 ^{0}C. El agua del calorímetro se agita y tras unos minutos se alcanza el equilibrio entre la pieza metálica y el agua adquiriendo el conjunto una temperatura de 25 ^{0} C. Determinar el calor específico del metal.

Solución



El metal que está más caliente que el agua del calorímetro, cederá calor enfriándose, mientras que el agua aumenta su temperatura.

Cuando se alcanza el equilibrio el calor cedido por el metal será igual al ganado por el agua. Como ambos tienen signo opuesto, deberá cumplirse:

$$Q_{Metal} + Q_{H_2O} = 0$$

Datos:

$m_M = 100,0$ g ; $t_M = 86\ ^0$C

$m_{H2O} = 300,0$ g ; $t_{H2O} = 21\ ^0$C

$t_F = 25\ ^0$C

$$Q_M = m_M\, c_{eM}\, (t_F - t_M)$$

$$Q_{H_2O} = m_{H_2O}\, c_{eH_2O}\, (t_F - t_{H_2O})$$

$$m_M\, c_{eM}\, (t_F - t_M) + m_{H_2O}\, c_{eH_2O}\, (t_F - t_{H_2O}) = 0$$

$$c_{eM} = -\frac{m_{H_2O}\, c_{eH_2O}\, (t_F - t_{H_2O})}{m_M\ (t_F - t_M)} = -\frac{300,0\ \cancel{g}\ 1\frac{cal}{g\ ^oC}\ 4\ ^o\cancel{C}}{100,0\ \cancel{g}\ (-61)\ ^o\cancel{C}} = 0,197\ \frac{cal}{g\ ^oC}$$

$$0,197\ \frac{\cancel{cal}}{g\ ^oC} . \frac{1\,J}{0,24\ \cancel{cal}} = 0,821\frac{J}{g\ ^oC}$$

$$0,197\ \frac{\cancel{cal}}{\cancel{g}\ ^oC} . \frac{1\,J}{0,24\ \cancel{cal}} . \frac{1000\ \cancel{g}}{1kg} = 820,8\ \frac{J}{kg\,K}$$

El metal considerado debe ser aluminio ya que el valor calculado para el calor específico está muy próximo al tabulado para este metal: 0,217 cal/g ^{0}C.

Por tanto se ha cometido un error:

$$E_a = V_{medido} - V_{verdadero} = 0,197 - 0,217 = -0,0253 \text{ (error por defecto)}$$

$$E_r = \frac{|E_a|}{V_{verdadero}} 100 = \frac{0,0253}{0,217} 100 = 11,6\ \%$$

El error que se ha cometido, como puede verse es bastante alto. El resultado puede mejorarse considerando el ***equivalente en agua del calorímetro***.

Aunque no lo hemos considerado, el calorímetro, el agitador o el termómetro, absorben cierta cantidad de calor que, en consecuencia, no se emplea en calentar el agua. Puede tenerse esto en cuenta calculando la masa de agua que absorbería el mismo calor e incrementar la masa de agua en esa cantidad**. Esta masa de agua es el equivalente en agua del calorímetro.**

En la experiencia anterior se ha calculado experimentalmente el equivalente en agua del calorímetro encontrándose que vale k = 42, 5 g.

Repitamos el cálculo introduciendo ahora el equivalente en agua del calorímetro:

Datos:

$m_M = 100{,}0$ g ; $t_M = 86\ ^0C$

$m_{H2O} = (300{,}0 + 42{,}5)$ g $= 342{,}5$ g ; $t_{H2O} = 21\ ^0C$

$t_F = 25\ ^0C$

$$Q_M = m_M\, c_{eM}\, (t_F - t_M)$$

$$Q_{H_2O} = m_{H_2O}\, c_{eH_2O}\, (t_F - t_{H_2O})$$

$$m_M\, c_{eM}\, (t_F - t_M) + m_{H_2O}\, c_{eH_2O}\, (t_F - t_{H_2O}) = 0$$

$$c_{eM} = -\frac{m_{H_2O}\, c_{eH_2O}\, (t_F - t_{H_2O})}{m_M\ (t_F - t_M)} = -\frac{342{,}5\ \cancel{g}\ 1\frac{cal}{g\ ^oC}\ 4\ ^o\cancel{C}}{100{,}0\ \cancel{g}\ (-61)\ ^o\cancel{C}} = 0{,}225\ \frac{cal}{g\ ^oC}$$

$$0{,}225\ \frac{\cancel{cal}}{g\ ^oC} . \frac{1\,J}{0{,}24\ \cancel{cal}} = 0{,}938\ \frac{J}{g\ ^oC}$$

$$0{,}225\ \frac{\cancel{cal}}{\cancel{g}\ ^oC} . \frac{1\,J}{0{,}24\ \cancel{cal}} . \frac{1000\ \cancel{g}}{1 kg} = 937{,}5\ \frac{J}{kg\,K}$$

Con lo que el error será ahora:

$$E_a = V_{medido} - V_{verdadero} = 0{,}225 - 0{,}217 = 0{,}008 \text{ (error por exceso)}$$

$$E_r = \frac{|E_a|}{V_{verdadero}} 100 = \frac{0{,}008}{0{,}217} 100 = 3{,}7\ \%$$

Ejemplo 3.

Se mezclan 800 g de agua a 20 ^{0} C con 1000 g de agua a 70 ^{0} C. Calcular cuál será la temperatura final de la mezcla.

Datos:

$m_A = 800$ g ; $t_A = 20\ ^0C$

$m_B = 1000$ g ; $t_B = 70\ ^0C$

Ce = 1 cal/ g ^{0}

t_F = ¿?

Como el calor cedido por el agua a temperatura más alta deberá de ser igual (pero de signo contrario) a la ganada por el agua a temperatura más baja, deberá de cumplirse:

$$Q_A + Q_B = 0$$

$$Q_A = m_A\, c_e\, (t_F - t_A)$$

$$Q_B = m_B\, c_e\, (t_F - t_B)$$

$$m_A\, \cancel{c_e}\, (t_F - t_A) + m_B\, \cancel{c_e}\, (t_F - t_B) = 0$$

$$m_A\, t_F - m_A\, t_A + m_B\, t_F - m_B\, t_B = 0$$

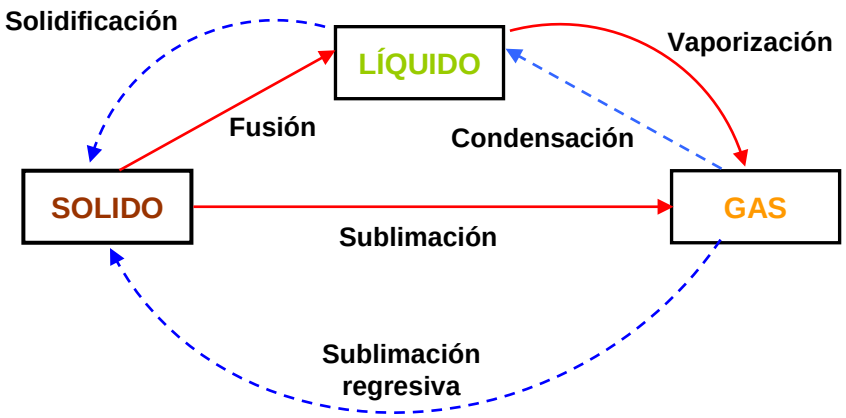
$$t_F\, (m_A + m_B) - (m_A\, t_A + m_B\, t_B) = 0$$

$$t_F = \frac{m_A\, t_A + m_B\, t_B}{m_A + m_B} = \frac{800\ \cancel{g}\ 20^0C + 1000\ \cancel{g}\ 70^0C}{(800 + 1000)\cancel{g}} = 47{,}8^0C$$

Uno de los efectos causados por el aumento (o disminución) de la temperatura es el cambio agregación (cambio de estado) de la materia.

Los cambios de estado que absorben calor reciben el nombre de **cambios de estado progresivos.** Por el contrario los cambios de estado que necesitan que la sustancia se enfríe (desprenda calor) reciben el nombre de **cambios de estado regresivos.**

En la figura se representan **en rojo** y con línea continua los cambios de estado progresivos y **en azul** y con línea discontinua los regresivos.



Cambios de estado progresivos

- **Fusión**. Paso de sólido a líquido. **La temperatura de fusión es una propiedad característica de las sustancias**. Por tanto, puede servirnos para identificar a las sustancias. Varía con la presión. A medida que ésta disminuye la temperatura de fusión desciende.
- **Vaporización.** Paso de líquido a gas. Tiene lugar a cualquier temperatura y en la superficie libre del líquido (los líquidos se evaporan a cualquier temperatura). Sin embargo, si aumentamos la temperatura llega un momento que la evaporación se produce en todo el líquido, formándose grandes burbujas (llenas de vapor del líquido) que ascienden hasta la superficie. Decimos que el líquido comienza a hervir o que entra en **ebullición. La temperatura a la que un líquido hierve es otra propiedad característica llamada temperatura de ebullición.** Varía con la presión. A medida que ésta disminuye la temperatura de ebullición desciende.
- **Sublimación.** Paso directo de sólido a gas sin pasar por el estado líquido. Como la vaporización ocurre a cualquier temperatura (de ahí que podamos oler sustancias sólidas. Pequeñas porciones del sólido subliman y llegan en forma de vapor a nuestra nariz). La mayor parte de las sustancias necesitan encontrarse a presiones muy bajas para que la sublimación sea apreciable.

Cambios de estado regresivos

- **Solidificación.** Paso de líquido a sólido. Ocurre a la misma temperatura que la fusión. Varía con la presión.
- **Condensación**. Paso de gas a líquido.
- **Sublimación regresiva.** También llamada sublimación inversa o deposición. Paso directo de gas a sólido sin pasar por el estado líquido.

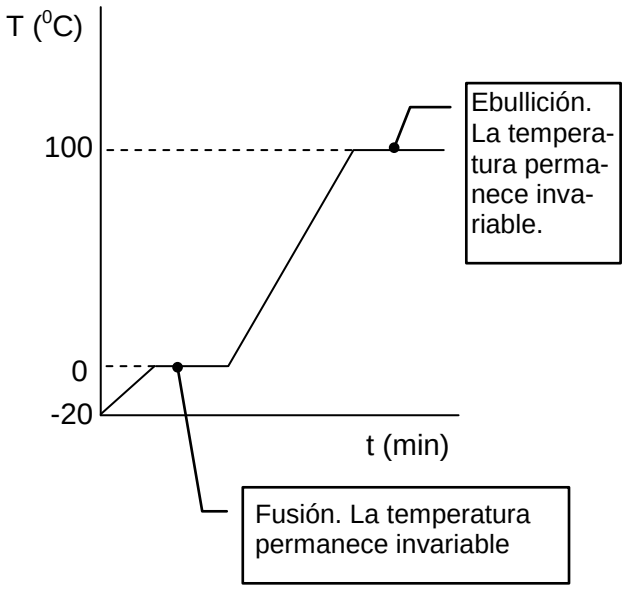
Fusión y ebullición

Como se ha dicho más arriba **cada sustancia tiene (a una presión dada) unas temperaturas de fusión y ebullición características que pueden servir para su identificación** (ver tabla).

Ocurre, además, que **mientras una sustancia está fundiendo o hirviendo su temperatura permanece invariable.**

Sustancia	T Fus (^{0}C)	T Ebu (^{0}C)
Agua	0	100
Aluminio	660	2400
Amoniaco	-78	-34
Butano	-138	-0,5
Etanol	-114	78,5
Hidrógeno	-259	-253
Hierro	1540	2800
Mercurio	- 39	357
Nitrógeno	- 210	-196
Plomo	328	1750
Wolframio	3387	5527
Zinc	420	907

Imaginémonos que partimos de hielo a -20 ^{0} C y empezamos a calentarlo (ver gráfica). Su temperatura empezará a subir. Cuando lleguemos a la temperatura de fusión (0^0 C) el hielo comenzará a transformarse en líquido (fusión). Mientras suceda esto, aunque se siga calentando, la temperatura de la mezcla hielo-agua permanecerá constante en 0^0 C. Cuando todo el hielo pase a líquido la temperatura comenzará a subir nuevamente hasta llegar a la temperatura de ebullición (100^0C). Entonces, y mientras exista líquido, la temperatura permanecerá invariable.



Podemos explicar esto de la siguiente manera:

Cuando calentamos una sustancia le estamos dando energía que se emplea en aumentar la energía cinética media de sus moléculas, razón por la que su temperatura irá aumentando.

La energía (calor) que necesitamos darle para elevar su temperatura un determinado número de grados Δt lo calcularemos aplicando:

$$Q = m\ ce\ \Delta t$$

Y… ¿qué ocurre cuando llegamos a la temperatura de cambio de estado? Según nos dice la experiencia, mientras la sustancia cambia de estado (funde, por ejemplo), su temperatura permanece invariable aunque sigamos comunicando energía. **Esto nos indica que la energía que estamos dando no se está empleando en aumentar la energía cinética de las moléculas, sino en romper enlaces entre ellas.** Proceso necesario para que la sustancia pase a otro estado (por ejemplo líquido) en el cual las interacciones entre las moléculas son más débiles.

La cantidad de calor que es necesario comunicar a una sustancia para que cambie de estado, una vez alcanzada la temperatura a la que éste se produce, depende de la sustancia y de su masa. **Se define el calor latente (L) o calor de transformación, como la cantidad de calor que hay suministrar a 1 kg de la misma para que cambie de estado. En el S. I el calor latente se expresa en J (ó kJ)/kg.**

Sustancia	$L_{fusión}$ (kJ/kg) (1 atm)	Lvap (kJ/kg) (1 atm)
Agua	334	2246
Etanol	109	850
Alumnio	395	
Hierro	275	

Plomo	23	

De esta manera si conocemos el calor latente (L) de una sustancia, la cantidad de calor que hay que darle a *m* kg de ella para que cambie de estado se puede calcular según:

$$Q = m\,L$$

Ejemplo 4.

Calcular la cantidad de calor que es necesario comunicar a 500 g de hielo a - 20 ^{0} C para elevar su temperatura hasta 50 ^{0}C.

Dato: $Ce_{(Hielo)} = 0{,}5$ cal/g.^{0}C

Solución:

Podemos imaginar el proceso dividido entres fases

- **Fase 1**: Aumento de la temperatura desde - 20 ^{0} C hasta 0 ^{0}C (temperatura de fusión)
- **Fase 2:** Fusión a 0 ^{0}C.
- **Fase 3**: Aumento de la temperatura desde 0 ^{0} C hasta 50 ^{0}C

Fase 1. Cálculo del calor que es necesario comunicar para elevar la temperatura de 500 g de hielo desde – 20 ^{0} C hasta su temperatura de fusión (0 ^{0} C):

$$Q_1 = m\,c_{e\,(hielo)}\,(t_2 - t_1) = 500\ \cancel{g}\ 0{,}5\ \frac{cal}{\cancel{g}.\ ^0\cancel{C}}\ [0-(-20)]\ ^0\cancel{C} = 5.000\ cal$$

$$5.000\ \cancel{cal}\ \frac{1\cancel{J}}{0{,}24\ \cancel{cal}}\ \frac{1\,kJ}{10^3\ \cancel{J}} = 20{,}8\,kJ$$

Fase 2. Cálculo del calor necesario para que el hielo funda sin variar su temperatura (0^{o}C)

$$Q_2 = m\,L = 0{,}5\ \cancel{kg}\ 334\ \frac{kJ}{\cancel{kg}} = 167{,}0\,kJ$$

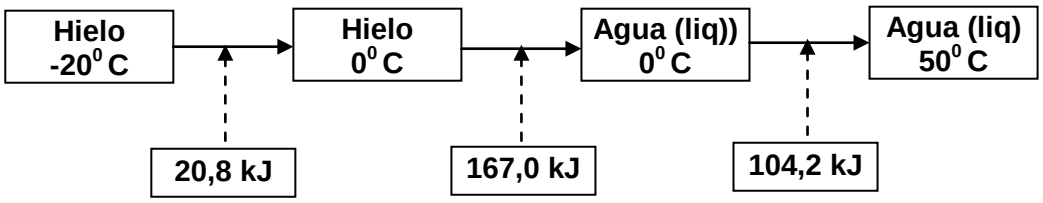
Fase 3. Cálculo del calor necesario para elevar la temperatura del agua desde 0 ^{0}C hasta 50 ^{0}C.

$$Q_3 = m\,c_{e\,(agua)}\,(t_3 - t_2) = 500\ \cancel{g}\ 1\frac{cal}{\cancel{g}.\ ^0\cancel{C}}\ (50-0)\ ^0\cancel{C} = 2{,}5.10^4\ cal$$

$$2{,}5.10^4\ \cancel{cal}\ \frac{1\cancel{J}}{0{,}24\ \cancel{cal}}\ \frac{1\,kJ}{10^3\ \cancel{J}} = 104{,}2\,kJ$$

Calor total :

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 20{,}8\,kJ + 167{,}0\,kJ + 104{,}2\,kJ = 292{,}0\,kJ$$



Imaginemos ahora la siguiente situación:

Un cuerpo de masa *m* desliza sobre una superficie con una velocidad *v*. Sobre él actúa una fuerza de rozamiento F_R . Describir lo que ocurre usando el concepto de energía.

En el estado inicial el cuerpo tiene energía cinética, pero debido a la acción de la fuerza de rozamiento irá perdiendo esa energía que será transferida al ambiente como calor. Cuando se detenga, el cuerpo tendrá una energía cinética nula, ya que la que tenía inicialmente se habrá convertido íntegramente en calor. Como puede observarse **no existe ninguna restricción para convertir la energía cinética en calor**.

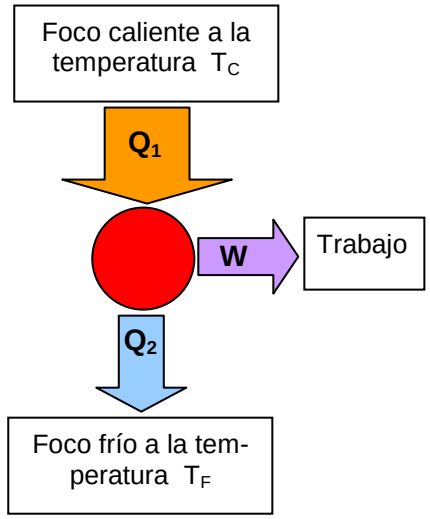
Pero… ¿podemos convertir el calor en energía cinética del cuerpo? La respuesta es sí (una máquina de vapor convierte calor en energía cinética), pero **existen limitaciones**:

Para convertirla necesitaremos una máquina térmica y, para que ésta funcione, es necesario que el calor pase de un depósito que esté a mayor temperatura a otro que esté a menor.

Es decir:

- **No se puede convertir calor en trabajo (energía transferible o utilizable) mediante un proceso a temperatura constante (isotermo)**
- **No es posible transformar íntegramente calor en trabajo, ya que parte del calor se cede al depósito a temperatura más baja y no se aprovecha como trabajo útil.**

Las condiciones anteriores (en realidad dos negaciones) regulan la conversión del calor en trabajo y constituyen una de las formas de enunciar (históricamente fue la primera) lo que se conoce como **Segundo Principio de la Termodinámica**. Uno de los tres principios o leyes básicas en los que se asienta esta importantísima parte de la Física (Termodinámica) que trata, fundamentalmente, de estudiar la manera en que la energía se transforma de una forma en otra.



Esquema de una máquina térmica (simbolizada por el círculo rojo) que cumple el Segundo Principio de la Termodinámica.

El calor absorbido Q_1 en el foco caliente es transformado parte en trabajo (W) y parte (Q_2) cedido al foco frío.

El rendimiento de una máquina térmica viene dado por el cociente entre el trabajo realizado (W) y la energía absorbida (Q_1)

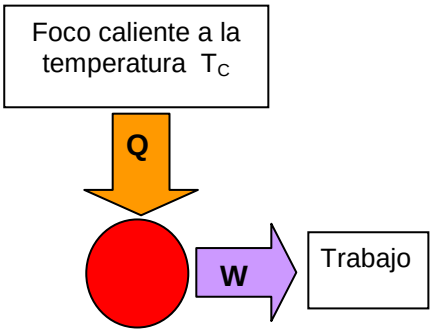
$$r = \frac{W}{Q_1}$$

El rendimiento de una máquina térmica no puede llegar al 100 %

Consideremos una máquina térmica ideal (imposible de construir en la realidad). El rendimiento puede calcularse considerando las temperaturas (absolutas, en K) de los focos:

$$r = \frac{W}{Q_1} = \frac{T_c - T_F}{T_C}$$

El rendimiento de una máquina térmica real sería inferior a éste.



Esquema de una máquina térmica que viola el Segundo Principio de la Termodinámica.

Esta máquina (imposible) convertiría todo el calor en trabajo. El rendimiento sería del 100 %

Debido a esta imposibilidad de transformar la totalidad del calor en trabajo (energía utilizable) se dice que el calor es una energía de "calidad inferior". De ahí que cuando la energía cinética se transforma en calor se dice que l**a energía se degrada.**

Íntimamente ligado a todo lo dicho está el **concepto de reversibilidad** o irreversibilidad de un proceso.

Un proceso es irreversible si una vez realizado es imposible restituir al sistema a las condiciones iniciales. De esta manera, **cualquier proceso en el que cualquier tipo de energía sea transformada en calor es irreversible**, ya que no hay posibilidad de restituir al sistema a las condiciones iniciales.

¿Podríamos convertir el calor cedido y transformarlo en energía cinética del cuerpo?...Sí. Mediante una máquina térmica, pero no en su totalidad (Segundo Principio). La máquina deberá de funcionar tomando calor de un depósito a temperatura superior y cederlo a otro a temperatura inferior e, irremediablemente, en este proceso parte del calor tomado se cede a temperatura más baja no pudiendo convertirse en energía cinética. Al final del ciclo el cuerpo tendría menos energía que al principio. No se restituirían las condiciones de partida.

Ejemplo 5.

Se construye una máquina térmica ideal que opera entre 400 [(1)] y 300 K. Calcular el rendimiento máximo (ideal) de dicha máquina.

Solución:

$$r = \frac{W}{Q_1} = \frac{T_c - T_F}{T_C} = \frac{(400 - 300)\,\cancel{K}}{400\,\cancel{K}} = 0,25$$

Por tanto el rendimiento máximo (inalcanzable) de esa máquina sería del 25 %

Si suponemos que absorbe 100 J de energía a la temperatura superior seríamos capaces de obtener 25 J de energía útil, transferible (trabajo) y 75 J serían cedidos a la temperatura inferior.

ELECTROSTÁTICA

La materia puede tener carga eléctrica. De hecho en los átomos existen partículas con carga eléctrica positiva (protones) y otras con carga eléctrica negativa (electrones)

La unidad S.I de carga eléctrica es el culombio (C), aunque como resulta excesivamente grande, en la práctica se utilizan submúltiplos de la misma:

Microculombio (μC). 1 μC = 10^{-6} C

Nanoculombio (nC) . 1 n C = 10^{-9} C

Picoculombio (pC). 1 pC = 10^{-12} C

Es un hecho experimental conocido que cargas de distinto signo se atraen y del mismo se repelen.

La fuerza ejercida entre dos cargas (supuestas puntuales) viene descrita por la **Ley de Coulomb** (1785) que establece que **la fuerza con que dos cargas se atraen o se repelen es directamente proporcional al producto de las cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa:**

$$F = k\frac{Q\,q}{d^2}$$

La constante de proporcionalidad, k, depende del medio en el que estén situadas las cargas (vacío, aire, agua…) y para el vacío o el aire, y en unidades S.I, vale:

$$k = 9\,10^9\ \frac{Nm^2}{C^2}$$

Normalmente el valor de k se escribe en función de una nueva constante, característica de cada medio llamada **permitividad o constante dieléctrica del medio, ε:**

$$k = \frac{1}{4\,\pi\,\varepsilon}$$

Para el S.I y para el vacío o el aire la permitividad (ε_0) vale:

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi.\,9.10^9}\ \frac{C^2}{N.m^2}$$

Por tanto k :

$$k = \frac{1}{\cancel{4\pi}\ \frac{1}{\cancel{4\pi}\ 9.10^9\ \frac{N.m^2}{C^2}}} = 9.10^9\ \frac{N.m^2}{C^2}$$

Se puede considerar que la permitividad da idea de la capacidad del medio para transmitir la interacción eléctrica.

En un medio con un permitividad alta (k, pequeña) la fuerza entre dos cargas será más pequeña que en otro en el que la permitividad sea baja (k, grande). El primer medio "transmite" peor la interacción entre cargas. Es más aislante (en física los medios aislantes reciben el nombre de *dieléctricos* de ahí el nombre de constante dieléctrica)

Rigurosamente la expresión de la Ley de Coulomb debería ser una expresión vectorial:

$$\vec{F} = k\frac{Q\,q}{d^2}\,\vec{u}_r$$

Donde $\vec{u}_r$ es un vector unitario en la dirección de la línea que une ambas cargas y sentido siempre saliendo de la carga que ejerce la fuerza.

Por tanto si la fuerza es positiva tiene el mismo sentido que $\vec{u}_r$ y si es negativa, sentido contrario.

Fuerza ejercida sobre una carga positiva. La fuerza tiene el mismo sentido que $\vec{u}_r$

Fuerza ejercida sobre una carga negativa. La fuerza tiene sentido contrario a $\vec{u}_r$

Ejemplo 1

Calcular la fuerza entre dos cargas:

a) De + 5 μC y +3 μC situadas a 10 cm.

b) De + 5 μC y -3 μC situadas a 10 cm.

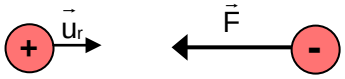
Solución:

a) Aplicando la Ley de Coulomb:

$$F = k\frac{q\,Q}{d^2} = 9.10^9\ \frac{N.\cancel{m^2}}{\cancel{C^2}}\ \frac{3.10^{-6}\ \cancel{C}\ 5.10^{-6}\ \cancel{C}}{0{,}10^2\ \cancel{m^2}} = 13{,}5\ N$$

b) Aplicando la Ley de Coulomb:

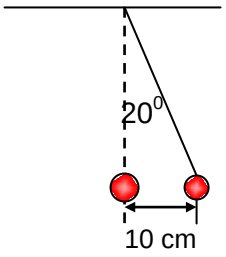
$$F = k\frac{q\,Q}{d^2} = 9.10^9\ \frac{N.\cancel{m^2}}{\cancel{C^2}}\ \frac{(-3.10^{-6}\ \cancel{C})\ 5.10^{-6}\ \cancel{C}}{0{,}10^2\ \cancel{m^2}} = -13{,}5\ N$$



En el primer caso el sigo es positivo, indicando que el vector fuerza va en el mismo sentido que $\vec{u}_r$. En el segundo caso la fuerza lleva sentido apuesto a $\vec{u}_r$

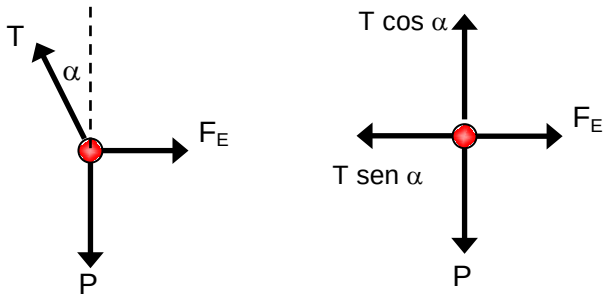
Ejemplo 2

Una esfera metálica de masa 10 g con carga + 2 μC, se cuelga de un hilo y se le aproxima otra esfera con carga del mismo signo. Cuando ambas están separadas 10 cm el ángulo que forma el hilo con la vertical es de 20^0 ¿Cuál es la carga de la segunda esfera?



Solución:

Como ambas esferas tienen carga del mismo signo, se repelerán. Las fuerzas que actúan sobre la esfera colgada del hilo serán: el peso, la tensión de la cuerda y la fuerza de repulsión electrostática:



Si la carga se encuentra en equilibrio debe cumplirse: $T\,\text{sen}\,\alpha - F_E = 0$

$T\cos\alpha - m\,g = 0$

Eliminamos T dividendo ambas ecuaciones y despejamos la incógnita:

$$T\,\text{sen}\,\alpha = F_E$$

$$T\cos\alpha = mg$$

$$\frac{\cancel{T}\,\text{sen}\,\alpha}{\cancel{T}\cos\alpha} = \frac{F_E}{m\,g};\quad \tan\alpha = \frac{F_E}{m\,g};\quad F_E = m\,g.\tan\alpha$$

$$k\frac{q\,Q}{d^2} = m\,g.\tan\alpha;\quad Q = \frac{m\,g.\tan\alpha.\,d^2}{k\,q}$$

$$Q = \frac{m\,g.\tan\alpha.\,d^2}{k\,q} = \frac{0{,}010\ \cancel{kg}\ 10\ \frac{\cancel{m}}{\cancel{s^2}}\ \tan 20^0\ 0{,}10^2\ \cancel{m^2}}{9.10^9\ \frac{N.\cancel{m^2}}{\cancel{C^2}}\ 2.10^{-6}\ \cancel{C}} = 2.10^{-8}C = 200\ \mu C$$

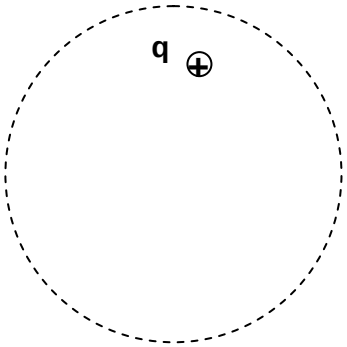
CAMPO ELÉCTRICO. CONCEPTOS BÁSICOS

Cuando estudiamos la Dinámica representamos las acciones ejercidas sobre los cuerpos mediante fuerzas. Indicamos que para determinar las acciones ejercidas sobre los cuerpos debíamos tener en cuenta las cosas que estuvieran en contacto con el cuerpo. Sin embargo, cuando hablamos de la interacción entre cargas, tenemos que una carga actúa sobre la otra sin tener aparente contacto con ella (lo mismo sucede en el caso de la interacción gravitatoria)

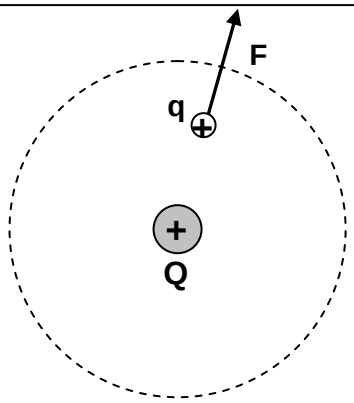
Inicialmente se "resolvió" el problema considerando que podían existir fuerzas (tales como la eléctrica o la gravitatoria) que actuasen "a distancia". Sin embargo el posterior desenvolvimiento de la Física mostró que esta concepción daba lugar a serias contradicciones. Para resolver estas contradicciones se estableció ***el concepto de campo.***

Imaginemos una zona del espacio en la que no exista ninguna carga. Si introducimos una pequeña carga puntual +q (carga de prueba) no se detectará acción alguna sobre ella.

Si ahora colocamos una carga +Q, la presencia de esta carga modificará las propiedades del espacio circundante y si volvemos a introducir la carga de prueba, ésta acusará la existencia de una acción (fuerza) sobre ella que tiende a alejarla de la carga +Q



Una carga de prueba situada en una región del espacio desprovista de cargas no "siente" fuerza alguna.



Si se introduce una carga, Q, las propiedades del espacio se modifican y la carga "siente" una fuerza de repulsión.

Se dice que la carga +Q crea un campo a su alrededor que actúa sobre la carga de prueba +q. De esta manera la acción deja de ejercerse a distancia y es el campo el responsable de la acción ejercida sobre la carga de prueba.

El campo es una entidad física medible. Se define la intensidad de campo eléctrico en un punto como la fuerza ejercida sobre la unidad de carga colocada en ese punto.

Es decir:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

El campo eléctrico, como puede observarse, es un vector. Su unidad de medida en el S.I. es el N/C.

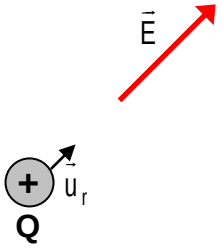
Utilizando la Ley de Coulomb, llegamos a la siguiente expresión:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = \frac{k\frac{Q \cancel{q}}{r^2}\vec{u}_r}{\cancel{q}} = k\frac{Q}{r^2}\vec{u}_r$$

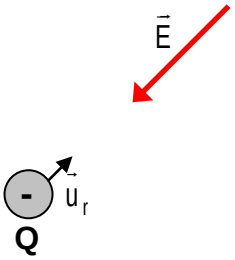
Luego el valor del campo eléctrico en un punto depende sólo del valor de la carga que crea el campo y de la distancia.

Si la carga que crea el campo es positiva $\vec{E}$ y $\vec{u}_r$ tendrán el mismo sentido.

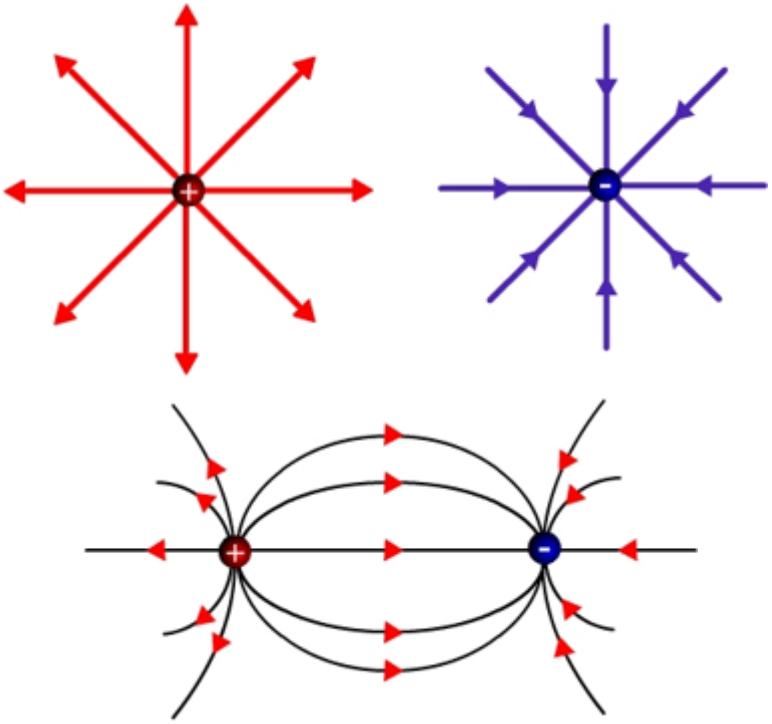
Si la carga que crea el campo es negativa, $\vec{E}$ y $\vec{u}_r$ tendrán sentido contrario.



El campo creado por una carga positiva tiene el mismo sentido que $\vec{u}_r$



El campo creado por una carga negativa tiene sentido contrario a $\vec{u}_r$



Con el fin de visualizar el campo se recurre a las llamadas **"líneas de campo"** (izquierda) que se dibujan de forma tal, que el vector campo sea tangente a ellas en cada punto.

Las líneas de campo siempre salen de una carga positiva ("fuentes" de campo) y entran hacia las negativas ("sumideros" de campo)

Si una carga positiva es abandonada en un campo seguirá una línea de campo en el sentido que indican las flechas. Por el contrario, una carga negativa seguirá la línea de campo, pero en sentido contrario al indicado por las flechas.

Como se observa el campo es creado por la carga central y existe con independencia de que otra carga se sitúe en su seno o no.

Si ahora se introduce una carga de prueba (q) el campo ejerce una acción sobre ella. Esto es, una fuerza, que se puede calcular aplicando la definición de intensidad de campo:

$$\vec{F} = q\,\vec{E}$$

Imaginemos ahora la siguiente situación:

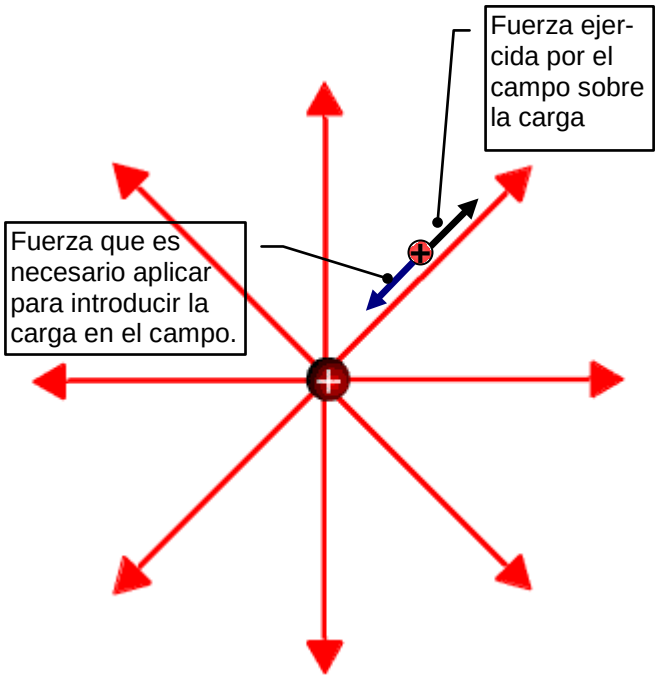
En un campo eléctrico creado por una carga positiva (Q) se introduce una carga de prueba (q), aplicando una fuerza contraria a la ejercida por el campo. Cuando se suelte, la carga será repelida y se moverá alejándose de la carga que crea el campo.

Tenemos una situación idéntica a la descrita cuando elevábamos un objeto (situado en un campo gravitatorio) o cuando comprimíamos un muelle. La energía comunicada al cuerpo se acumulaba con energía potencial que era liberada como energía cinética si se dejaba actuar a la fuerza.

La energía necesaria para traer una carga positiva desde fuera del campo hasta un punto de éste se acumula como energía potencial.

El valor de la energía potencial en un punto (igual al trabajo realizado contra el campo para traer la carga desde fuera del campo) se puede calcular usando la siguiente expresión:

$$E_p = k\frac{q\,Q}{r}$$



Si dividimos la energía potencial en un punto por el valor de la carga situada en ese punto, obtenemos una nueva magnitud, **el potencial en ese punto, V,** que, a diferencia de la energía potencial, no depende del valor de la carga introducida, sino sólo de la carga que crea el campo (y de la distancia, por supuesto):

$$V = \frac{E_p}{q} = \frac{k \frac{\not{q}\, Q}{r}}{\not{q}} = k \frac{Q}{r}$$

El potencial (que es un número, no un vector) puede tener signo positivo o negativo, dependiendo del signo de Q. Su unidad en el S.I es el J/C al que se le d el nombre de voltio (V)

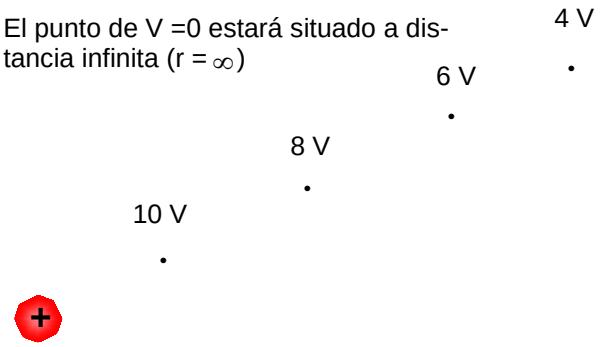
Un potencial positivo implica que el punto considerado está dentro del campo creado por una carga positiva. Cuanto mayor sea el potencial, mayor será el valor de Q y, en consecuencia, mayor energía potencial tendrá la carga situada en él:

$$E_p = q\, V$$

Análogamente un potencial negativo implica que el punto considerado está dentro del campo creado por una carga negativa.

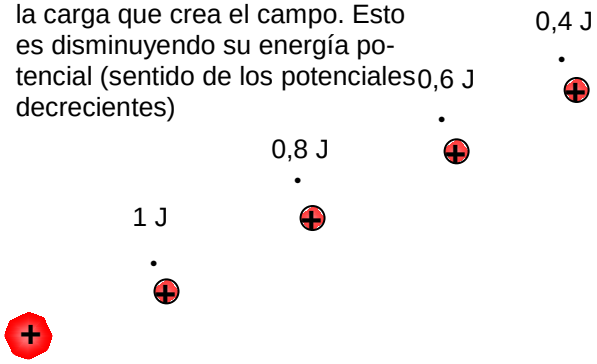
Valores del potencial en varios puntos del campo de una carga positiva. El potencial disminuye a medida que nos alejamos de la carga.

El punto de V =0 estará situado a distancia infinita (r = ∞)



Si colocamos una carga positiva de + 0,1 C en cada uno de esos puntos, adquirirá una energía potencial dada por Ep = q V

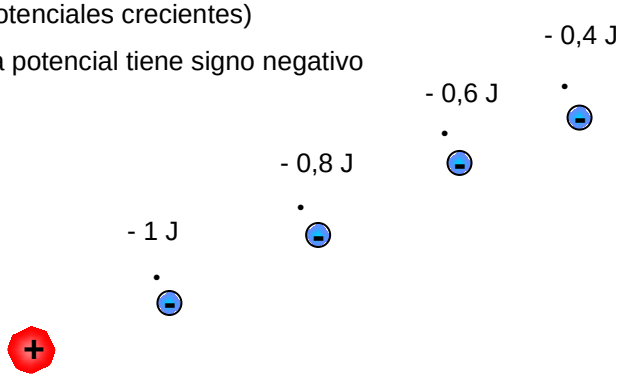
Si la carga se deja libre, se moverá en el sentido de alejarse de la carga que crea el campo. Esto es disminuyendo su energía potencial (sentido de los potenciales decrecientes)



Si colocamos ahora una carga negativa de - 0,1 C en cada uno de esos puntos, adquirirá una energía potencial dada por Ep = q V

Si la carga se deja libre, se moverá en el sentido de acercarse a la carga que crea el campo. Esto es disminuyendo su energía potencial (sentido de los potenciales crecientes)

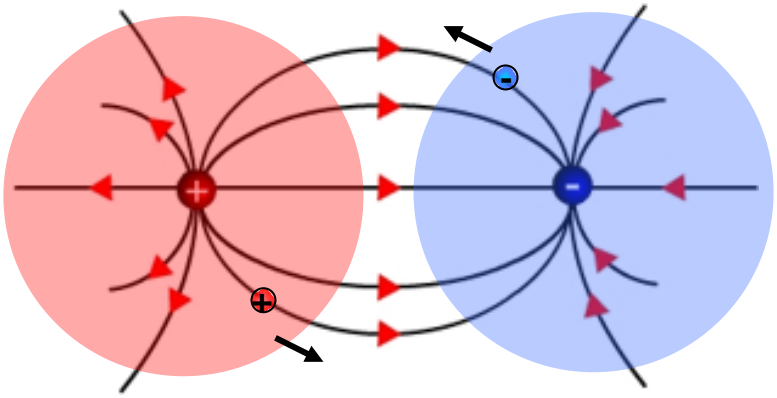
Reparar que ahora la energía potencial tiene signo negativo



Resumiendo lo anterior:

- Cuando las cargas se introducen en un campo se mueven espontáneamente (siguiendo las líneas de campo) en la dirección en que su energía potencial disminuye.
- Una carga positiva se moverá en la dirección de los potenciales decrecientes. O lo que es lo mismo, desde las zonas de mayor potencial a las de menor potencial
- Una carga negativa se moverá en la dirección de los potenciales crecientes. O lo que es lo mismo, desde las zonas de menor potencial a las de mayor.

En la figura se ha representado con un círculo rojo la zona de potencial netamente positiva y en azul la que tendría un potencial negativo. Una carga positiva se moverá espontáneamente, siguiendo la línea de campo, desde la zona de potencial positivo hacia la zona de potencial negativo. Por el contrario, una carga negativa se mueve hacia los potenciales positivos.



Conclusión:

Para lograr que las cargas se muevan entre dos puntos hemos de conseguir que dichos puntos se encuentren a distinto potencial.

Una manera de conseguir esto es acumular cargas positivas en una zona y negativas en otra.

CONCEPTOS BÁSICOS DE QUÍMICA

Los átomos de distintos elementos pueden unirse mediante un enlace (iónico o covalente) formando un compuesto.

- **Cuando se forma un compuesto se obtiene una nueva sustancia cuyas propiedades no tienen nada que ver con las de los elementos que lo forman.**
- **Cuando dos (o más) elementos se combinan para formar un compuesto lo hacen siempre en la misma proporción.**
- Una vez formado el compuesto no es fácil volver a obtener los elementos que lo integran. Algunas veces sólo podemos lograr una recuperación parcial (de alguno de los elementos), y hay que usar procedimientos muy distintos a los usados para separar las mezclas (decantación, filtración, destilación…) los cuales, en muchas ocasiones, implican el aporte de una cantidad considerable de energía.

Algunas veces los compuestos se pueden romper, y obtener los elementos que los forman, calentándolos fuertemente.

Por ejemplo, calentando un óxido de mercurio se desprende un gas: el oxígeno y se observa que en las partes frías del recipiente que contiene el óxido aparecen unas gotitas brillantes de mercurio metálico.

NOTA. Para realizar este experimento hay que tomar precauciones. Los vapores de mercurio son muy tóxicos.

La electrolisis utiliza la corriente eléctrica para romper los compuestos y obtener los elementos que los integran.

De esta manera se puede descomponer el agua en sus elementos: hidrógeno y oxígeno.

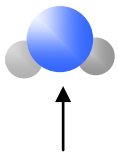
Una molécula es un conjunto de átomos unidos mediante enlace covalente. Cuando los átomos enlazados no son iguales tenemos *la molécula* de un compuesto.

La molécula es la unidad más pequeña de los compuestos, ya que si la rompemos obtendremos los elementos que la forman, pero ya no existirá el compuesto.

Las moléculas se representan mediante una fórmula química, que consta de los símbolos de los elementos que la forman, afectados de unos subíndices que indican la proporción en que los átomos están combinados.

Conviene recordar que **los compuestos iónicos no forman moléculas, sino grandes agregados de iones o cristales**. En este caso, la fórmula indica los iones enlazados y la proporción en que se encuentran.

Las moléculas tienen formas distintas: lineales, triangulares, tetraédricas que viene determinada por el número de átomos o grupos

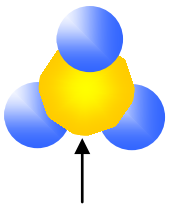


Molécula de agua.

Fórmula: H_2O

Proporción:

2 átomos de H
1 átomo de O



Molécula de trióxido de azufre.

Fórmula: SO_3

Proporción:

1 átomo de S
3 átomos de O

Na Cl

Fórmula de un compuesto iónico.

Iones que se enlazan: Cl^- y Na^+

Proporción:

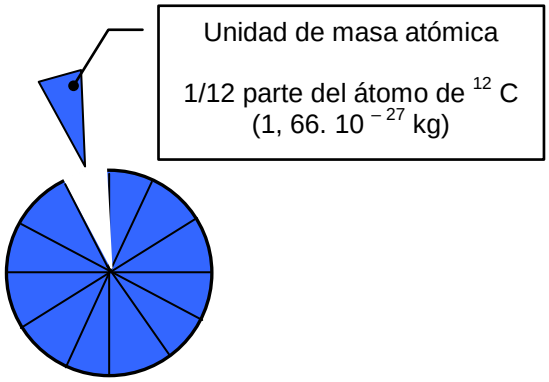
1 ión Cl^-
1 ión Na^+

Los átomos son extraordinariamente pequeños y su masa, en consecuencia, pequeñísima. Tanto que si usamos como unidad para medirla las unidades de masa a las que estamos acostumbrados, obtendríamos valores muy pequeños, difícilmente manejables.

Por ejemplo, el átomo de hidrógeno tiene una masa de $1{,}66\ 10^{-27}$ kg y el de carbono $2{,}00\ 10^{-26}$ kg

Por esta razón para medir la masa de los átomos se adopta una nueva unidad: **la unidad de masa atómica (u.m.a). La u.m.a se define de la siguiente manera:**

Consideremos un átomo del isótopo más abundante de C, el ^{12}C; lo dividimos en doce partes iguales y tomamos una de ellas. *La masa de esta parte sería la unidad de masa atómica.*



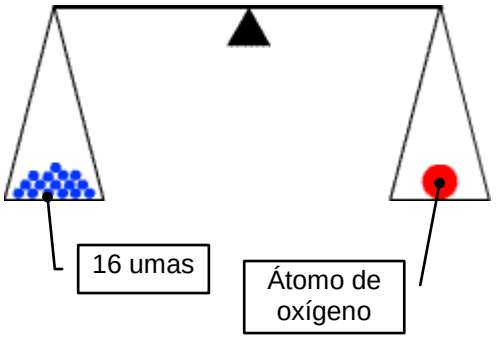
Considerando esta nueva unidad el ^{12}C tiene una masa de 12 u

Se define la unidad de masa atómica como la doceava parte de la masa del átomo de ^{12}C

La masa de los átomos se determina comparándola con la de la unidad de masa atómica.

Imaginemos una balanza capaz de pesar átomos (es una ficción, no es real). Si quisiéramos determinar la masa de un átomo de oxígeno lo pondríamos en un platillo e iríamos añadiendo unidades de masa atómica al otro. Cuando se equilibrara la balanza sólo tendríamos que contar cuántas umas hemos colocado en el otro platillo y tendríamos la masa del átomo de oxígeno en umas.

En el ejemplo que se puede ver a la derecha la masa del átomo de oxígeno considerado serían dieciséis umas (16 u).



Ejemplos:

Protón : 1,00728 umas

Neutrón: 1,00866 umas

Electrón: 0,00055 umas

La masa atómica del protón y del neutrón es muy aproximadamente 1 uma, mientras que la masa del electrón es notablemente más baja (aproximadamente 1 830 veces más pequeña que la masa del protón)

Cuando se habla de la masa atómica de un elemento hemos de tener en cuenta *que los átomos de un mismo elemento no son exactamente iguales*. Existen isótopos que, aunque tienen idéntico comportamiento químico, son un poco mas pesados unos que otros (ya que tienen distinto número de neutrones).

El *peso atómico se obtiene entonces como media ponderada de los isótopos naturales del elemento.*

Ejemplo:

El cloro se encuentra en la naturaleza como mezcla de dos isótopos: ^{35}Cl y ^{37}C. El primero de ellos tiene una masa de 34,97 u y una abundancia del 75,53%, mientras que el segundo tiene una masa atómica de 36,97 u y una abundancia de 24,47%. Teniendo en cuenta estos datos la masa del elemento cloro se calcula de la siguiente forma:

$$(0{,}7553 \times 34{,}97) + (0{,}2447 \times 36{,}97) = 35{,}46 \text{ u}$$

Teniendo en cuenta lo anterior podríamos preguntarnos:

¿Cuántos átomos de ^{12}C sería necesario reunir para tener una masa "manejable" en el laboratorio, por ejemplo, 12,0 g (valor de la masa atómica expresada en gramos)?

$$0{,}012 \text{ kg de } {}^{12}C \frac{1 \text{ u}}{1{,}66.10^{-27} \text{ kg}} \cdot \frac{1 \text{ átomo de } {}^{12}C}{12 \text{ u}} = 6{,}02.10^{23} \text{ átomos de } {}^{12}C$$

El número **6,02. 10 ^{23}** es muy importante en química.

Recibe el nombre de **Número o Constante de Avogadro (N_A)**

Es el número de átomos de C que hay que reunir para que su masa sea igual a 12 g (el valor de la masa atómica en gramos).Por tanto:

Masa de 1 átomo de C: 12,0 u

Masa de 6,02.10^{23} átomos de C: 12,0 g

Comparemos ahora las masas de un átomo de C y uno de H:

Masa de 1 átomo de C : 12 u; masa de 1 átomo de H: 1 u

Observa que un átomo de H tiene una masa 12 veces inferior a uno de C.

Si ahora tomamos **6,02.10^{23}** átomos de C y el mismo número de átomos de H, resultará que éstos tendrán una masa 12 veces menor:

Masa de 6,02.10^{23} átomos de C: 12,0 g; masa de 6,02.10^{23} átomos de H: 1,0 g

Si repetimos este razonamiento para otros átomos llegaríamos a idénticas conclusiones:

Masa de 6,02.10^{23} átomos de O: 16,0 g

Masa de 6,02.10^{23} átomos de N: 14,0 g

Masa de 6,02.10^{23} átomos de S: 32,0 g

Como se ha dicho más arriba, si se toma una cantidad de carbono, tal que contenga 6,02.10^{23} átomos, y la pesamos, su masa será de 12,0 g.

Invirtiendo el razonamiento**: si pesamos 12,0 g de carbono, podemos asegurar que en esa cantidad habrá 6,02.10 ^{23} átomos de C.**

Se define el mol como la cantidad de sustancia que contiene 6,02.10 ^{23} unidades elementales. Cuando se usa el mol las unidades elementales pueden ser átomos, moléculas, iones… etc.

El mol es la unidad de cantidad de sustancia del Sistema Internacional de Unidades (S.I.)

Así:

1mol de (átomos) de **carbono**	es la cantidad de **carbono**	que contiene **6,02.10 ^{23} átomos de carbono**	su masa es **12,0 g**
1mol de (átomos) de **hierro**	es la cantidad de **hierro**	que contiene **6,02.10 ^{23} átomos de hierro**	su masa es **63,5 g**
1mol de (moléculas) **de agua**	es la cantidad de **agua**	que **contiene 6,02.10 ^{23} moléculas de agua**	su masa es **18,0 g**

La masa de 1 mol de sustancia es su masa atómica o molecular expresada en gramos.

El concepto de mol permite relacionar **la masa o el volumen de una sustancia** (medida en gramos o cm^3) con el número de entidades elementales que la forman (átomos, moléculas, iones…) Podemos contar entidades elementales determinando la masa o midiendo volúmenes:

$$30{,}0\ \text{g}\,\text{CO}_2 \cdot \frac{1\ \text{mol}\,\text{CO}_2}{44{,}0\ \text{g}\,\text{CO}_2} \cdot \frac{6{,}02.10^{23}\ \text{moléculas}\,\text{CO}_2}{1\ \text{mol}\,\text{CO}_2} = 4{,}10.10^{23}\ \text{moléculas}\,\text{CO}_2$$

Si, por ejemplo, queremos coger el doble de moléculas de H_2 que de O_2 para que reaccionen, deberemos coger el doble de moles ó 4,0 g de H_2 y 32,0 g de O_2 :

$$2\ \text{mol}\,\text{H}_2 \cdot \frac{2{,}0\ \text{g}\,\text{H}_2}{1\ \text{mol}\,\text{H}_2} = 4{,}0\ \text{g}\,\text{H}_2$$

$$1\ \text{mol}\,\text{O}_2 \cdot \frac{32{,}0\ \text{g}\,\text{O}_2}{1\ \text{mol}\,\text{O}_2} = 32{,}0\ \text{g}\,\text{O}_2$$

Fórmulas químicas. Información que suministran

Las fórmulas usadas en química suministran gran información sobre los compuestos que representan.

Ejemplo: H_2CO_3

- La fórmula representa una molécula (unidad básica de un compuesto) de ácido carbónico. Esta molécula está formada por 2 átomos de H, 1 de C y 3 de O unidos mediante enlace covalente.
- La masa de una molécula de H_2CO_3 es 62,0 umas (sumando las masas de los átomos)
- La masa de 1 mol (de moléculas) será 62,0 g

Apoyándonos en la fórmula podemos establecer la **composición centesimal del compuesto**. Esto es, su composición en tanto por ciento.

Ejemplo 1.

Obtener la composición centesimal del ácido carbónico (H_2CO_3)

Solución:

Calculamos primero la masa molecular del compuesto:

H_2CO_3	H : 1,0 . 2 = 2,0 C: 12,0 .1 = 12,0 O: 16,0 .3 = 48,0 62,0	La masa de un mol de H_2CO_3 es 62,0 g. Esos 62,0 g, se distribuyen de la siguiente manera: • 2,0 g de H • 12,0 g de C • 48,0 g de O

Podemos plantear, por tanto, los siguientes cálculos para establecer el tanto por ciento de cada elemento:

$$\frac{2,0\ g\ H}{62,0\ \cancel{compuesto}}\ \frac{100\ \cancel{g\ compuesto}}{100\ g\ compuesto} = 3,23\ \frac{g\ H}{100\ compuesto} = 3,23\ \%\ H$$

$$\frac{12,0\ g\ C}{62,0\ \cancel{compuesto}}\ \frac{100\ \cancel{g\ compuesto}}{100\ g\ compuesto} = 19,35\ \frac{g\ C}{100\ compuesto} = 19,35\ \%\ C$$

$$\frac{48,0\ g\ 0}{62,0\ \cancel{compuesto}}\ \frac{100\ \cancel{g\ compuesto}}{100\ g\ compuesto} = 77,42\ \frac{g\ O}{100\ compuesto} = 77,42\ \%\ O$$

Ejemplo 2.

¿Qué compuesto es más rico en oxígeno el $KClO_3$ o el N_2O_4?

$KClO_3$	K : 39,1 . 1 = 39,1 Cl: 35,5 .1 = 35,5 O: 16,0 .3 = 48,0 122,6	N_2O_4	N : 14,0 . 2 = 28,0 O: 16,0 .4 = 64,0 92,0

En el $KClO_3$: $$\frac{48,0\ g\ 0}{122,6\ \cancel{compuesto}}\ \frac{100\ \cancel{g\ compuesto}}{100\ g\ compuesto} = 39,15\ \frac{g\ O}{100\ compuesto} = 39,15\ \%\ O$$

En el N_2O_4 : $$\frac{64,0\ g\ 0}{92,0\ \cancel{compuesto}}\ \frac{100\ \cancel{g\ compuesto}}{100\ g\ compuesto} = 69,57\ \frac{g\ O}{100\ compuesto} = 69,57\ \%\ O$$

Determinación de la fórmula de un compuesto conocida su composición centesimal

Ejemplo 3.

Stanislao Cannizzaro
Palermo. Sicilia.
(1826 – 1910)

Se analiza un compuesto de C e H obteniéndose un 80,0 % de C y un 20,0 % de hidrógeno.

La determinación aproximada de su masa molecular dio un valor de 29, 5 g/mol.

Determinar la fórmula de la sustancia.

Solución:

El método propuesto por Cannizzaro permite averiguar la **fórmula probable** de la sustancia (también llamada **fórmula empírica**). Si además se conoce la masa molecular (aunque sea aproximada), se puede determinar la **fórmula verdadera o molecular.**

Partimos del significado de la composición centesimal.

Que el compuesto tenga un 80 % de C y un 20% de H, significa que si tomamos 100,0 g de compuesto, 80,0 g serán de C, y 20,0 g de H.

Calculamos a continuación los moles de cada elemento contenidos en 100 g de compuesto:

$$80{,}0\ \cancel{g\,C}\ \frac{1\,\text{mol átomos C}}{12{,}0\ \cancel{g\,C}} = 6{,}67\ \text{mol átomos C}$$

$$20{,}0\ \cancel{g\,H}\ \frac{1\,\text{mol átomos H}}{1{,}0\ \cancel{g\,H}} = 20{,}0\ \text{mol átomos H}$$

Luego los átomos contenidos en 100,0 g de compuesto estarán en esa relación. Si tomamos el más pequeño de los valores como unidad, podemos determinar en qué relación están combinados. Para lograrlo dividimos todos los valores por el menor y aproximamos al valor entero:

$$C:\ \frac{6{,}67}{6{,}67} = 1 \rightarrow 1$$

$$H:\ \frac{20{,}0}{6{,}67} = 2{,}9 \rightarrow 3$$

Por tanto una fórmula posible para la molécula será CH_3 , pero hay que tener en cuenta que en las siguientes moléculas: C_2H_6 C_3H_9 y C_4H_{12} , también los átomos están combinados en proporción 1 : 3 . Es decir, si no conocemos más datos sólo podemos afirmar que **la fórmula probable o empírica** del compuesto será **$(CH_3)_n$**

El conocimiento de la masa molecular del compuesto permite establecer cuál es la fórmula molecular. Efectivamente. La masa molecular de CH_3 es 15,0 g/mol. Si nos dicen que la masa molecular aproximada es 29,5 g/mol, deducimos que n =2. Por tanto, la fórmula molecular del compuesto será : **C_2H_6.**

Una vez determinada la fórmula molecular se puede establecer su masa atómica exacta sumando las masas atómicas de los átomos que la integran.

NOTA.

Puede ocurrir que tras la división por el menor número nos de números tales como:

Elemento A : 1,00

Elemento B : 1,45

Elemento C : 2,95

Es decir, que alguno de los números esté próximo a 0,50, 1,50, 2,50…etc. En este caso para obtener subíndices enteros, multiplicamos por 2 todos los números obtenidos:

Elemento A : 1,00 ⟶ 2

Elemento B : 1,45 ⟶ 2,90 ⟶ 3

Elemento C : 2,95 ⟶ 5,80 ⟶ 6

Fórmula empírica: $(A_2B_3C_6)_n$

GASES

Teoría cinética de la materia

Para poder explicar (ver preguntas más abajo) y entender el comportamiento de la materia, existe un modelo teórico que se basa en los siguientes postulados:

- **La materia está formada por pequeñas partículas.**
- **Entre las partículas que forman la materia no existe nada**. Hay vacío.
- **Existen unas fuerzas atractivas que tienden a juntar las partículas.**
- **Las partículas que forma un sistema material no están quietas, se mueven**. La energía cinética que poseen es proporcional a la temperatura. Esto es, si la temperatura es baja, su movimiento será lento. Si la temperatura asciende, se mueven más rápidamente.

¿Cuál es la diferencia entre un sólido, un líquido o un gas?

En un sólido las fuerzas entre las partículas que lo forman son muy grandes, por eso están muy juntas formando estructuras ordenadas. Aun en los sólidos las partículas no están quietas, sino que tienen un movimiento de vibración.

En un gas las fuerzas de atracción entre las partículas, aunque existen, son muy débiles. Por tanto se mueven en todas direcciones, chocando continuamente unas con otras y contra las paredes del recipiente que las contiene. Existe una gran separación entre las partículas, hay grandes espacios vacíos.

En un líquido ocurre una situación intermedia. Las fuerzas entre partículas no son tan grandes como en los sólidos, ni tan débiles como en los gases. Las partículas están más separadas que en los sólidos, pero menos que en los gases.

¿Qué ocurre cuando calentamos una sustancia?

Cuando calentamos, damos energía. **Esta energía es transferida a las partículas que forman la materia, lo que motiva que se muevan con mayor velocidad**.

Si por el contrario enfriamos, quitamos energía a las partículas que se moverán ahora más lentamente.

¿Por qué las sustancias cambian de estado?

El que una sustancia esté en un estado u otro, depende del equilibrio entre las fuerzas que tienden a juntar las partículas y de su tendencia a separarse, que será tanto mayor, cuanto mayor sea su energía. Si bajamos la temperatura, las partículas se moverán más lentamente y las fuerzas atractivas serán capaces de mantenerlas más juntas (el gas se transforma en líquido, y si seguimos enfriando, en sólido).

Si tenemos un sólido y lo calentamos, el movimiento de vibración de las partículas irá aumentando hasta que la energía sea suficiente para superar las fuerzas que las mantienen en sus posiciones. El sólido funde y se transforma en un líquido. Si seguimos calentando, pasará a gas.

¿Por qué, generalmente, los sólidos tienen densidades elevadas, mientras que los gases tienen una densidad baja y los líquidos presentan valores intermedios?

Si nos fijamos en la explicación anterior comprenderemos que en los sólidos la materia (partículas) tiende a estar muy junta. La masa por unidad de volumen será grande.

En los gases, al ser muy grande la separación entre las partículas, tendremos densidades pequeñas (poca masa por unidad de volumen), y en los líquidos la situación será intermedia.

¿Por qué los gases ejercen presión sobre las paredes de los recipientes? ¿Por qué la presión aumenta si metemos más gas o elevamos su temperatura?

Según la teoría cinética **la presión de un gas es debida a los continuos choques de las partículas que lo forman contra las paredes del recipiente.** Así entendemos que si metemos más gas en el recipiente, la presión aumenta (más choques), y si sacamos gas, la presión disminuye (menos choques).

Si elevamos la temperatura las partículas se moverán más rápidamente, lo que provocará un aumento de los choques.

Si enfriamos, se moverán más lentamente. Menos choques.

Por tanto, según la Teoría Cinética los gases pueden ser descritos como:

- Pequeñas moléculas con un movimiento caótico: se mueven a gran velocidad y en todas direcciones, chocando continuamente unas con otras y contra las paredes del recipiente.
- La presión es debida a los choques de las moléculas del gas con las paredes del recipiente.
- La energía cinética es directamente proporcional a la temperatura absoluta (Ec = k T)
- Las fuerzas intermoleculares son muy débiles.

Con el fin de obtener un modelo matemático que pueda describir el comportamiento de un gas (ideal, no real), se realizan ciertas simplificaciones del modelo anterior:

- Las moléculas de los gases se consideran puntos matemáticos (volumen nulo)
- No existen fuerzas entre las moléculas.

Estas simplificaciones permitieron un tratamiento dinámico-cinemático de los gases, considerándolos como un conjunto muy grande de pequeñas partículas en movimiento, que dio como fruto la obtención de una ecuación que describe su comportamiento:

$$P\,V = n\,R\,T$$

Es la llamada ***ecuación de estado para los gases perfectos,*** ya que relaciona las cuatro variables que caracterizan el estado de un gas:

- Presión (P). Medida en atmósferas (atm) (1 atm = 760 mm = 101.325 Pa)
- Volumen (V). Medido en litros (L)
- Número de moles (n)
- Temperatura. Medida en kelvins (K) (K = 273+ C)
- R es una constante, llamada constante de los gases perfectos, que vale: $0,08206\ \frac{\text{atm.litro}}{\text{K.mol}}$

La ecuación de estado para los gases perfectos no es aplicable estrictamente a los gases reales (ya que las hipótesis de partida no se cumplen), pero concuerda bastante bien con los datos obtenidos con gases no ideales, sobre todo si están a temperaturas no muy bajas y a presiones no demasiado elevadas.

Ejemplo 1

¿Cuál será el volumen ocupado por 0,50 moles de un gas medido a 20 ^{0} C y 760 mm de presión?

Solución:

$$P\,V = n\,R\,T$$

$$V = \frac{n\,R\,T}{P} = \frac{0,50\ \cancel{mol}\ 0,082\ \frac{atm.L}{K\ \cancel{mol}}\ 293\ \cancel{K}}{1\ \cancel{atm}} = 12,01 L$$

Ejemplo 2

Se recogen 1,25 moles de CO_2 en un recipiente de 20 L y a una temperatura de 25 ^{0}C. ¿Cuál será la presión ejercida por el gas?

Solución:

$$P\,V = n\,R\,T$$

$$P = \frac{n\,R\,T}{V} = \frac{1,25\ \cancel{mol}\ 0,082\ \frac{atm.\cancel{L}}{K\ \cancel{mol}}\ 298\ \cancel{K}}{20\ \cancel{L}} = 1,53\ atm$$

La ecuación para los gases perfectos se puede escribir de otras formas equivalentes.

Por ejemplo si tenemos ***a*** gramos de un gas cuya masa molecular es ***M*** g/mol, podemos calcular los moles de gas haciendo: $n = \frac{a}{M}$

Por tanto, podemos escribir:

$$P\,V = \frac{a}{M} R\,T$$

Donde:

a = gramos de gas
M= masa molecular del gas

Partiendo de la ecuación anterior:

$$P\,V = \frac{a}{M} R\,T$$

Operando, obtenemos:

$$P\,M = \frac{a}{V} R\,T = d\,R\,T$$

$$P\,M = d\,R\,T$$

Donde:

d = densidad del gas en g/L

Ejemplo 3

Calcular la masa molecular de una sustancia gaseosa sabiendo que 3,8 g de la misma, recogidos en un recipiente de 2,0 litros a una temperatura de 15 ^{0} C, ejercen una presión de 770 mm

Solución:

$$P\,V = \frac{a}{M} R\,T\,; \quad M = \frac{a\,R\,T}{P\,V} = \frac{3{,}8\ g\ 0{,}082\ \frac{atm\ L}{K.mol}\ 288\ K}{1{,}013\ atm\ 2{,}0\ L} = 44{,}3\ \frac{g}{mol}$$

Ejemplo 4

Determinar la densidad del metano (CH_4) medida a 1,5 atm de presión y 80 ^{0} C de temperatura.

Solución:

$$P\,M = d\,R\,T\,; \quad d = \frac{P\,M}{R\,T} = \frac{1{,}5\ atm\ 16{,}0\ \frac{g}{mol}}{0{,}082\ \frac{atm.L}{K.mol}\ 353\ K} = 0{,}83\ \frac{g}{L}$$

Ejemplo 5

En una reacción química se ha obtenido CO_2 que, una vez seco, se almacena en un matraz de 1,5 L a una temperatura de 18 ^{0}C, siendo su presión 800 mm. ¿Qué cantidad de gas (g) se ha obtenido en la reacción?

$$P\,V = \frac{a}{M} R\,T\,; \quad a = \frac{M\,P\,V}{R\,T} = \frac{44{,}0\ \frac{g}{mol}\ 1{,}052\ atm\ 1{,}5\ L}{0{,}082\ \frac{atm\ L}{K.mol}\ 291\ K} = 2{,}91\ g$$

Partiendo de la ecuación de los gases perfectos podemos deducir una serie de leyes (conocidas con anterioridad a la ecuación):

Procesos isotermos (T = cte). Ley de Boyle- Mariotte.

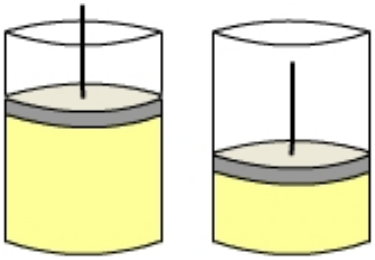
Si consideramos una cantidad dada de gas y aumentamos la presión (manteniendo constante la temperatura) su volumen disminuye.

Si por el contrario disminuimos la presión, su volumen aumenta. La relación entre P y V se puede obtener a partir de la ecuación de los gases perfectos:

$$P_1 V_1 = n R T$$
$$P_2 V_2 = n R T$$

$$\frac{P_1 V_1}{P_2 V_2} = 1; \quad P_1 V_1 = P_2 V_2; \quad P V = Cte$$

T = cte



P_1, V_1 P_2, V_2

Robert Boyle
Inglaterra
(1627 – 1691)

Edme Mariotte
Francia
(1620 – 1684)

Ley de Boyle – Mariotte (1662)

En un proceso isotermo, el producto de la presión ejercida por un gas por el volumen ocupado es constante. P y V son inversamente proporcionales.

Procesos isobaros (P = cte). Ley de Charles

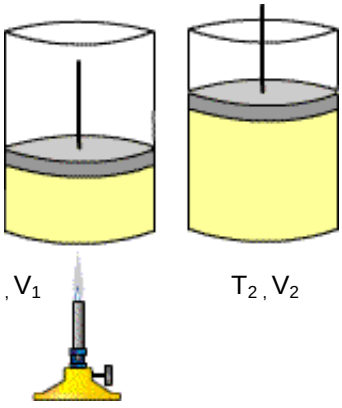
Si consideramos una cantidad dada de gas y aumentamos su temperatura (manteniendo constante la presión), su volumen aumenta.

Si por el contrario disminuimos la temperatura, su volumen disminuye. La relación entre T y V se puede obtener a partir de la ecuación de los gases perfectos:

$$P V_1 = n R T_1$$
$$P V_2 = n R T_2$$

$$\frac{\cancel{P} V_1}{\cancel{P} V_2} = \frac{\cancel{n R} T_1}{\cancel{n R} T_2}; \quad \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}; \quad V_1 T_2 = V_2 T_1$$

P = cte



T_1, V_1 T_2, V_2

Jacques Charles
Francia
(1746 – 1823)

Ley de Charles (1787)

En un proceso isobaro (P=cte), volumen y temperatura son directamente proporcionales.

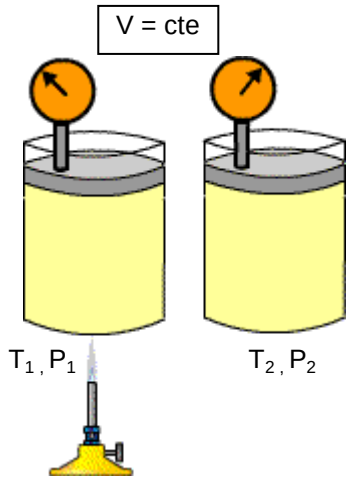
Procesos isocoros (V = cte). Ley de Gay-Lussac

Si consideramos una cantidad dada de gas y aumentamos su temperatura (manteniendo constante el volumen), su presión aumenta.

Si por el contrario disminuimos la temperatura, su presión disminuye. La relación entre T y P se puede obtener a partir de la ecuación de los gases perfectos:

$$P_1\,V = n\,R\,T_1$$
$$P_2\,V = n\,R\,T_2$$

$$\frac{P_1\,\cancel{V}}{P_2\,\cancel{V}} = \frac{\cancel{nR}\,T_1}{\cancel{nR}\,T_2}; \quad \frac{P_1}{P_2} = \frac{T_1}{T_2}; \quad P_1\,T_2 = P_2\,T_1$$



Louis J. Gay-Lussac
Francia
(1778 – 1850)

Ley de Gay-Lussac (1805)

En un proceso isocoro (V=cte), presión y temperatura son directamente proporcionales.

Hipótesis de Avogadro.

La ecuación de los gases perfectos sirve también para confirmar una hipótesis, emitida por Avogadro, que jugó un decisivo papel en el desenvolvimiento de la química. Concretamente, en el cálculo correcto de los pesos atómicos de los elementos.

Si consideramos volúmenes iguales de dos gases diferentes, medidos a igual presión y temperatura, llegamos a la conclusión que deben contener igual número de moles (o moléculas)

$$P\,V = n_1\,R\,T$$
$$P\,V = n_2\,R\,T$$

$$\frac{P\,V}{P\,V} = \frac{n_1\,RT}{n_2\,RT}; \quad n_1 = n_2$$

Amedeo Avogadro
Italia
(1776 – 1856)

Hipótesis de Avogadro (1811)

Volúmenes iguales de gases diferentes, medidos en las mismas condiciones de presión y temperatura, contienen el mismo número de moléculas.

De ello se deduce que 1 mol de cualquier sustancia gaseosa, a una P y T dadas, debe ocupar idéntico volumen. Si fijamos P = 1 atm y T = 273 K (condiciones normales), tendremos que 1 mol de cualquier sustancia gaseosa ocupará:

$$P\,V = n\,R\,T; \quad V = \frac{nRT}{P} = \frac{1\,\cancel{mol}\;0{,}082\,\frac{atm.L}{K.\cancel{mol}}\;273\,\cancel{K}}{1\,\cancel{atm}} = 22{,}4\,L$$

Ejemplo 6

De la descomposición térmica del clorato potásico se obtienen 0,130 moles de oxígeno que se recogen en un recipiente de 2 litros a 20 ^{0}

a) ¿Cuál será la presión en el recipiente?
b) ¿Cuál será la presión ejercida si la temperatura se eleva hasta 50 ^{0} C?

Solución:

a)

$$P\,V = n\,R\,T; \quad P = \frac{nRT}{V} = \frac{0{,}130\ \cancel{mol}\ 0{,}082\ \frac{atm.\cancel{L}}{\cancel{K}.\cancel{mol}}\ 293\ \cancel{K}}{2\ \cancel{L}} = 1{,}56\ atm$$

b) Proceso a V =cte.

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{T_1}{T_2}; \quad P_2 = \frac{T_2}{T_1} P_1; \quad P_2 = \frac{323\ \cancel{K}}{293\ \cancel{K}}\ 1{,}56\ atm = 1{,}72\ atm$$

Ejemplo 7

Cierta cantidad de gas se recoge en un matraz de 1,5 L a una temperatura de 20 ^{0} C y se determina su presión encontrándose que es 850 mm. Si se trasvasa el gas a un matraz de 1,0 L

a) ¿A qué temperatura se deberá mantener el recipiente para que su presión sea como máximo de1,60 atm?
b) Determinar la cantidad de gas (moles)
c) ¿Cuál será la presión si por descuido la temperatura se eleva hasta 15 ^{0} C?

Solución:

En este ejemplo se produce una variación simultánea de P, V y T, manteniéndose invariable la cantidad de gas.

a)

$$P_1\,V_1 = n\,R\,T_1 \qquad \frac{P_1\,V_1}{P_2\,V_2} = \frac{\cancel{n\,R}\ T_1}{\cancel{n\,R}\ T_2}; \quad \frac{P_1\,V_1}{P_2\,V_2} = \frac{T_1}{T_2}; \quad T_2 = T_1 \frac{P_2\,V_2}{P_1\,V_1}$$
$$P_2\,V_2 = n\,R\,T_2$$

$$T_2 = T_1 \frac{P_2\,V_2}{P_1\,V_1} = 293\ K\ \frac{1{,}60\ \cancel{atm}\ 1{,}0\ \cancel{L}}{1{,}12\ \cancel{atm}\ 1{,}5\ \cancel{L}} = 279\ K = 6\ ^0C$$

b) Usamos las condiciones iniciales para calcular la cantidad de gas

$$P_1\,V_1 = n\,R\,T_1; \quad n = \frac{P_1\,V_1}{R\,T_1} = \frac{1{,}12\ \cancel{atm}\ 1{,}5\ \cancel{L}}{0{,}082\ \frac{\cancel{atm}.\cancel{L}}{\cancel{K}.mol}\ 293\ \cancel{K}} = 0{,}07\ moles$$

c) Aunque podemos resolver la cuestión usando los moles calculados en el apartado anterior, vamos a resolverlo usando datos del enunciado:

$$\frac{P_1\,V_1}{P_2\,V_2} = \frac{T_1}{T_2}; \quad P_2 = P_1\,\frac{T_2\,V_1}{T_1\,V_2} = 1{,}12\ atm\ \frac{288\ \cancel{K}\ 1{,}5\ \cancel{L}}{293\ \cancel{K}\ 1{,}0\ \cancel{L}} = 1{,}65\ atm = 1254\ mm$$

Si usáramos el resultado del apartado b), obtendríamos:

$$P\,V = n\,R\,T; \quad P = \frac{n\,R\,T}{V} = \frac{0{,}07\ moles\ 0{,}082\ \frac{atm.\cancel{L}}{\cancel{K}.mol}\ 288\ \cancel{K}}{1{,}0\ \cancel{L}} = 1{,}65\ atm = 1254\ mm$$

Constante de Avogadro. Moles y Gases

1. Calcular el número de átomos y moléculas presentes en:

a) En 0,5 moles de SO_2.
b) En 14,0 g de nitrógeno (gas)
c) En 4,0 g de hidrógeno (gas)

Sol: a) $9{,}03.10^{23}$ átomos; $3{,}01.10^{23}$ moléculas de SO_2
b) $6{,}02.10^{23}$ átomos de N; $3{,}01.10^{23}$ moléculas de N_2
c) $2.41.\ 10^{24}$ átomos de H; $1{,}20.\ 10^{24}$ moléculas de H_2

2. Se tienen 8,5 g de amoniaco y eliminamos $1{,}5\ 10^{23}$ moléculas.

a) ¿Cuántos moles de amoniaco quedan?
b) ¿Cuántas moléculas de amoniaco quedan?
c) ¿Cuántos gramos de amoniaco quedan?
Sol: a) 0,25 moles de NH_3 ; b) $1.5\ 10^{23}$ moléculas ; c) 4,3 g de NH_3

3. En estado gaseoso las moléculas de azufre están formadas por formadas por agrupamientos de ocho átomos (S_8). Si consideramos una muestra de 5 g de azufre gaseoso, calcular:

a) El número de moles de moléculas (S_8)
b) El número de moléculas de azufre contenidas en la muestra.
c) El número de átomos de azufre.

Sol: a) 0,02 moles de S_8; b) $1{,}20.\ 10^{22}$ moléculas S_8 ; c) $9{,}62.\ 10^{22}$ átomos de S;

4. Para realizar cierta reacción se necesitan 0,25 moles de zinc y el doble de ácido clorhídrico.

a) ¿Qué masa deberíamos pesar de cada sustancia?
b) Si en vez de ácido clorhídrico puro disponemos de ácido del 36 % de pureza (36 g de HCl /100 g ácido), cuánto deberíamos tomar?

Sol: a) 16,34 g de Zn y 18,25 g de HCl ; b) 50,69 g de ácido del 36%

5. Determinar el número de moles presentes en cada caso:

a) 80 g de hierro
b) 50 litros de CO_2 medido en c.n.
c) 10 litros de NH_3 medidos a 800 mm y 20 ^{0}C

Sol a) 1,43 moles de Fe ; b) 2,23 moles de CO_2 ; c) 0,47 moles de NH_3

6. Calcular el número de moléculas presentes en 1 cm^3 de gas en c.n. (Número de Loschmidt) ¿Importa la naturaleza del gas para el cálculo?

Sol: $2{,}7\ 10^{19}$ moléculas

7. Calcular el número de moléculas de agua presentes en 1 cm^3 de agua líquida (d = 1 g/cm^3). Compara el resultado con el del ejercicio anterior ¿qué conclusión extraes de la comparación?

Sol: $3{,}3\ \ 10^{22}$ moléculas de H_2O

8. Una botella de acero de 5 litros contiene oxígeno en c.n. ¿Qué cantidad de oxígeno deberá introducirse para que, manteniendo constante la temperatura, la presión se eleve a 4 atm?

Sol: 21,45 g de O_2

9. Una muestra de hidrógeno ocupa un volumen de 4,5 litros a 770 mm y 50 ^{0}C. Calcular:

a) El volumen que ocuparía en c.n.
b) Manteniendo el mismo recipiente ¿qué habría que hacer para que la presión fuera como máximo de 700 mm?
c) La presión que ejercería si se trasvasa a un recipiente de 1,25 L manteniendo T=cte

Sol: a) 3,855 litros; b) Bajar la temperatura hasta 293, 7 K (20,4^{0}C); c) 2772 mm (3,65 atm)

10. Un recipiente rígido de 28 L contiene He. Si la presión ejercida por el gas es de 1780 mm y su temperatura 30 ^{0}C:

a) ¿Qué masa de He hay en el recipiente?
b) Si la presión máxima que pueden soportar las paredes del recipiente es de 3 atm ¿Cuál sería el límite de temperatura al que se podría trabajar sin que se rompa el recipiente?

Sol: a) 10, 56 g He ; b) 388 K (115 ^{0}C)

11. 2, 49 g de un compuesto gaseoso se recogen en un recipiente de 2,18 litros a 27 ^{0} C y 949 hPa de presión. (1 atm = 1013 hPa)

a) Calcular el número de moles de gas presentes en el recipiente.
b) La masa molecular del gas

Sol : a) 0,083 moles ; b) 30 g/mol

12. Un recipiente de 5 L contiene 14,0 g de nitrógeno a la temperatura de 127 ^{0}C. La presión exterior es de 760 mm. Se abre el recipiente hasta que se iguale la presión con la del exterior. Calcular:

a) La cantidad de nitrógeno que sale
b) La temperatura que debería tener el nitrógeno que queda en el recipiente si se desea que su presión sea la inicial.

Sol : a) 9,73 g de N_2 ; b) 1312 K (1039 ^{0}C)

13. En un recipiente de 5 L en el que se ha hecho previamente el vacío se inyectan 5,32 g de aire. Si la presión ejercida es de 894 hPa (1 atm = 1013 hPa) y la temperatura 20 ^{0}C

a) ¿Cual es la densidad del aire en c.n?
b) ¿Cuál será su densidad a 760 mm y 70 ^{0} C?

Sol: a) 28,96 g/mol; b) 1,29 g/L; c) 1,03 g/L

14. ¿Cuál es la masa molecular de un gas cuya densidad en c.n. es 3,17 g/L?

Sol: 71 g/mol

15. A presión normal, ¿cuál es la temperatura a la que se deben calentar 1,29 g de aire para que ocupen un volumen de 1,29 litros?

Sol: 353 K (80^0 C)

16. Dos esferas A y B de 5 y 10 litros de capacidad respectivamente, contienen oxígeno gaseoso a la temperatura de 20 ^{0}C. La esfera A contiene 96 g y la B 64 g. Calcular la presión de equilibrio si ambas se ponen en comunicación.

Sol: 8 atm

17. El aire, aunque es una mezcla de gases, se puede considerar como “un gas”. Calcula la “masa molecular” del aire sabiendo que su densidad es 1,29 g/L en c.n.

Sol: 28,87 g/mol

18. Se dispone de una muestra de un gas, cuya composición centesimal es: 82,76 % de C y 17,24% de H. 3,0 g de este mismo gas recogidos en un matraz de 2,0 litros y a 20 ^{0}C ejercen una presión de 608 hPa. Determinar la fórmula empírica y la fórmula molecular para dicho gas.

DATO: 1 atm = 1.013 hPa

Sol: F. empírica: $(C_2H_5)_n$. F. molecular: C_4H_{10}

19. En un matraz de 1,0 l de capacidad se recogen 1,6 g de gas. Se mide su temperatura y presión obteniéndose 18 ^{0}C y 1.273 hPa, respectivamente. Si el análisis del gas arroja una composición centesimal de 80 % de carbono y 20% de hidrógeno. Determinar su fórmula empírica y su fórmula molecular.

Sol: F. empírica: $(CH_3)_n$. F. molecular: C_2H_6

20. Determinar la fórmula empírica y molecular de un compuesto gaseoso sabiendo que su composición centesimal es 85,7 % de C y 14,3 % de H y que su densidad en condiciones normales es de 1,26 g/l.

Sol: F. empírica: $(CH_2)_n$. F. molecular: C_2H_4

DISOLUCIONES

Una disolución es una mezcla homogénea (los componentes no se pueden distinguir a simple vista) de dos a más sustancias.

En las disoluciones hay que distinguir el **soluto**, el **disolvente** y la propia **disolución**

Soluto, es la sustancia que se disuelve.

Disolvente, es la sustancia en la que se disuelve el soluto.

Disolución, es el conjunto formado por el soluto y el disolvente

En aquellos casos en los que pueda existir duda sobre quién es el soluto y quién el disolvente se considera disolvente al componente que está en mayor proporción y soluto al que se encuentra en menor proporción.

Hay muchos tipos de disoluciones. Se mencionan a continuación las más importantes:

Disoluciones sólido - líquido. Ejemplo: azúcar y agua. El soluto es el sólido y el disolvente el líquido.

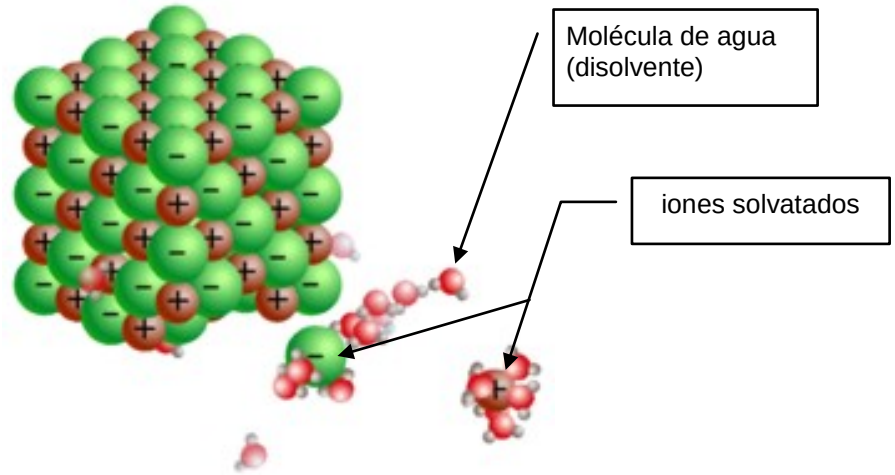
Disoluciones líquido – líquido. Ejemplo: alcohol y agua. Si preparamos una disolución mezclando 250 cm^3 de alcohol y 500 cm^3 de agua, el soluto será el alcohol y el disolvente el agua.

Disoluciones líquido- gas. Ejemplo: oxígeno y agua. El soluto es el gas, el disolvente el líquido.

Disoluciones gas – gas. Ejemplo: el aire. Se considera soluto el oxígeno (21%) y disolvente el nitrógeno (79%) (se considera que el aire está formado sólo por oxígeno y nitrógeno).

- La disolución de un sólido es un proceso bastante complejo que implica la rotura de los enlaces existentes entre los iones del sólido que abandonan el cristal y se rodean de moléculas del disolvente (**solvatación**).

  La solvatación de los iones es un proceso exotérmico, gracias al cual la disolución del sólido es un proceso espontáneo.



¿Cuánto soluto se puede disolver en una cantidad dada de disolvente?

Podemos contestar que **una cantidad máxima**. Si vamos añadiendo soluto (p.e. azúcar) poco a poco, observamos que al principio se disuelve sin dificultad, pero si seguimos añadiendo llega un momento en que el disolvente no es capaz de disolver más soluto y éste permanece en estado sólido, "posando" en el fondo del recipiente.

La cantidad máxima de soluto que se puede disolver recibe el nombre de **solubilidad** y depende de varios factores:

- De quién sea el soluto y el disolvente. Hay sustancia que se disuelven mejor en unos disolventes que en otros.
- De la temperatura. Normalmente la solubilidad de una sustancia aumenta con la temperatura.

Como las disoluciones se pueden preparar mezclando cantidades variables de soluto y disolvente, se hace necesario establecer una forma para poder indicar estas cantidades, lo que se conoce con el nombre de **concentración de la disolución**.

Una manera (muy poco precisa) de indicar la concentración de una disolución es con las palabras: **diluida, concentrada y saturada.**

Disolución diluida: aquella que contiene una cantidad pequeña de soluto disuelto.

Disolución concentrada: si tiene una cantidad considerable de soluto disuelto.

Disolución saturada: la que no admite más soluto (ver más arriba)

Es fácil de entender que expresar la concentración de una disolución usando los términos diluida, concentrada o saturada es muy impreciso, por eso se hace necesario dar un valor numérico, lque se conoce con el nombre de ***concentración de la disolución.***

Una forma muy usada para expresar la concentración de una disoluciones son los g/L :

$$\text{Concentración en g/L} = \frac{\text{gramos de soluto}}{\text{litro de disolución}}$$

Observar que en la definición se dice **litro de disolución** (conjunto de disolvente y soluto) no de disolvente.

Ejemplo 1.

Indica los pasos a seguir para preparar 150 cm^3 de disolución de sal común de concentración 15 g/l.

Solución:

Según la definición de concentración en gramos litro dada más arriba, la disolución a preparar contendrá 15 g de sal común en 1 litro de disolución.

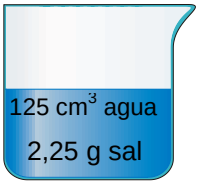
Calculo la cantidad de sal que contendrán los 150 cm^3 de disolución:

$$150\ \cancel{cm^3\ \text{disolución}} \frac{15\ \text{g sal}}{1000\ \cancel{cm^3\ \text{disolución}}} = 2,25\ \text{g de sal}$$

Para preparar la disolución sigo los siguientes pasos:

1. Se pean en la balanza 2,25 g de sal.
2. En un vaso se echa una cantidad de agua inferior a 150 cm^3. Por ejemplo, 125 cm^3. Se disuelve la sal en el agua. Al final del proceso se puede observar que el volumen ya no es 125 cm^3 sino algo más, debido a la presencia del soluto disuelto.
3. Se completa con agua hasta los 150 cm^3.

1. Pesar el soluto



2. Disolver en un volumen de disolvente menor que el de la disolución que hay que preparar.

3. Completar con más disolvente hasta el volumen de disolución pedido.

Ejemplo 2.

Disponemos de 500 cm^3 de una disolución de azúcar en agua cuya concentración es de 20 g/l. Si queremos tener 7 g de azúcar ¿qué volumen de disolución deberemos tomar?

Solución:

Aprovechamos el dato de concentración para calcular la cantidad de soluto solicitada:

$$7\ \cancel{g\ azúcar}\ \frac{1\ litro\ disloción}{20\ \cancel{g\ azúcar}} = 0,35\ l\ disolución = 350\ cm^3\ disolución$$

Ejemplo 3

Preparamos una disolución de bicarbonato en agua, tal que su concentración sea de 25 g/l. Si tomamos 125 cm^3 de esta disolución ¿qué cantidad de bicarbonato estaremos tomando?

$$125\ \cancel{cm^3\ disolución}\ \frac{25\ g\ bicarbonato}{1000\ \cancel{cm^3\ disolución}} = 3,13\ g\ bicarbonato$$

Otra forma de expresar la concentración, quizás la más característica, es la **molaridad.**

Se define molaridad (M) como moles de soluto por litro de disolución.

$$Molaridad\ (M) = \frac{moles\ de\ soluto}{litro\ de\ disolución}$$

Ejemplo 4

Se desean preparar 250 cm^3 de una disolución de cloruro potásico en agua, cuya concentración sea 0,30 M. Realizar los cálculos necesarios e indicar cómo se procedería.

Solución:

Una disolución 0,30 M es la que contiene 0,30 moles de soluto por litro de disolución. Calculamos por tanto la cantidad de soluto necesario:

$$250\ \cancel{cm^3\ disolución}\ \frac{0,30\ \cancel{moles\ KCl}}{1000\ \cancel{cm^3\ disol.}}\ \frac{74,6\ g\ KCl}{1\ \cancel{mol\ KCl}} = 5,6\ g\ KCl$$

Factor que convierte cm^3 de disolución en moles de soluto

Factor que convierte moles en gramos.

Disolveríamos 5,6 g de KCl en 200 cm^3 de agua. Una vez disuelto lo transvasamos a un matraz aforado de 250 cm^3 y completamos, enrasando con cuidado, hasta 250 cm^3.

Ejemplo 5

Para cierta reacción química necesitamos tomar 5,4 g de sulfato de cobre (II) y se dispone de una disolución de dicha sal de concentración 1,50 M. Calcular el volumen de disolución que sería necesario tomar.

Solución:

Factor que convierte gramos en moles.

$$5,4\ \cancel{g\ CuSO_4}\ \frac{1\ \cancel{moles\ CuSO_4}}{159,6\ \cancel{g\ CuSO_4}}\ \frac{1000\ cm^3\ disol.}{1,50\ \cancel{mol\ CuSO_4}} = 22,6\ cm^3\ disolución$$

Factor que convierte moles de soluto en cm^3 de disolución.

Aunque la molaridad sea la forma más común de expresar la concentración de una disolución en química, también se usa bastante el **tanto por ciento en peso.**

Se define el tanto por ciento en peso como los gramos de soluto que hay por 100 g de disolución.

$$\text{Tanto por ciento en peso (\%)} = \frac{\text{g soluto}}{\text{100 g disolución}}$$

Normalmente esta forma de expresar la concentración viene complementada por el dato de la densidad de la disolución que permite transformar gramos de disolución en cm^3.

Ejemplo 6.

Se dispone de una disolución de ácido clorhídrico de concentración 35 % (d= 1,18 g/cm^3).

a) Determinar el volumen de la misma que se debe tomar si se desea que contenga 10,5 g de HCl
b) Calcular su concentración en moles/L.

Solución:

a)

El dato de densidad permite transformar gramos de disolución en cm^3.

$$10,5\ g\,HCl\ \frac{100\ g\,disol.}{35,0\ g\,HCl}\ \frac{1\,cm^3\ disol}{1,18\ g\,disol} = 25,4\ cm^3\ \text{disolución}$$

Factor que convierte gramos de soluto en gramos de disolución.

b)

El dato de densidad permite transformar gramos de disolución en cm^3.

$$\frac{35,0\ g\,HCl}{100\ g\,disol}\ \frac{1,18\ g\,disol}{1\ cm^3\ disol}\ \frac{1\,mol\,HCl}{36,5\ g\,HCl}\ \frac{1000\ cm^3\ disol}{1\,L\ disol} = 11,32\ \frac{\text{moles HCl}}{L} = 11,32\ M$$

Factor que convierte gramos de soluto en moles.

Ejemplo 7

Se dispone de ácido nítrico del 70% (d = 1,41 g/cm^3) y se desea preparar 250 cm^3 de una disolución 2,5 M. Indicar cómo se procedería.

Solución:

Primero calculamos la cantidad de soluto (HNO_3) necesario para preparar 250 cm^3 de disolución de concentración 2,5 M:

$$250\ cm^3\ disol.\ \frac{2,5\ \text{moles}\ HNO_3}{1000\ cm^3\ disol.} = 0,625\ \text{moles}\ HNO_3$$

$$0,625\ \text{moles}\ HNO_3\ \frac{63,0\ g\,HNO_3}{1\ \text{mol}\ HNO_3} = 39,4\ g\,HNO_3$$

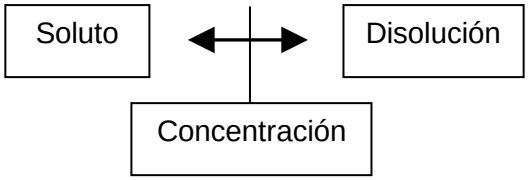
Calculamos ahora el volumen de ácido del 70% que contenga esa cantidad de HNO_3

$$39,4\ g\,HNO_3\ \frac{100\ g\,\text{ácido}}{70\ g\,HNO_3}\ \frac{1\,cm^3\ \text{ácido.}}{1,41\ g\,\text{ácido}} = 39,9\ cm^3\ \text{ácido}$$

Para preparar la disolución deberemos medir 39,9 cm^3 de ácido del 70 %, echar agua (unos 150 cm^3) en un matraz aforado de 250 cm^3 y verter el ácido sobre el agua. A continuación añadir más agua con cuidado hasta completar los 250 cm^3 .

A la hora de resolver problemas de disoluciones conviene tener en cuenta algunas cosas:

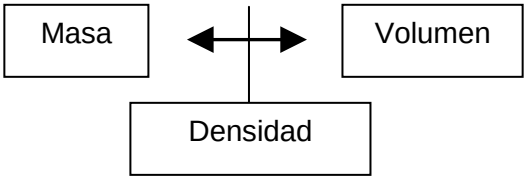
- La mayor parte de los problemas se reducen a transformar ***soluto*** en ***disolución*** o a la inversa. La clave para hacerlo está en el ***dato de concentración*** que es el factor de conversión que permite realizar la transformación buscada:



La dificultad estriba, normalmente, en que las unidades del soluto o de la disolución no coinciden con las del dato de concentración y es necesario realizar una transformación previa para poder introducir el factor de conversión facilitado por el dato de concentración.

Siendo un dato fundamental en la resolución del problema planteado es imprescindible explicitar con claridad cuál es el significado del dato de concentración.

- El dato de densidad de la disolución permite pasar de masa (g) de disolución a volumen (ml) de disolución.



Es conveniente tener claro la diferencia entre el dato de densidad (expresado normalmente en g/ml) y la concentración si está expresada en g/L o en g/ml

El dato de densidad se refiere siempre a la disolución y nos informa de cual es la masa de la unidad de volumen. Si tenemos, por ejemplo, una disolución de ácido sulfúrico cuya densidad sea 1,80 g/ml, podemos asegurar que si medimos 1 ml de la misma su masa será 1,80 g. O bien, que 250 ml (por ejemplo) tendrán una masa de 450 g.

Ejemplo. 8

Se necesitan 1,30 moles de ácido nítrico (HNO_3). ¿Qué volumen de ácido del 36% y d = 1,22 g/ml deberemos tomar?

Solución:

El problema radica en pasar de soluto (HNO_3) a disolución (del 36%).

Analicemos el dato de concentración:

Ácido del 36% significa que de 100 g de disolución (que llamaremos "ácido") 36 g son de ácido nítrico puro (HNO_3) y el resto (64 g) de agua. Es decir:

$$\frac{36\ g\ HNO_3}{100\ g\ \text{ácido}}$$

Partamos del dato (1,30 moles de HNO_3). Si tratamos de convertirlo en disolución (ácido) usando el dato de concentración (ver arriba), vemos que no es posible, ya que en éste el soluto no está expresado en moles sino en gramos. En consecuencia hemos de introducir un factor de conversión previo que transforme moles en gramos:

$$1{,}30\ \text{moles}\ HNO_3 \frac{63\ g\ HNO_3}{1\ \text{mol}\ HNO_3} \frac{100\ g\ \text{ácido}}{36\ g\ HNO_3} = 227{,}5\ g\ \text{ácido}$$

Dato de partida

Factor intermedio para transformar moles en gramos

Dato de concentración

Para llegar a la solución buscada sólo nos resta transformar gramos de ácido en ml de ácido, para lo cual usamos el dato de densidad:

$$227{,}5\ \text{g ácido}\ \frac{1\ \text{ml ácido}}{1{,}22\ \text{g ácido}} = 186{,}5\ \text{ml}$$

Dato de densidad.

El problema puede resolverse en un sólo paso enlazando todos los factores según se muestra a continuación:

$$1{,}30\ \text{moles}\ HNO_3\ \frac{63\ \text{g}\ HNO_3}{1\ \text{mol}\ HNO_3}\ \frac{100\ \text{g ácido}}{36\ \text{g}\ HNO_3}\ \frac{1\ \text{ml ácido}}{1{,}22\ \text{g ácido}} = 186{,}5\ \text{ml ácido}$$

- A la hora de preparar una disolución **el primer dato que deberemos de tener es la cantidad de soluto necesario**. Si no nos lo dan, ese será el primer cálculo. Una vez obtenido estamos en el caso típico de pasar de soluto a disolución.

Ejemplo. 9

Se desea preparar 250 ml de una disolución 0,5 M a partir de otra 6,5 M. Indicar el procedimiento

Solución:

El primer paso será saber la cantidad de soluto necesario partiendo del dato dado en el enunciado, 250 ml de disolución (paso de disolución a soluto):

$$250\ \text{ml disolución}\ \frac{0{,}5\ \text{moles soluto}}{1000\ \text{ml disol}} = 0{,}125\ \text{moles soluto}$$

Ahora transformamos moles de soluto en volumen de la segunda disolución (paso de soluto a disolución):

$$0{,}125\ \text{moles soluto}\ \frac{1000\ \text{ml disol}}{6{,}5\ \text{moles soluto}} = 19{,}2\ \text{ml disolución}$$

Como en el ejemplo anterior el problema se puede resolver en un solo paso (dis1= disolución 0,5 M y dis2 = disolución 6,5 M)

$$250\ \text{ml dis1}\ \frac{0{,}5\ \text{moles soluto}}{1000\ \text{ml dis1}}\ \frac{1000\ \text{ml dis2}}{6{,}5\ \text{moles soluto}} = 19{,}2\ \text{ml dis2}$$

Procedimiento:

1. Medimos 19,2 ml de la disolución 6,5 M. Esos 19,2 ml contienen 0,125 moles de soluto.
2. Añadimos agua hasta completar 250 ml de disolución. La disolución obtenida contendrá, por tanto, 0,125 moles de soluto en 250 ml de disolución (será 0,5 M)

DISOLUCIONES
PROBLEMAS

1. Calcular la molaridad de una disolución de HCl que contiene 125,0 g de soluto en 800 ml de disolución.

Sol: 4,28 M

2. Indicar el procedimiento para preparar 500 ml de disolución 0,5 M de NaCl

Sol: Pesar 14,6 g de NaCl, disolver en menos de 500 ml y completar después hasta 500 ml

3. Tenemos una disolución 6 M de Na_2SO_4. ¿Qué volumen de la misma deberemos tomar si queremos que contenga 125,5 g de soluto?

Sol: 147,3 ml

4. Calcular la cantidad de NaOH necesaria para preparar 250 ml de disolución 4,5 M

Sol: 45,0 g

5. Calcular el volumen de ácido clorhídrico 0,40 M que hemos de tomar para que contenga 0,32 moles.

Sol: 800 ml

6. Calcular la molaridad de un disolución de ácido sulfúrico al 98%, cuya densidad es 1,80 g/ml.

Sol: 18,00 M

7. Para cierta reacción química se necesitan 0,25 moles de HCl. ¿Qué volumen se ha de tomar de un ácido clorhídrico del 35 % y densidad 1,18 g/ml?

Sol: 22,1 ml

8. Calcular la molaridad de un disolución de ácido clorhídrico al 37,23%, cuya densidad es 1,19 g/ml.

Sol: 12,14 M

9. Se necesitan 1,30 moles de ácido nítrico (HNO_3) ¿Qué volumen de ácido del 36 % y densidad 1,22 g/ml deberemos tomar?

Sol: 186,5 ml

10. Se quiere preparar 500 ml de una disolución 0,30 M de ácido sulfúrico a partir de ácido de 98 % (d= 1,80 g/ml). Indicar el procedimiento a seguir.

Sol: medir 8,3 ml de ácido concentrado, disolver en agua lentamente y agitando (echar el ácido sobre el agua) y completar, una vez disuelto, hasta los 500 ml

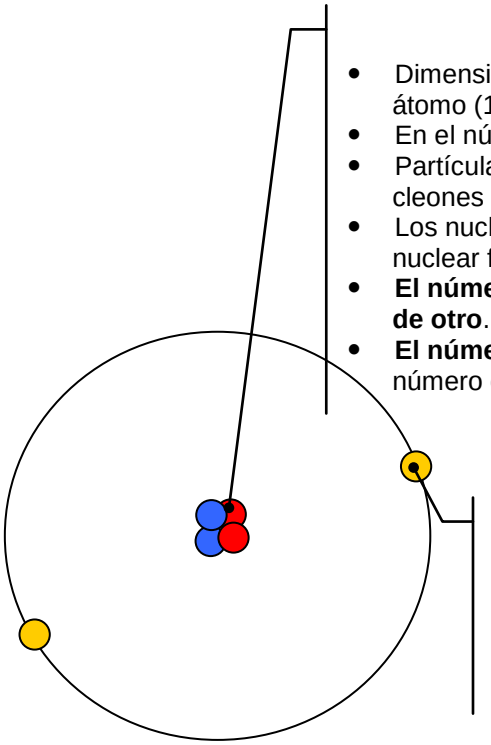
11. Se quiere preparar 2,0 litros de una disolución 0,5 M de ácido clorhídrico y para ello se dispone de ácido del 37 % (d = 1,19 g/ml). Indicar el procedimiento a seguir.

Sol: medir 82,9 ml de ácido concentrado, disolver en agua lentamente y agitando y completar, una vez disuelto, hasta los 2,0 litros.

12. Se toman 72,0 g de ácido acético ($C_2H_4O_2$) y se disuelve en un poco de agua, completando posteriormente con agua hasta los 600 ml. Posteriormente se toman 100 ml a los que se añaden 200 ml de una disolución 4,0 M de ácido acético y después se completa con agua hasta el medio litro. ¿Cuál será la molaridad de la disolución final?

Sol: 2,0 M

El átomo.
Conceptos fundamentales.



Núcleo

- Dimensiones muy reducidas (10^{-14} m) comparadas con el tamaño del átomo (10^{-10} m).
- En el núcleo radica la masa del átomo.
- Partículas: ***protones y neutrones*** (nucleones). El número total de nucleones viene dado por el **número másico, A.**
- Los nucleones están unidos muy fuertemente por la llamada "fuerza nuclear fuerte".
- **El número de protones del núcleo es lo que distingue a un elemento de otro**.
- **El número atómico, Z**, nos da el número de protones del átomo y el número de la casilla que éste ocupa en el S.P.

Corteza

- Los electrones orbitan en torno al núcleo.
- Los electrones (carga -) son atraídos por el núcleo (carga +).
- **El número de electrones coincide con el de protones, por eso los átomos, en conjunto, no tienen carga eléctrica.**

- Los átomos de elementos distintos se diferencian en que tiene distinto número de protones en el núcleo (distinto Z).
- Los átomos de un mismo elemento no son exactamente iguales, aunque todos poseen el mismo número de protones en el núcleo (igual Z), pueden tener distinto número de neutrones (distinto A).
- El número de neutrones de un átomo se calcula así: **n = A - Z**
- Los átomos de un mismo elemento (igual Z) que difieren en el número de neutrones (distinto A), se denominan **isótopos.**
- Todos los isótopos tienen las mismas propiedades químicas, solamente se diferencian en que unos son un poco más pesados que otros. Muchos isótopos pueden desintegrarse espontáneamente emitiendo energía. Son los llamados **isótopos radioactivos**

CARACTERÍSTICAS DE LAS PARTÍCULAS ATÓMICAS

Protón: $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$ kg = 1,007 u ; $q_p = +1,60 \cdot 10^{-19}$ C
Neutrón: $m_n = 1,68 \cdot 10^{-27}$ kg = 1,009 u ; $q_n = 0$
Electrón: $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$ kg = 0,0005 u ; $q_e = -1,60 \cdot 10^{-19}$ C

Observa que $m_p \approx 1800\ m_e$
$m_p \approx m_n$
$q_p = q_e$ (aunque con signo contrario)

NOMENCLATURA DE LOS ÁTOMOS (ISÓTOPOS)

$^{A}_{Z}X$

nº másico → A
nº atómico (se puede suprimir) → Z
X → Símbolo del átomo

Ejemplos:

- ^{4}He : Helio- 4
- ^{14}C : Carbono- 14
- ^{235}U : Uranio- 235

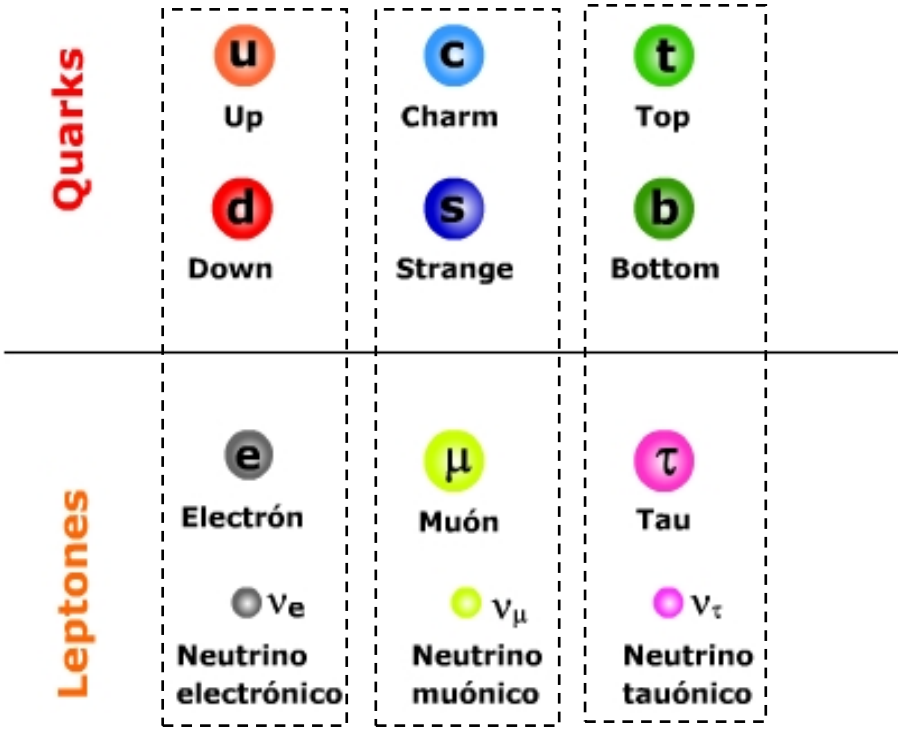
Los verdaderos "átomos" (ampliación)

Actualmente sabemos que ni los protones ni los neutrones son partículas elementales, ya que en su interior existen estructuras más pequeñas llamadas ***quarks***.

El esquema actualmente aceptado por la mayoría de los físicos (el llamado ***Modelo Estandar***) sostiene que existen doce partículas elementales (además de sus correspondientes ***antipartículas***, idénticas a ellas, pero con carga contraria) las cuales podríamos decir que son los verdaderos átomos, y que pueden ser agrupadas según el esquema que puede verse a continuación:

En resumen sólo existen tres tipos de partículas elementales (los verdaderos "atomos"): ***electrones, neutrinos y quarks,*** que podemos agrupar en tres familias distintas (señaladas en la figura con rectángulos de puntos). La materia que nos rodea está formada exclusivamente por partículas de la primera familia: electrones, neutrinos (electrónicos) y quarks u y d.

Las partículas de las otras dos familias son idénticas a las de la primera excepto en la masa que es bastante superior. Todas ellas son muy inestables.



Existen seis clases de quarks (se dice que existen seis "sabores") y todos ellos ***tienen carga fraccionaria***: los quarks u, c y t tienen carga ***+2/3*** (lo que significa que su carga es 2/3 la del electrón), mientras que los quarks d, s y b tienen carga ***-1/3***.

El electrón y los "electrones pesados" tienen todos carga -1, y los neutrinos carecen de carga.

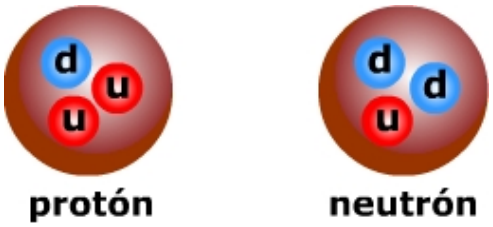
Todos ellos (quarks, electrones y neutrinos) interaccionan débilmente y gravitatoriamente, pero sólo los quarks "son sensibles" a la interacción fuerte. Todos interaccionan electromagnéticamente excepto los neutrinos (no tienen carga).

Los quarks más pesados (c,s,t y b) tienden a desintegrarse en los más ligeros (u y d) por efecto de la fuerza débil. Lo mismo ocurre con muones y tauones que tienden a desintegrarse en electrones.

u q = +2/3 m = m_u = 6 m_e	**c** q = +2/3 m = 433 m_u	**t** q = +2/3 m = 58 300 m_u
d q = - 1/3 m = 2 m_u	**s** q = - 1/3 m = 33 m_u	**b** q = - 1/3 m = 1 433 m_u
e q = -1 m = m_e	**μ** q = -1 m = 207 m_e	**τ** q = - 1 m = 3 478 m_e
ν_e q = 0 m = 10^{-5} m_e	**ν_μ** q = 0 m = 0,4m_e	**ν_τ** q = 0 m = 40 m_e

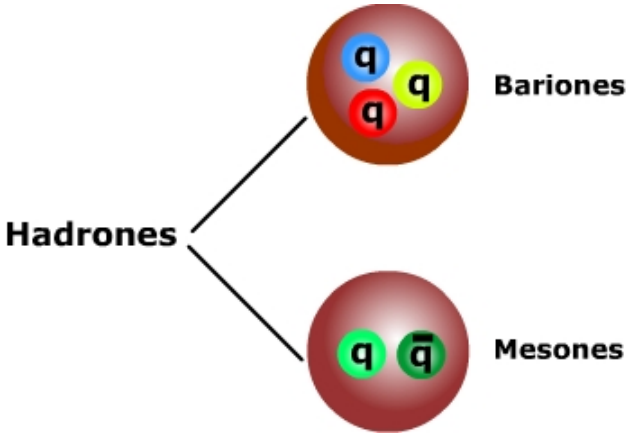
Los protones y neutrones son, según este modelo, partículas formadas por la combinación de tres quarks.

Un protón está formado por dos quarks *up* y uno *down* (uud) y un neutrón por la combinación de un quark *up* y dos *down* (udd). De ahí que la carga eléctrica del protón sea: 2/3+2/3 - 1/3 = +1, mientras que la del neutrón: 2/3-1/3-1/3 = 0. Además el quark u es el más ligero de todos los quarks, mientras que el quark d es un poco más pesado. Esto puede explicar la estabilidad del protón frente a la del neutrón. En este último caso existe la posibilidad de que un quark d se convierta en un quark u (más ligero), mientras que la transformación inversa está prohibida.



Además de los quarks existen sus correspondientes antipartículas, antiquarks, idénticas pero con la carga invertida (se representan con un barra horizontal sobre la letra correspondiente al sabor del quark) . Las partículas formadas por la combinación de un quark y un antiquark reciben el nombre de ***mesones***.

Tenemos, por tanto, dos clases de partículas formadas por quarks: aquellas que como el protón o el neutrón están formadas por la combinación de tres quarks, y a las que se les denomina de manera genérica ***bariones,*** y las formadas por la combinación quark-antiquark que reciben el nombre de ***mesones***.



Los bariones y los mesones, como los quarks, son sensibles a la interacción fuerte y se les da el nombre genérico de ***hadrones.***

A los electrones, muones y tauones, y a sus correspondientes neutrinos, se les da el nombre genérico de ***leptones*** por ser los más ligeros de cada familia.

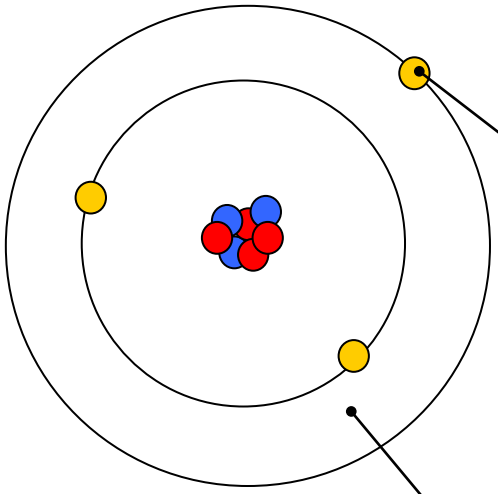
Notas:

La existencia de carga eléctrica en las partículas da lugar a una fuerza entre ellas, la fuerza electrostática. Esta fuerza, según la ley de Coulomb, es intensa si se encuentran próximas y decae rápidamente cuando se alejan. Es la fuerza que mantiene ligados los electrones a los núcleos.

De una manera análoga, y según la ***cromodinámica cuántica***, la fuerza fuerte se manifiesta entre partículas que tengan lo que se denomina ***"carga de color***". Existen tres cargas de color distintas: rojo, azul y verde.

La fuerza fuerte se hace muy débil a distancias cortas, mientras que crece rápidamente cuando dos partículas con carga de color (dos quarks) se alejan. Esto hace que los quarks se comporten como partículas libres cuando se encuentran muy cerca (se calcula que el diámetro de un protón es del orden de 10^{-15} m, y el de un quark 10^{-19} m), pero si tratamos de separarlos la fuerza entre ambos crece exponencialmente (libertad asintótica), haciendo imposible la separación. De ahí que no se conozcan quarks libres, sólo agregados de éstos en parejas o tríos.

EL ÁTOMO . Formación de iones



Ión: átomo, o conjunto de átomos con carga eléctrica

Si se comunica energía a un electrón puede "saltar" del átomo venciendo la fuerza de atracción que lo une al núcleo. Esto es tanto más fácil cuanto más alejado se encuentre del núcleo.

Al quitar un electrón el átomo queda con **carga (+),** ya que ahora hay un protón más en el núcleo que electrones en la corteza. El átomo ya no es eléctricamente neutro, tiene carga. Es **un ión**. A los iones positivos se les denomina **cationes.**

En determinadas condiciones un átomo puede captar un electrón. Sucede, entonces, que al haber un electrón de más el átomo queda cargado negativamente. Es un ión negativo o **anión.**

El proceso de obtener iones con carga (+) o cationes no puede hacerse añadiendo protones en el núcleo. Los nucleones están muy firmemente unidos y el proceso de arrancar o introducir uno en el núcleo implica poner en juego una cantidad enorme de energía (reacción nuclear)

Nomenclatura de iones

Símbolo átomo — X^{n} — Carga del ión

Ejemplos

Li^{+}

O^{-2}

Al^{+3}

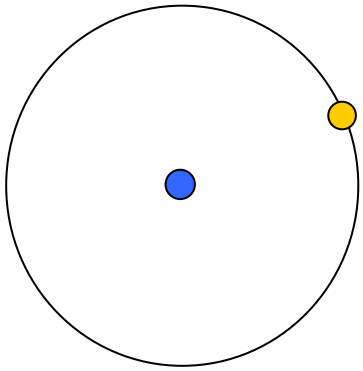
Cl^{-}

Fe^{+2}

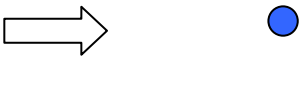
Si al isótopo más abundante del hidrógeno se le arranca su único electrón lo que queda es un protón:

$$H - e \rightarrow H^{+}$$

De aquí que una de las formas de referirnos al protón sea como H^{+}



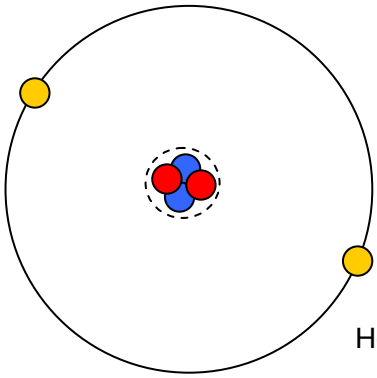
H



H^{+}

Si al átomo de He se le arrancan sus dos electrones obtenemos el núcleo de He con carga + 2. Es lo que se llama una **"partícula α"**

$He - 2\,e \rightarrow He^{2+}$



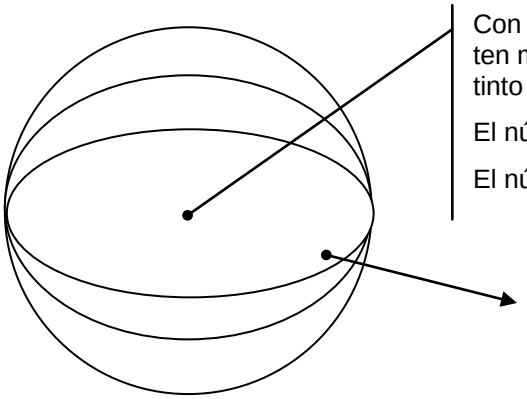
He

He^{2+}

EL ÁTOMO . Esctructura de la corteza

- Los electrones del átomo se distribuyen en órbitas o capas alrededor del núcleo, aunque no todas las órbitas (y en consecuencia los valores de energía asociados) pueden existir (postulados de Bohr).
- La última capa, o capa más externa, recibe el nombre de **"capa de valencia"** y los electrones situados en ella **"electrones de valencia".**
- Sommerfeld (en 1916) perfeccionó el átomo de Bohr considerando que al estar sometido el electrón a una fuerza inversamente proporcional al cuadrado de la distancia (ley de Coulomb) debería de describir una elipse y no una circunferencia.
- Según la teoría cuántica un electrón no puede poseer valores arbitrarios de energía cuando orbita alrededor del núcleo, hay valores permitidos y valores prohibidos***. La energía está "cuantizada".***
- El valor de la energía para un electrón situado en determinada órbita es, en consecuencia, función de tres números cuánticos:

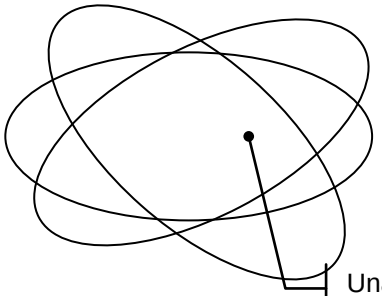
  n : Número cuántico principal. Cuantiza (fija) el radio mayor de la órbita (elipse).
  l : Número cuántico secundario. Cuantiza (fija) el radio menor de la órbita (elipse).
  ml: Número cuántico magnético. Cuantiza (fija) la orientación de la órbita en el espacio.



Con el mismo valor del radio (semieje mayor de la elipse), existen muchas elipses que se diferencian en su excentricidad (distinto valor del semieje menor).

El número cuántico principal, **n**, fija el valor del semieje mayor.

El número cuántico secundario, **l**, fija el valor del semieje menor.



La energía de una órbita es función de los tres números cuánticos**:**

$$E_{\text{Órbita}} = f(n, l, ml)$$

Una misma elipse (órbita) puede tener muchas orientaciones en el espacio.
El número cuántico magnético fija las orientaciones permitidas

Si ahora consideramos al electrón como una partícula situada en determinada órbita, a la energía de la órbita hemos de sumar una energía propia del electrón (podemos imaginar que el electrón gira sobre su propio eje). Esta energía está también cuantizada (es decir, no puede tomar cualquier valor) y es función de un cuarto número cuántico, s, llamado "spin".

En resumen, la energía de un electrón situado en una órbita es función de cuatro números cuánticos: tres que fijan el valor de la energía de la órbita considerada; n, l y m_l y el número cuántico de spin, s, que cuantiza la energía propia del electrón:

$$E_{\text{Electrón}} = f(n, l, ml, s)$$

Como no todos los valores de energía son posibles, los números cuánticos deberán tener sólo ciertos valores:

- El número cuántico principal puede tomar valores enteros: n = 1, 2, 3, 4, 5.....
- El número cuántico secundario puede tomar valores desde 0 hasta n -1 : l = 0... n-1
- El número cuántico magnético puede tomar valores desde - l a +l, incluyendo el valor cero: - l ... 0 ... +l
- El número cuántico de spín sólo puede tomar dos valores - 1/2 y + 1/2

A la hora de ir llenando con electrones los distintos estados de energía disponibles hay que tener en cuenta el llamado ***Principio de Exclusión de Pauli: "No pueden existir dos electrones con los cuatro números cuánticos iguales".***

Para n = 1 (primera órbita), l sólo puede tomar un valor: l = 1 - 1 = 0. En consecuencia ms = 0 y s = +1/2 y -1/2. Luego para la primera órbita existen dos posibles valores de energía para el electrón:

Energía	**n**	**l**	**ml**	**s**
$E_{(1,0,0,1/2)}$	1	0	0	+1/2
$E_{(1,0,0,-1/2)}$	1	0	0	-1/2

Para n =2 (segunda órbita), l puede tomar valores desde cero hasta l = 2-1 =1. Por tanto, dos valores: l =0, 1.

- Para l =0, y según lo visto más arriba, existen dos posibles valores de energía:

Energía	**n**	**l**	**ml**	**s**
$E_{(2,0,0,1/2)}$	2	0	0	+1/2
$E_{(2,0,0,-1/2)}$	2	0	0	-1/2

- Para l =1, m_l puede tomar tres valores: -1, 0, 1, y teniendo en cuenta los dos valores posibles para el número cuántico de spín, tendremos un total de seis estados de energía distintos:

Energía	**n**	**l**	**ml**	**s**
$E_{(2,1,-1,1/2)}$	2	1	-1	+1/2
$E_{(2,1,-1,-1/2)}$	2	1	-1	-1/2
$E_{(2,1,\ 0,\ 1/2)}$	2	1	0	+1/2
$E_{(2,1,\ 0,\ -1/2)}$	2	1	0	-1/2
$E_{(2,1,\ 1,\ 1/2)}$	2	1	1	+1/2
$E_{(2,1,\ 1,\ -1/2)}$	2	1	1	-1/2

Para n =3 (tercera órbita), l puede tomar valores desde cero hasta l = 3-1= 2. Por tanto, tres valores: l =0, 1 y 2

- Para l =0 y l = 1 ya se ha visto que son posibles dos y seis estados de energía. Para l = 2, m_l puede tomar cinco valores: -2, - 1, 0, +1, +2, y teniendo en cuenta los dos valores posibles para el número cuántico de spín, tendremos un total de diez estados de energía distintos.

Para n =4 (cuarta órbita), l puede tomar valores desde cero hasta l = 4-1= 3. Cuatro valores: l = 0, 1, 2 y 3

- Para l = 3 m_l puede tomar siete valores: -3, -2, - 1, 0, +1, +2, +3, y teniendo en cuenta los dos valores posibles para el número cuántico de spín, tendremos un total de catorce estados de energía distintos.

Por razones históricas a los estados de energía correspondientes a los distintos valores del número cuántico secundario, l, se les denomina con las letras ***s, p, d y f*** y según lo visto se concluye que **en un estado "s" puede haber como máximo dos electrones, seis en uno "p", diez en un "d" y catorce en un "f":**

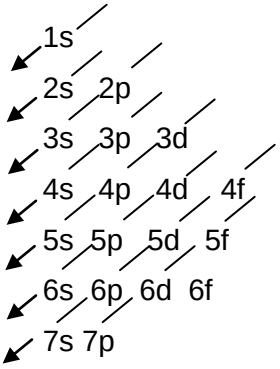
l	**Letra**	**Max. e**
0	s	2
1	p	6
2	d	10
3	f	14

Una vez que conocemos los distintos niveles de energía en los que pueden situarse los electrones el siguiente paso será calcular su energía y ordenarlos según un orden creciente. Cuando se trata de hacer eso se comprueba que ***en condiciones normales (ausencia de campos magnéticos) los valores de energía dependen únicamente de los valores de los números cuánticos n y l. Es decir, aquellos estados de energía que difieren en el valor de m_l tienen la misma energía (se dice que son degenerados).*** De esta manera para l=1 hay tres estados con idéntica energía, cinco para l=2 y siete para l=3.

Ejemplo de estados degenerados (con la misma energía) para l =1 (estados p). Los tres tienen igual n e igual l. Difieren únicamente en el valor de m_l

Energía	**n**	**l**	**ml**
$E_{(2,1,-1)}$	2	1	-1
$E_{(2,1,0)}$	2	1	0
$E_{(2,1,1)}$	2	1	1

Para recordar el orden de energía (de menor a mayor) se recurre al llamado ***diagrama de Möeller:***



Orden de energía creciente: 1s, 2s, 2p, 3s, 3p, 4s, 3d, 4p, 5s, 4d, 5p, 6s, 4f, 5d, 6p,7s, 5f, 6d, 7p...

Se puede observar que a partir de la tercera capa estados con un valor de n superior (por ejemplo el 4s) tienen menos energía que otros con un valor de n inferior (por ejemplo el 3d)

Con todos estos datos la configuración electrónica de un átomo (esto es, la distribución de sus electrones entre los estados de energía posibles) se obtiene siguiendo las siguientes normas:

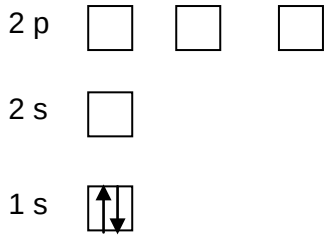
Para obtener la configuración electrónica de un átomo:

1. **Considerar el número de electrones que se deben distribuir**. Recordar que el número de electrones en un átomo neutro viene dado por el número atómico Z.
2. **Los electrones se van distribuyendo entre los estados de energía posibles llenando primero los de menor energía**. Cuando un nivel se complete, pasar al siguiente (recordar el principio de exclusión y para establecer el orden de llenado usar el diagrama de Möeller).
3. **La configuración final debe darse ordenada por capas**.

Ejemplos		
S	**Z = 16**	$1s^2\,2s^2\,p^6\,3s^2\,p^4$
Ar	**Z = 18**	$1s^2\,2s^2\,p^6\,3s^2\,p^6$
Ti	**Z = 22**	$1s^2\,2s^2\,p^6\,3s^2\,p^6\,4s^2\,3\,d^2 = 1s^2\,2s^2\,p^6\,3s^2\,p^6\,d^2 4s^2$
Ga	**Z = 31**	$1s^2\,2s^2\,p^6\,3s^2\,p^6\,4s^2\,3\,d^{10}\,4\,p^1 = 1s^2\,2s^2\,p^6\,3s^2\,p^6\,d^{10}\,4s^2\,p^1$
Br	**Z = 35**	$1s^2\,2s^2\,p^6\,3s^2\,p^6\,4s^2\,3\,d^{10}\,4\,p^5 = 1s^2\,2s^2\,p^6\,3s^2\,p^6\,d^{10}\,4s^2\,p^5$
Pd	**Z = 46**	$1s^2\,2s^2\,p^6\,3s^2\,p^6\,4s^2\,3\,d^{10}\,4\,p^6\,5s^2\,4\,d^8 = 1s^2\,2s^2\,p^6\,3s^2\,p^6\,d^{10}\,4s^2\,p^6\,d^8\,5s^2$

Si queremos afinar un poco más en la configuración electrónica deberemos usar el ***Principio de Máxima Multiplicidad o Regla de Hund que establece que a la hora de ocupar estados de energía degenerados (por ejemplo los tres estados "p") los electrones tienden a situarse en ellos de forma tal que su spín sea el mismo.***

Apliquemos esto para el átomo de nitrógeno (Z=7). Representaremos los estados posibles por cuadrados y el valor del spín por una flecha que apunta hacia arriba cuando el spín valga +1/2 y hacia abajo cuando valga -1/2

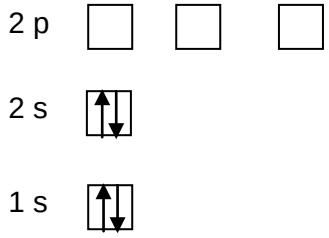


Los dos primeros electrones se sitúan en el estado de energía más bajo. Como han de respetar el principio de exclusión se colocan con "espines contrarios".

Los valores de los números cuánticos serán (n, l, m_l, s):

(1, 0, 0,+1/2)

(1, 0, 0,-1/2)

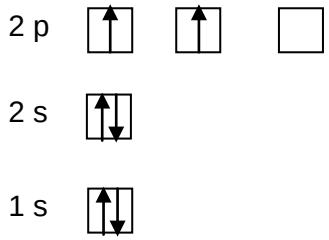


Proceso idéntico, los dos siguientes electrones se sitúan en el siguiente estado de energía. Para respetar el Principio de Exclusión se colocan con "espines contrarios".

Los valores de los números cuánticos serán (n, l, m_l, s):

(2, 0, 0,+1/2)

(2, 0, 0,-1/2)

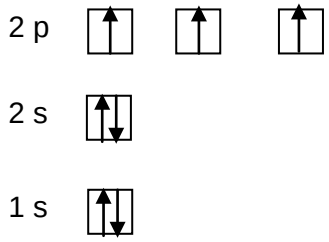


El quinto electrón puede situarse en cualquiera de los tres niveles de energía 2p, ya que todos ellos tienen la misma. Supongamos que se sitúa en el primero (2, 1, 0,+1/2). El próximo electrón tiene ahora dos posibilidades: situarse en el mismo estado que el electrón precedente, para lo cual debería de "invertir" su spín para no tener los cuatro números cuánticos iguales, o situarse en otro nivel 2p (de igual energía) con el mismo spín. Esta última es la opción energéticamente más favorable (regla de Hund).

Los valores de los números cuánticos para los electrones quinto y sexto serán entonces (n, l, m_l, s):

(2, 1, 0,+1/2)

(2, 1, 1,+1/2)



El séptimo electrón repetirá lo dicho para el sexto. Esto es, se coloca en el tercer nivel 2 p (de igual energía) con el mismo spín que los precedentes.

Los valores de los números cuánticos para los tres últimos electrones serán entonces (n, l,m_l, s):

(2, 1, 0,+1/2)

(2, 1, 1,+1/2)

(2, 1, -1,+1/2)

Es bien sabido que la configuración $\boldsymbol{ns^2p^6}$ para la última capa (configuración de gas noble) es especialmente estable.

Aunque la estabilidad es considerablemente menor que la correspondiente a la estructura de gas noble, también presentan una estabilidad considerable las estructuras que se corresponden con los niveles p o d llenos o semillenos. Para alcanzarlas algunos elementos pueden promocionar electrones desde niveles de energía inferior a niveles superiores. Este efecto ser observa, sobre todo, entre los metales de transición, en los cuales los niveles (n-1)d y ns están muy próximos energéticamente.

Ejemplos:

Cr = $1s^2\,2s^2\,p^6\,3s^2\,p^6\,d^4\,4s^2$ ⟶ $1s^2\,2s^2\,p^6\,3s^2\,p^6\,d^5\,4s^1$

Cu = $1s^2\,2s^2\,p^6\,3s^2\,p^6\,d^9\,4s^2$ ⟶ $1s^2\,2s^2\,p^6\,3s^2\,p^6\,d^{10}\,4s^1$

Este efecto es muy importante en la química del carbono el cual, a pesar de tener la estructura $1s^2\,2s^2\,p^2$, presenta la configuración $\boldsymbol{1s^2\,2s^1\,p^3}$ en la mayoría de sus combinaciones. La energía empleada en promocionar un electrón desde un nivel 2s al 2p se compensa con creces al formar cuatro enlaces en vez de dos.

EL ÁTOMO . Masa de los átomos

Los átomos son extraordinariamente pequeños y su masa, en consecuencia, pequeñísima, tanto que si usamos como unidad para medirla las unidades de masa a las que estamos acostumbrados (kg) ,obtendríamos valores muy pequeños, difícilmente manejables. Por ejemplo, el átomo de hidrógeno tiene una masa de $1,66 \cdot 10^{-27}$ kg y el de carbono $2,00 \cdot 10^{-26}$ kg.

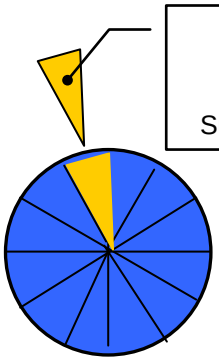
Por esta razón para medir la masa de los átomos se adopta una nueva unidad: **la unidad de masa atómica (u.m.a)**. La u.m.a se define de la siguiente manera:

Consideremos un átomo del isótopo más abundante de C, el ^{12}C, dividámoslo en doce partes iguales y tomemos una de ellas. La masa de esta parte sería la unidad de masa atómica (u. m .a).

"La unidad de masa atómica es la masa de la doceava parte del átomo de ^{12}C"

Considerando esta nueva unidad el ^{12}C tiene una masa de 12 u.

A la hora de calcular la masa de un elemento hay que tener en cuenta que no todos los átomos son iguales, ya que pueden existir varios isótopos. La masa se obtiene como masa ponderada de todos sus isótopos. Por eso las masas que se pueden leer en las tablas no son enteras.



1 unidad de masa atómica (u)

1/12 parte del átomo de ^{12}C.

Su masa en kg es $1,66 \cdot 10^{-27}$ kg

La masa atómica de los elementos que aparece en las tablas es la masa atómica ponderada de sus isótopos.

Ejemplo.

El cloro se encuentra en la naturaleza como 75,53% de ^{35}Cl (34,97 u) y 24,47 % de ^{37}Cl (36,97 u).

La masa atómica del cloro será, por tanto:
(0,7553 x 34,97) + (0,2447 x 36,97) = 35,46 u

Teniendo en cuenta lo anterior podríamos preguntarnos:

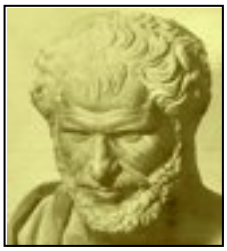
¿Cuántos átomos de ^{12}C sería necesario reunir para tener una masa "manejable" en el laboratorio, por ejemplo, 12 g (valor de la masa atómica expresada en gramos)?

$$0{,}012 \text{ kg de } {}^{12}C \cdot \frac{1 \text{ u}}{1{,}66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}} \cdot \frac{1 \text{ átomo de } {}^{12}C}{12 \text{ u}} = 6{,}02 \cdot 10^{23} \text{ átomos de } {}^{12}C$$

Otros ejemplos

Elemento	masa en u. m.a	masa en kg	Átomos que hay en una cantidad igual a su masa atómica expresada en gramos
H	1,00	$1,66 \cdot 10^{-27}$	1,00 g de H contiene **$6.02.10^{23}$** átomos
N	14,00	$2,32 \cdot 10^{-26}$	14,00 g de N contienen **$6.02.10^{23}$** átomos
O	16,00	$2,66 \cdot 10^{-26}$	16,00 g de O contienen **$6.02.10^{23}$** átomos
Cl	35,45	$5,89 \cdot 10^{-26}$	35,45 g de Cl contienen **$6.02.10^{23}$** átomos
Fe	55,85	$9,26 \cdot 10^{-26}$	55,85 g deFe contienen **$6.02.10^{23}$** átomos
Pb	207,19	$3,44. \ 10^{-25}$	207,19 g de Pb contienen **$6.02.10^{23}$** átomos

Modelos Atómicos

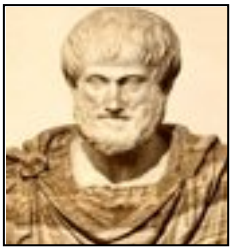


Demócrito
(460-370 a.C)

En la antigua Grecia dos concepciones compitieron por dar una interpretación racional a cómo estaba formada la materia.

Demócrito consideraba que la materia estaba formada por pequeñas partículas indivisibles, llamadas átomos. Entre los átomos habría vacío.

Aristóteles era partidario de la teoría de los cuatro elementos, según la cual toda la materia estaría formada por la combinación de cuatro elementos: aire, agua, tierra y fuego.



Aristóteles
(384-322 a.C)

La teoría de los cuatro elementos fue la aceptada durante muchos siglos. Siguiendo la teoría aristotélica **los alquimistas** (que están considerados como los primeros químicos) intentaban obtener la Piedra Filosofal que les permitiría transmutar los metales en oro, curar cualquier enfermedad y evitar, incluso, la vejez y la muerte.

Su incesante trabajo en el laboratorio dio como fruto la invención o perfeccionamiento de muchos procedimientos aún hoy usados en los laboratorios (entre ellos la destilación), la síntesis de numerosos compuestos (como el ácido clorhídrico, sulfúrico o nítrico), el descubrimiento de técnicas metalúrgicas, la producción de tintes, pinturas o cosméticos… etc.

En 1808 **John Dalton** recupera la teoría atómica de Demócrito y considera que los átomos (partículas indivisibles) eran los constituyentes últimos de la materia que se combinaban para formar los compuestos.

John Dalton
(1766-1844)

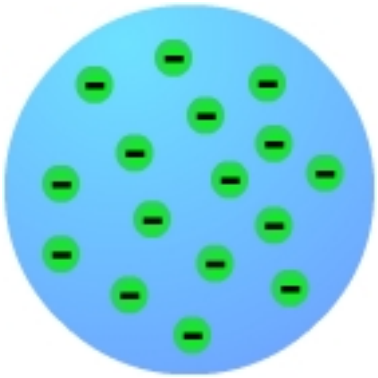
J. J. Thomson
(1856-1940)

En 1897 los experimentos realizados sobre la conducción de la electricidad por los gases dieron como resultado el descubrimiento de una nueva partícula con carga negativa: el electrón.

Los rayos catódicos, estaban formados por electrones que saltan de los átomos del gas que llena el tubo cuando es sometido a descargas eléctricas. **Los átomos, por tanto, no eran indivisibles.**

J.J Thomson propone entonces el primer modelo de átomo:

> Los electrones (pequeñas partículas con carga negativa) se encontraban incrustados en una nube de carga positiva. La carga positiva de la nube compensaba exactamente la negativa de los electrones siendo el átomo eléctricamente neutro.



Primer modelo de átomo compuesto (Thomson, 1897)

Los electrones, diminutas partículas con carga eléctrica negativa, están incrustadas en una nube de carga positiva de forma similar a las pasas en un pastel.

E. Rutherford
(1871-1937)

E. Rutherford realiza en 1911 un experimento crucial con el que se trataba de comprobar la validez del modelo atómico de Thomson.

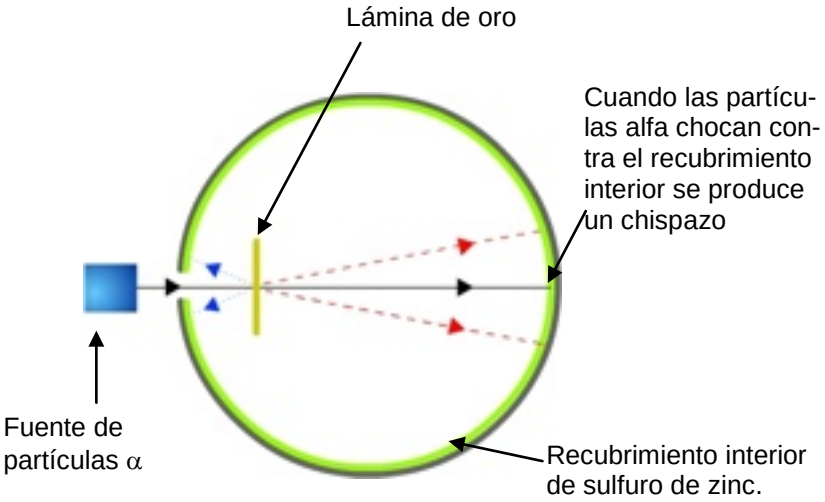
Un esquema del montaje experimental usado se muestra más abajo:

Las partículas alfa (α), procedentes de un material radiactivo, se aceleran y se hacen incidir sobre una lámina de oro muy delgada. Tras atravesar la lámina las partículas α chocan contra una pantalla recubierta interiormente de sulfuro de zinc, produciéndose un chispazo. De esta forma era posible observar si las partículas sufrían alguna desviación al atravesar la lámina.

¿Qué es una partícula α?
(ver iones)

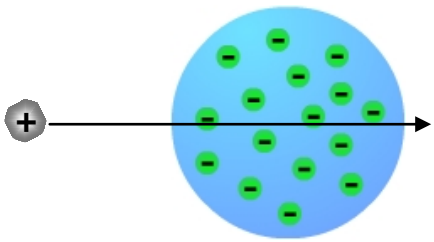
Las llamadas *"partículas α"* son unas partículas muy pequeñas, con carga eléctrica positiva y con una masa 7.000 veces superior a la del electrón.

- La mayor parte de las partículas atravesaban la lámina de oro sin sufrir ninguna desviación.
- Muy pocas (una de cada 10.000 aproximadamente) se desviaba un ángulo mayor de 10^{0} (trazo a rayas)
- En rarísimas ocasiones las partículas α rebotaban (líneas de puntos)



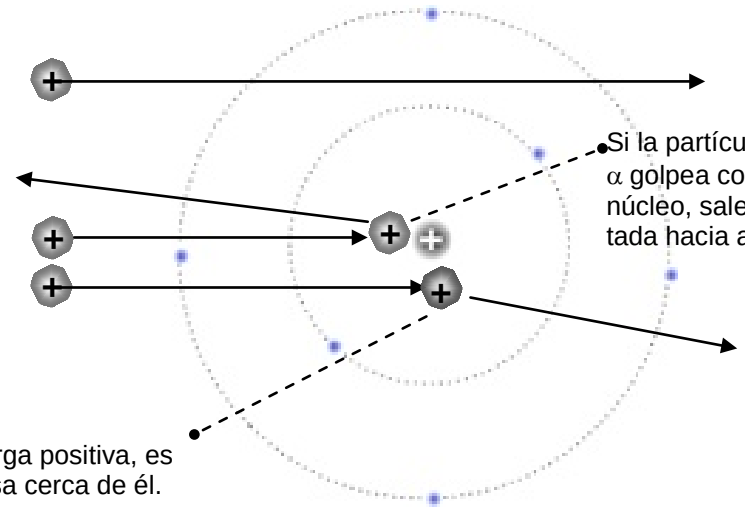
La interpretación dada por Rutherford fue la siguiente:

- Si el modelo atómico propuesto por Thomson fuera cierto no deberían observarse desviaciones ni rebotes de las partículas incidentes. Éstas atravesarían limpiamente los átomos sin desviarse.



Modelo planetario de átomo propuesto por Rutherford en 1911

- Para que las partículas se desvíen deben encontrar en su trayectoria una zona (núcleo) en la que se concentre carga de signo positivo y cuya masa sea comparable o mayor a la de las partículas α.
- La zona en la que se concentra la masa y la carga positiva debería de ser muy pequeña comparada con la totalidad del átomo.
- Los electrones orbitan en círculos alrededor del núcleo.

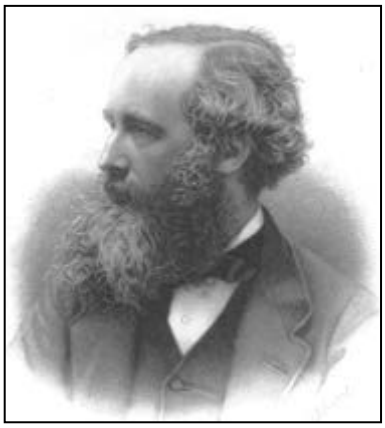


La partícula α, que tiene carga positiva, es repelida por el núcleo si pasa cerca de él.

El fracaso del modelo de Rutherford.

El modelo de átomo planetario propuesto por Rutherford mostró pronto algunos inconvenientes teóricos que lo hacían inviable:

- ***Contradecía la teoría electromagnética de Maxwell.*** Según esta teoría una carga eléctrica acelerada debería de emitir ondas electromagnéticas. Un electrón al girar en círculos alrededor del núcleo debería emitir, por tanto, ondas electromagnéticas. Dicha emisión provocaría una pérdida de energía que haría que el electrón describiera órbitas de radio decreciente hasta caer sobre el núcleo. El modelo atómico de Rutherford era, por tanto, inviable desde el punto de vista de la física clásica.



J.C. Maxwell (1831 -1879)

Maxwell, apoyándose en trabajos anteriores de Oersted, Faraday y Ampere, que relacionaban electricidad y magnetismo, dio forma matemática a **la teoría electromagnética** durante la década de 1860.

Dicha teoría predecía la existencia de ondas electromagnéticas.

Hertz confirmó en 1888 la predicción de Maxwell al generar y recibir ondas electromagnéticas en el laboratorio.

- ***No daba una explicación satisfactoria a los espectros atómicos***. Si encerramos en un tubo hidrógeno o helio y sometemos el gas a voltajes elevados, el gas emite luz. Si hacemos pasar esa luz a través de un prisma, los colores que la constituyen se separan dándonos el espectro de la luz analizada.

  Pronto se concluyó que la emisión de luz podría deberse a que los electrones absorbían energía de la corriente eléctrica y saltaban a órbitas superiores para, a continuación, volver a caer a las órbitas más próximas al núcleo emitiendo el exceso de energía en forma de energía luminosa.

  Esta interpretación conducía, sin embargo, a afirmar que los espectros deberían de ser continuos, ya que al existir órbitas de cualquier radio (y energía) todos los saltos son posibles. La experiencia, por el contrario, mostraba que los espectros de los átomos son discontinuos. Constan de rayas de diversos colores sobre un fondo negro (ver imagen).

Espectro continuo. Se observan todos los colores que el ojo puede percibir.

Espectros de emisión de H (arriba) y del He (abajo). No son continuos. Constan de rayas de diversos colores separadas por amplias zonas negras en las que no se observa luz.

El inicio de la Física Cuántica. Modelo atómico de Bohr (1913)

Con el fin de resolver los problemas acumulados sobre el modelo de átomo planetario, y para explicar el espectro del átomo de hidrógeno, Niels Bohr propone en 1913 un nuevo modelo atómico sustentado en tres postulados:

Niels Bohr (1885-1962)

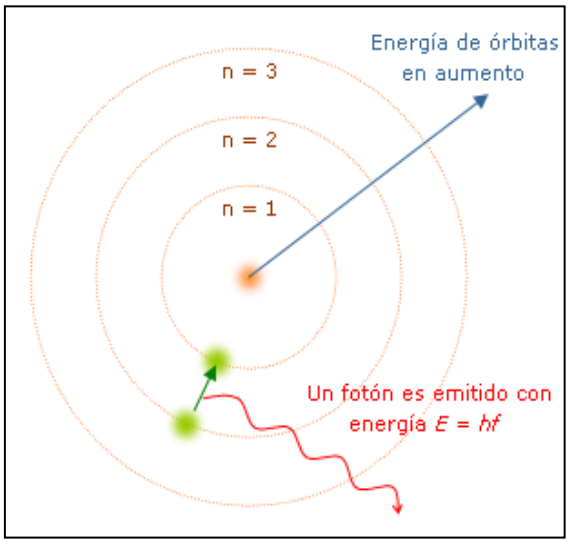
1. ***Cualquiera que sea la órbita descrita por un electrón, éste no emite energía***. Las órbitas son consideradas como *estados estacionarios* de energía. A cada una de ellas le corresponde una energía, tanto mayor, cuanto más alejada se encuentre del núcleo.

2. ***No todas las órbitas son posibles.*** Sólo pueden existir aquellas órbitas que tengan ciertos valores de energía, dados por el ***número cuántico principal, n.*** Solamente son posibles las órbitas para las cuales el número cuántico principal (n) toma valores enteros: n = 1, 2, 3, 4…. Las órbitas que se correspondan con valores no enteros del número cuántico principal, no existen.

3. ***La energía liberada al caer un electrón desde una órbita superior, de energía E_2, a otra inferior, de energía E_1, se emite en forma de luz. La frecuencia (f) de la luz viene dada por la expresión:***

$$E_2 - E_1 = h\,f$$

h (constante de Planck) = 6,62. 10^{-34} J.s



Modelo atómico de Bohr (1913)

Los cálculos basados en los postulados de Bohr daban excelentes resultados a la hora de interpretar el espectro del átomo de hidrógeno, pero hay que tener en cuenta que contradecían algunas de las leyes más asentadas de la Física:

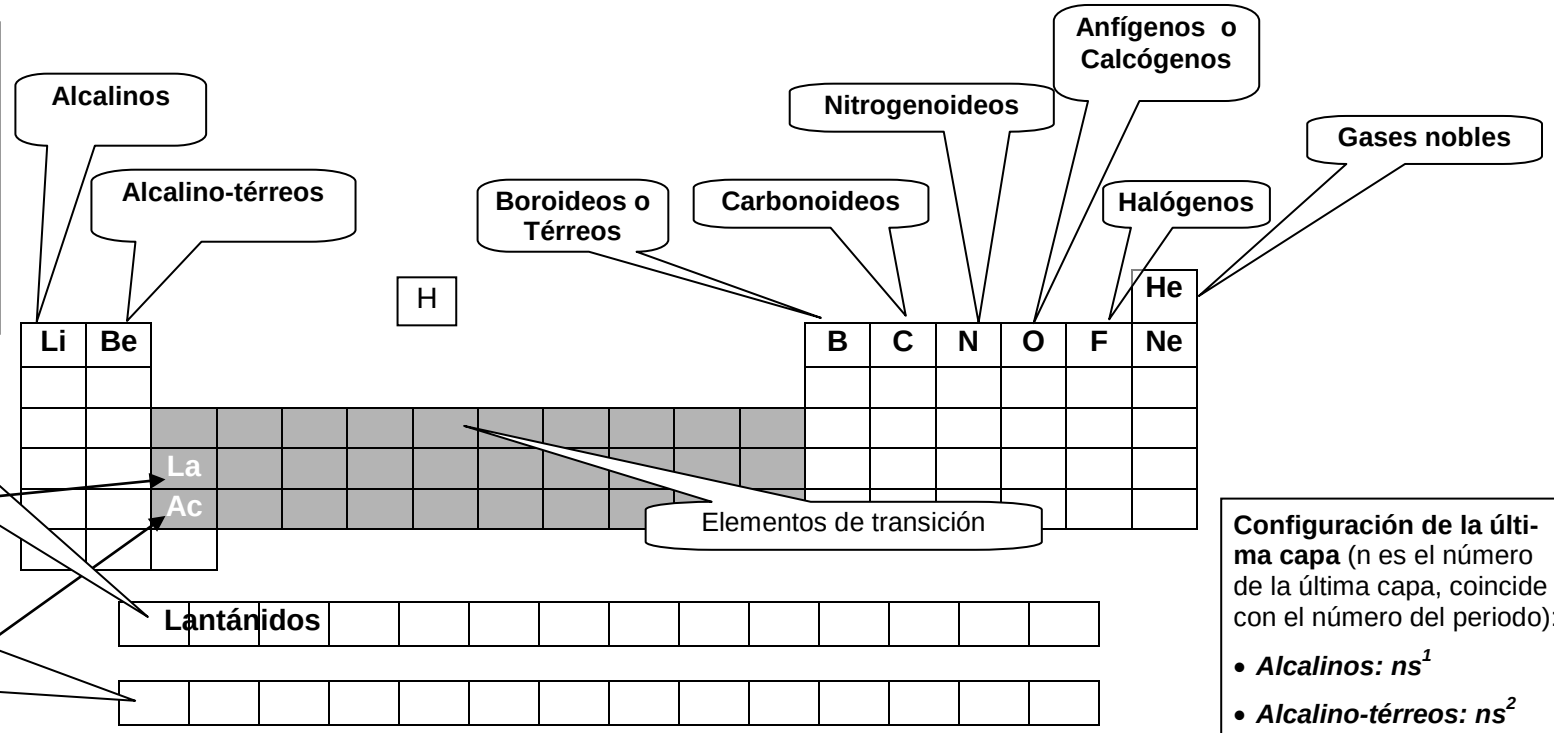
- El primer postulado iba en contra de la teoría electromagnética de Maxwell, ya que según esta teoría cualquier carga eléctrica acelerada debería de emitir energía en forma de radiación electromagnética.
- El segundo postulado era aún más sorprendente. En la física clásica era inaceptable suponer que el electrón no pudiera orbitar a determinadas distancias del núcleo, o que no pudiera tener determinados valores de energía. La afirmación era equivalente a suponer que un objeto que describe circunferencias atado a una cuerda, no puede describir aquellas cuyo radio no sea múltiplo de dos (por ejemplo).
- El tercer postulado afirmaba que la luz se emitía en forma de pequeños paquetes o ***cuantos***, lo cual a pesar de que ya había sido propuesto por Planck en 1900, no dejaba de sorprender en una época en la que la idea de que la luz era una onda estaba firmemente arraigada.

El átomo de Bohr era, simplemente, un síntoma de que la física clásica, que tanto éxito había tenido en la explicación del mundo macroscópico, no servía para describir el mundo de lo muy pequeño, el dominio de los átomos.

Posteriormente, en la década de 1920, una nueva generación de físicos (Schrödinger, Heisenberg, Dirac…) elaborarán una nueva física, la Física Cuántica, destinada a la descripción de los átomos, que supuso una ruptura con la física existente hasta entonces.

SISTEMA PERIÓDICO

La tabla periódica, o sistema periódico de los elementos, fue presentada por **Mendeleiev** en 1869 como una manera de clasificar los elementos conocidos. Permitía establecer relaciones entre sus propiedades facilitando su estudio.



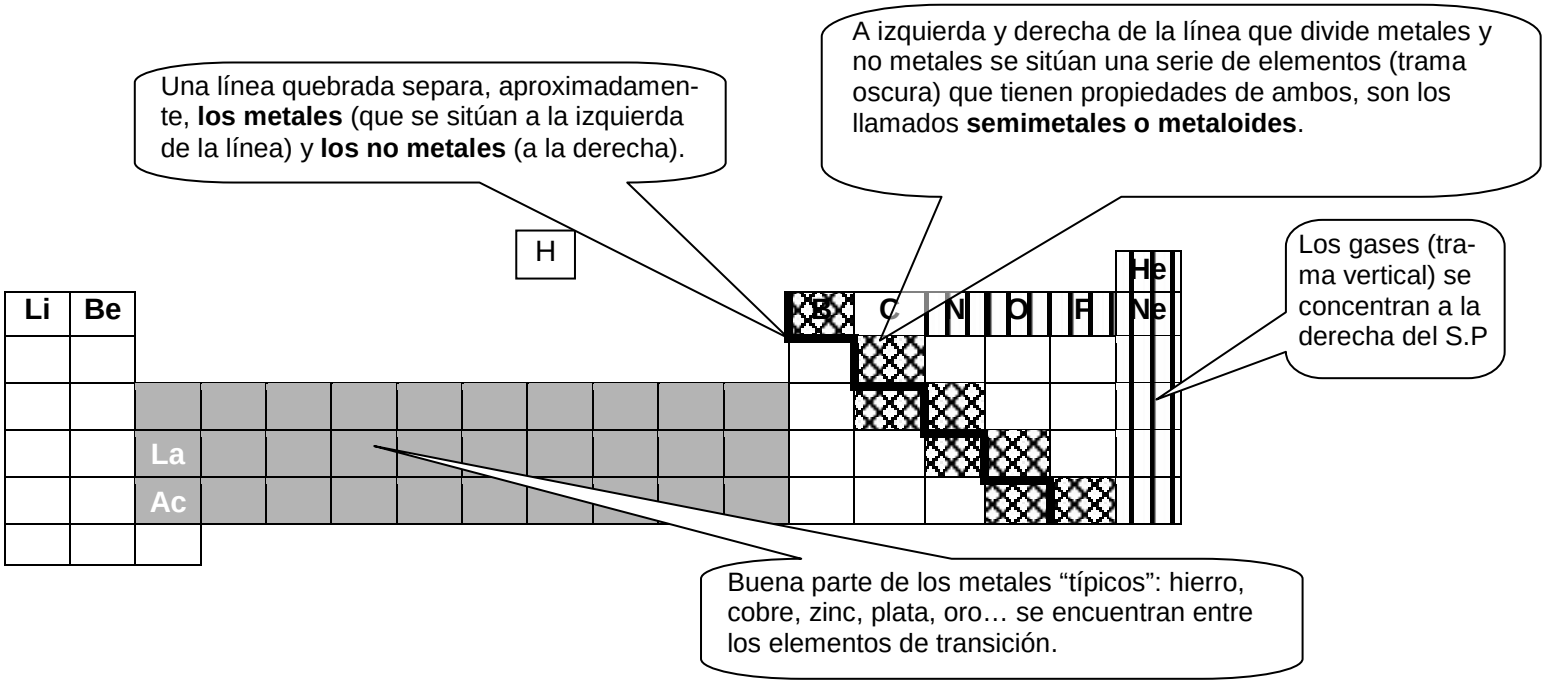
- El hidrógeno, el elemento más ligero, tiene propiedades singulares, por eso a menudo no se le coloca en ninguno de los grupos.
- En la tabla periódica los elementos se clasifican en filas**, periodos,** y columnas, **grupos o familias.**
- **Todos los elementos de un grupo tienen propiedades químicas semejantes.**
- Mendeleiev ordenó los elementos de menor a mayor masa atómica, aunque en dos ocasiones (Ar y K, Te y I) tuvo que invertir el orden para que los elementos se situaran en el grupo que les correspondería por sus propiedades químicas.
- **El número del periodo nos da el número total de capas u órbitas** de los átomos.

Configuración de la última capa (n es el número de la última capa, coincide con el número del periodo):

- ***Alcalinos: ns^1***
- ***Alcalino-térreos: ns^2***
- ***Boroideos: ns^2p^1***
- ***Carbonoideos: ns^2p^2***
- ***Nitrogenoideos: ns^2p^3***
- ***Anfígenos : ns^2p^4***
- ***Halógenos: ns^2p^5***
- ***Gases nobles: ns^2p^6 (excepto He)***

Todos los elementos de un mismo grupo tienen la misma estructura electrónica en su última capa o capa de valencia, de ahí que tengan unas propiedades químicas similares**.**

Las propiedades químicas de los elementos están íntimamente ligadas a la estructura electrónica de su última capa.



- **Los gases nobles tienen una estructura electrónica especialmente estable que se corresponde con ocho electrones en su última capa: ns^2p^6 (excepto el He que tiene dos).**
- **Todos los elementos tiende a adquirir la estructura de gas noble. Para eso tratan de captar o perder electrones**.
- Los elementos, como los halógenos o anfígenos, a los que les faltan solamente uno o dos electrones para adquirir la configuración de gas noble, tienen mucha tendencia a captar electrones transformándose en iones con carga negativa. **Se dice que son muy electronegativos. En general los no metales son elementos electronegativos y tienden a captar electrones para dar iones negativos.**
- Los elementos, como los alcalinos o alcalinotérreos, que están muy alejados de la configuración del gas noble siguiente, les resulta mucho más sencillo perder uno o dos electrones y adquirir la configuración electrónica del gas noble anterior. Por tanto, mostrarán mucha tendencia a formar en iones con carga positiva**. Se dice que son muy poco electronegativos. En general los metales son poco electronegativos y tienden a perder electrones para dar iones positivos.**
- Los metales tienen **energías de ionización bajas** (cuesta muy poco arrancarles un electrón), la razón es bastante sencilla: si tienden a ceder electrones bastará con comunicarles muy poca energía para que los cedan.
- Los no metales, sin embargo, muestran **energías de ionización elevadas**: si lo que quieren es captar electrones mostrarán muy poca tendencia a cederlos. Por tanto, habrá que comunicarles mucha energía para arrancárselos.

Energía de ionización

Se define la energía de ionización (algunas veces se le llama potencial de ionización) como la energía que hay que comunicar a un átomo neutro, y en estado gaseoso, para arrancar el electrón más débilmente retenido:

$$X_{(g)} + E.I \longrightarrow X^{+} + e^{-}$$

Rigurosamente deberíamos de hablar de primera energía de ionización cuando se arranca el primer electrón, segunda energía de ionización cuando arrancamos el segundo (siempre mayor ya que hay que extraer una carga negativa de un átomo con carga positiva), tercera energía de ionización cuando arrancamos el tercero… etc.

La energía de ionización dependerá de la fuerza con que el electrón esté ligado al núcleo y ésta aumentará si la carga del núcleo es grande y la distancia pequeña.

Teniendo en cuenta que cuando nos desplazamos hacia la derecha en un periodo los electrones de la capa de valencia se sitúan a la misma distancia del núcleo, mientras que el número de protones crece, la energía de ionización crecerá hacia la derecha.

Elemento	Li	Be	B	C	N	O	F	Ne
E.I (kj/mol)	520,2	899,5	800,6	1086,5	1402,3	1313,9	1681,0	2060,7

Como se observa en la tabla la tendencia es a crecer hacia la derecha. Se observan valores anormalmente altos para el Be y el N que se pueden explicar por la especial estabilidad de la configuración $2s^2$ (con el nivel s lleno) para el Be y $2s^2\ p^3$ (con el nivel p semilleno) para el N. Obrservar la gran energía de ionización del Ne debido a la gran estabilidad de la estructura $2s^2\ p^6$.

Si descendemos en un grupo la distancia al núcleo aumenta (a medida que descendemos aumenta el número de capas), mientras que el aumento de la carga nuclear ejerce menor influencia debido a que los electrones situados en órbitas inferiores "apantallan" en gran medida la carga del núcleo. La energía de ionización, por tanto, disminuye a medida que se desciende en un grupo.

Elemento	E.I (kj/mol)
Li	520,2
Na	495,8
K	418,8
Rb	403,0

Considerando la variación en conjunto diremos que los elementos con una energía de ionización elevada se situarán en la parte superior derecha de la tabla periódica y los que tienen una energía de ionización más baja lo harán en la parte inferior izquierda de la tabla.

De manera general los no metales tienen energías de ionización elevadas mientras que los metales muestran energías de ionización bajas.

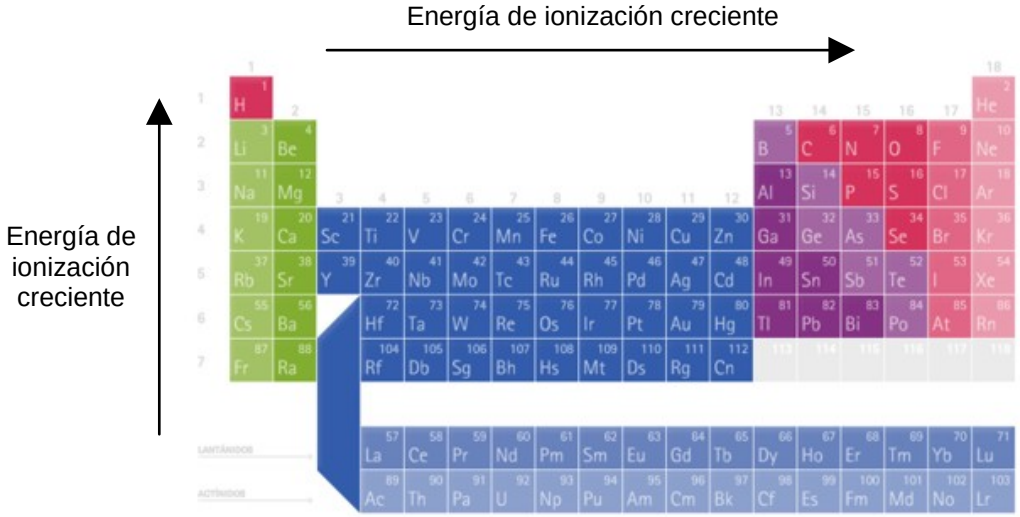


Tabla: Merck. http://pse.merck.de/merck.php?lang=ES

Electronegatividad

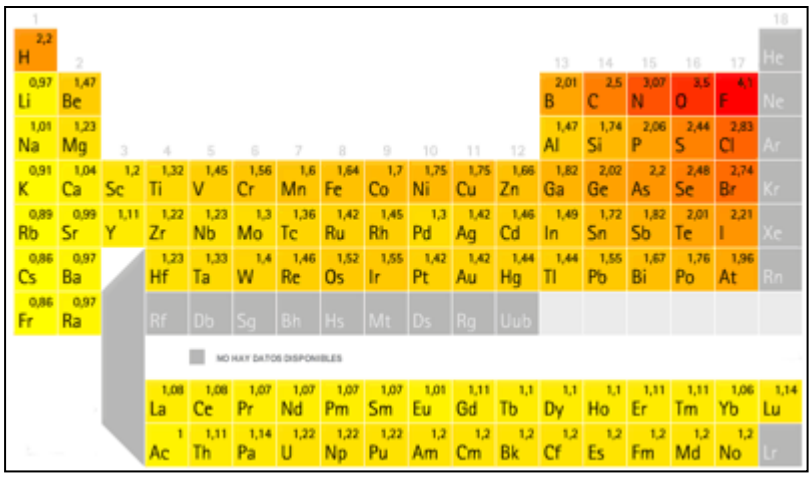
La electronegatividad mide la tendencia de los elementos a captar electrones.

Electronegatividades altas indican gran apetencia por los electrones. Los no metales son muy electronegativos.

Una electronegatividad baja indica tendencia a perder electrones. Los metales tienen electronegatividades bajas.

En un periodo la electronegatividad aumenta hacia la derecha.

En un grupo los elementos más electronegativos son los situados más arriba y la electronegatividad disminuye a medida que se desciende.



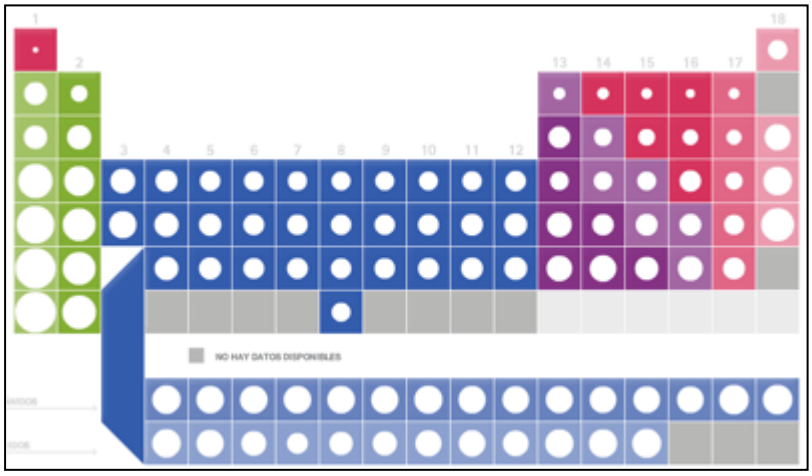
Valores de electronegatividad.
Fuente: Merck. http://pse.merck.de/merck.php?lang=ES

En conjunto, por tanto, la electronegatividad aumenta hacia arriba y hacia la derecha. Los elementos más electronegativos son los situados en el ángulo superior derecho de la tabla.

Tamaño de los átomos

El tamaño de un átomo viene condicionado por dos factores:

- ***El número de capas que posea***. Los átomos que tengan más capas tendrán, lógicamente, un tamaño superior a aquellos otros que posean pocas capas.
- ***El número de electrones situado en la última capa o capa de valencia***. La existencia de muchos electrones en la última capa hace que aumente el tamaño del átomo, ya que los electrones, al ser cargas negativas, se repelen y tienden a separarse unos de otros.
- ***La carga del núcleo***. Un electrón situado a determinada distancia del núcleo estará más fuertemente atraído por éste (tendiendo a situarse a menor distancia) si la carga nuclear es grande.



Radios atómicos.
Fuente: Merck. http://pse.merck.de/merck.php?lang=ES

Si nos situamos en un grupo, los átomos tendrán mayor número de capas a medida que descendemos. ***Los elementos más pequeños estarán situados en la parte superior y los más voluminosos en la parte de abajo del sistema periódico.***

En un periodo todos los elementos tienen igual número de capas (aunque los elementos de transición colocan los electrones en el nivel “d” de la penúltima capa, éste se encuentra muy cerca de la última). ***En los periodos cortos, y a medida que vamos hacia la derecha, aumenta la carga nuclear y la tendencia es a disminuir el tamaño de los átomo***s, ya que el efecto de repulsión entre los electrones no es grande debido a que no existe una gran acumulación en la capa.

En los periodos largos, y hasta aproximadamente la mitad del mismo, la tendencia es a disminuir el tamaño de los átomos debido al aumento de carga nuclear. A partir de la mitad, y debido a la gran concentración de electrones, el efecto de repulsión se hace más importante y la tendencia es a que el tamaño crezca.

En resumen, en los periodos largos, ***el tamaño decrece desde la izquierda hacia el centro y aumenta desde éste a la derecha. Los átomos más pequeños se encuentran situados hacia la mitad periodo.***

ENLACES QUÍMICOS

Los átomos tienden a unirse unos a otros para formar entidades más complejas. De esta manera se construyen todas las sustancias.

- ¿Por qué los átomos tienden a unirse y no permanecen aislados como tales átomos?
- ¿Por qué un átomo de cloro se une a uno de hidrógeno y, sin embargo, un átomo de oxígeno se combina con dos de hidrógeno o uno de nitrógeno con tres de hidrógeno?
- ¿Cuál es el "mecanismo" que mantiene unidos los átomos?

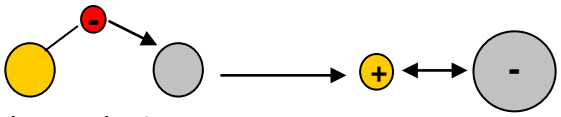
La teoría del enlace químico trata de dar respuesta a estas cuestiones.

La causa determinante de que los átomos traten de combinarse con otros es la tendencia de todos ellos a adquirir la configuración de gas noble ($ns^2\ p^6$) en su capa más externa o "capa de valencia".

Ésta es una configuración especialmente estable a la que tienden todos los elementos

ENLACE IÓNICO

Si enfrentamos un átomo al que le falten pocos electrones en su capa de valencia para adquirir la configuración de gas noble (muy electronegativo, tendencia a coger electrones), tal como el cloro, con otro cuya electronegatividad sea baja (tendencia a ceder electrones), tal como el sodio, éste cederá un electrón al cloro. Como consecuencia, el cloro se convertirá en un ión negativo (anión) mientras que el sodio se convierte en un ión positivo (catión). Ambos se unen debido a la atracción entre cargas de distinto signo (atracción electrostática)



El átomo más electronegativo (derecha), capta el electrón que pierde el menos electronegativo (izquierda).

Los iones formados se atraen con una fuerza dada por la ley de Coulomb:

$$F = k\frac{q\,Q}{d^2}$$

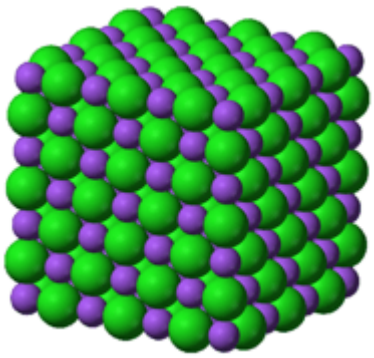
El proceso fundamental consiste en la transferencia de electrones entre los átomos (uno cede electrones y el otro los coge), formándose iones de distinto signo que se atraen.

En realidad este proceso se realiza simultáneamente en un número enorme de átomos con el resultado de que se formarán gran número de iones positivos y negativos que se atraen mutuamente formando una estructura de iones dispuestos en forma muy ordenada. Es lo que se conoce con el nombre de ***red iónica*** o ***cristal.***

Este enlace tendrá lugar entre átomos de electronegatividad muy distinta: entre metales y no metales.

En los compuestos iónicos no se puede hablar de moléculas individuales, sino de grandes agregados. Por tanto, en los compuestos iónicos la fórmula no podemos decir que represente una molécula. Solamente indica la proporción en la que los iones se encuentran combinados.

Ejemplos:



Cristal de NaCl

Los iones Cl^- (esferas más grandes, verdes) se rodean de iones Na^+ (esferas más pequeñas, moradas) y éstas, a su vez, son atraídas por los iones negativos formando una red iónica.
(Fuente: Wikimedia)

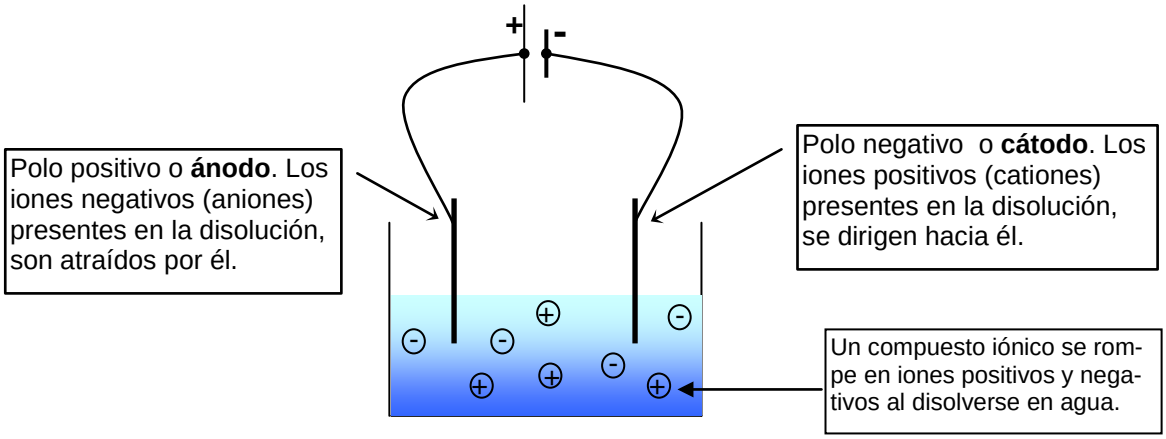
NaCl. La relación de iones de Na^+ e iones Cl^- es 1:1 (hay el mismo número de ambos)

$CaCl_2$. Hay doble número de iones Cl^- que de iones Ca^{2+}

El número de iones de determinado signo que rodean a otro de signo contrario recibe el nombre de ***índice de coordinación del ión*** y depende del tamaño relativo de ambos. Por ejemplo, el cloruro de sodio cristaliza con una estructura en la cual el ión sodio está rodeado de seis iones cloruro y éste de seis iones sodio.

Los compuestos iónicos tienen las siguientes propiedades:

- ***Son sólidos cristalinos*** como revela su estructura muy ordenada y compacta.
- ***Poseen puntos de fusión y ebullición elevados***, ya que el enlace iónico es de una gran fortaleza y para que el compuesto se convierta en líquido o en gas es necesario romper esos enlaces, para lo cual hay que suministrar una cantidad considerable de energía.
- ***Son duros***, ya que para rayar un sólido es necesario romper cierto número de enlaces y el enlace es muy fuerte.
- ***Suelen ser solubles en agua*** y al disolverse se rompen en iones positivos y negativos.
- ***En estado sólido no conducen la electricidad*** ya que los iones están fuertemente unidos y no hay cargas libres que puedan circular.
- ***Fundidos o en disolución acuosa son buenos conductores de la corriente eléctrica*** debido a la existencia de iones (átomos con carga) que se dirigen a los electrodos de polaridad contraria.



Ampliación

Las sales son compuestos iónicos, a pesar de lo cual muchas de ellas no son solubles en agua. Determinar si un compuesto va a ser soluble en agua no es fácil, ya que la disolución de una sal en agua es un proceso bastante complejo. De manera general podemos decir que la solubilidad es más probable:

- ***Si los iones no tienen carga elevada***. A mayor carga, mayor atracción y, por consiguiente, más dificultad para romper la red cristalina.
- ***Si los iones no son muy pequeños.*** Iones pequeños hacen que la distancia entre cargas sea menor y esto condiciona (ley de Coulomb) que la fuerza de atracción sea mayor.

Ejemplos:

El NaCl es soluble, los iones tienen poca carga y son bastante grandes.

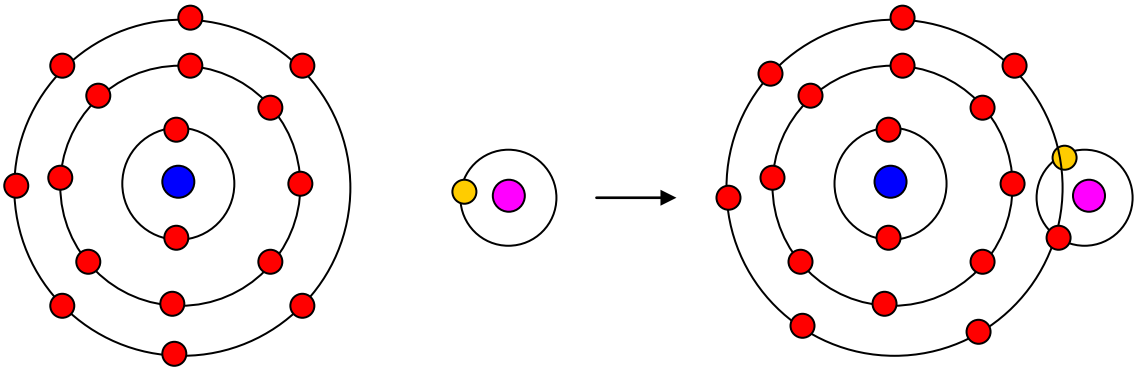
El AgCl, sin embargo, es muy insoluble debido, probablemente, a que el ión Ag^+ es pequeño.

Los carbonatos de los metales alcalinos (Na_2CO_3, K_2CO_3 …) son solubles, probablemente debido a la pequeña carga de los cationes ,+1. Sin embargo, los carbonatos de los metales alcalino térreos o metales divalentes ($CaCO_3$, $PbCO_3$ …) son insolubles debido a la mayor carga de los cationes, que es ahora +2.

Idéntica razón sirve para justificar la solubilidad de los sulfuros de los metales alcalinos (Na_2S, K_2S…) frente a la elevada insolubilidad de los sulfuros de los metales divalentes (PbS, CuS…)

ENLACE COVALENTE

Si los átomos que se enfrentan son ambos electronegativos (no metales), ninguno de los dos cederá electrones. Una manera de adquirir la configuración de gas noble en su última capa es permanecer juntos con el fin de compartir electrones.



Átomo de Cl | Átomo de H | Molécula de HCl

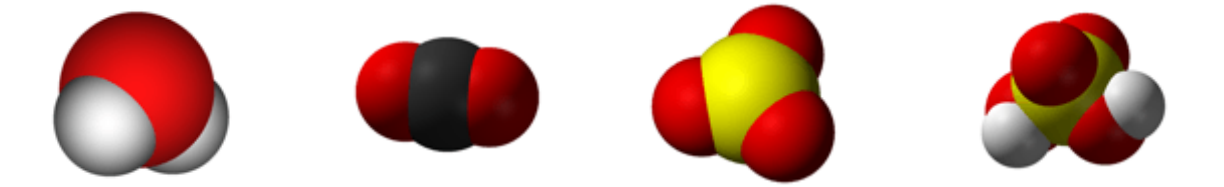
El proceso fundamental en este tipo de enlace es la compartición de electrones. Los átomos permanecen juntos con el fin de poder compartir los electrones, adquiriendo ambos de esta forma la configuración de gas noble en la capa más externa.

Es un enlace característico entre átomos de electronegatividad alta (no metales).

Cuando los átomos se unen mediante este tipo de enlace se forman unas nuevas entidades integradas por los átomos unidos**: *las moléculas. Las moléculas son las unidades básicas de los compuestos covalentes.***

Las moléculas se representan de manera abreviada mediante las fórmulas químicas.

Para escribir la fórmula química correspondiente a un compuesto se citan los átomos que lo forman (siguiendo ciertas reglas) mediante su símbolo afectado de un subíndice que indica el número de átomos que forman la molécula.

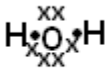


Molécula de H_2O | Molécula de CO_2 | Molécula de SO_3 | Molécula de H_2SO_4

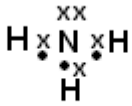
Para representar las moléculas resultantes de la unión mediante enlace covalente se utilizan a menudo los ***diagramas de Lewis***. En ellos se representan por puntos o cruces los electrones de la capa de valencia del átomo y los electrones compartidos se sitúan entre los dos átomos. De esta manera es fácil visualizar los electrones compartidos y cómo ambos átomos quedan con ocho electrones (estructura de gas noble).

Para simplificar la escritura los electrones de enlace se representan por una raya que une ambos átomos. Los pares no enlazantes se representan también por rayas situadas sobre el símbolo del elemento:

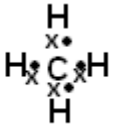
Como se puede observar, y dependiendo del número de electrones necesario para adquirir la deseada estabilidad, los átomos se van a combinar en una u otra proporción: Ejemplos:



El **oxígeno** se combina con **dos** átomos de hidrógeno para formar agua...

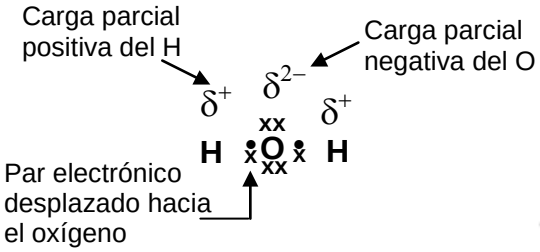


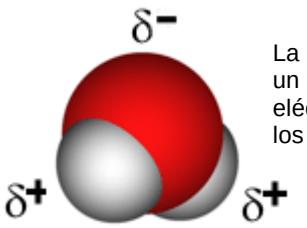
...sin embargo el **nitrógeno** se combina con **tres,** ya que así completa los ocho electrones de la capa de valencia...



... en el caso del **carbono** son necesarios **cuatro** átomos de hidrógeno

Teóricamente en un enlace covalente los pares de electrones deberían compartirse por igual (digamos a un 50%). Sin embargo, esto sólo es cierto cuando los elementos que se enlazan son exactamente iguales o de electronegatividad muy parecida. En caso contrario, el elemento más electronegativo "tira" más del par de enlace "quedándose con más electrones". De esta manera éste átomo "coge electrones" adquiriendo cierta carga negativa (aunque no llega a ser de una unidad lo que se correspondería con un enlace iónico), y el menos electronegativo queda con cierta carga positiva. En los extremos del enlace aparecen cargas eléctricas de signo opuesto. Es lo que se llama un dipolo. ***Se dice que el enlace está polarizado.***



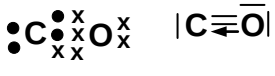


La molécula de agua, a pesar de ser un compuesto covalente, tiene cargas eléctricas debido a la polarización de los enlaces.

El enlace covalente "puro" existe, por tanto, sólo cuando los elementos enlazados son idénticos (moléculas homonucleares). Ejemplos: O_2, H_2, N_2 ... En el resto de los casos (moléculas heteronucleares) el enlace covalente siempre estará más o menos polarizado. Tendrá cierto porcentaje de iónico. Realmente podríamos considerar el enlace iónico como un caso extremo de enlace covalente en el cual el enlace se ha polarizado al extremo hasta llegar a la separación total de cargas.

Puede ocurrir que el par que se comparte no esté integrado por un electrón de cada uno de los átomos enlazados, sino que ambos electrones sean aportados por uno de los átomos. En este caso el enlace covalente formado recibe el nombre de ***enlace covalente coordinado o dativo*** y se representa por una flecha que apunta del átomo que aporta el par hacia el que lo recibe. Aunque teóricamente el enlace dativo se distinga del enlace covalente ordinario, una vez formado, ambos son indistinguibles.

Podemos describir la molécula de ozono (O_3), de forma aproximada, con un enlace dativo entre dos de los oxígenos.



En el triple enlace carbono - oxígeno del monóxido de carbono, uno de los enlaces es dativo.

Los compuestos con enlace covalente tienen las propiedades siguientes:

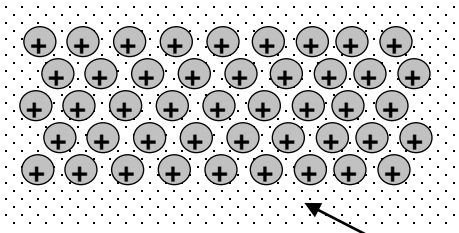
- ***Están formados por moléculas***, las cuales pueden existir individualmente como unidades aisladas.
- ***Suelen ser gases o líquidos***. Si son sólidos presentarán puntos de fusión relativamente bajos ya que entre las moléculas existen unas fuerzas de atracción bastante débiles.
- ***Tienen puntos de fusión y ebullición bajos.***
- ***Suelen ser poco solubles en agua.***
- **Son malos conductores de la corriente eléctrica**, incluso disueltos o fundidos (no hay cargas libres).

ENLACE METÁLICO

El enlace metálico es el que mantiene unidos los átomos de los metales.

Mediante la estructura del enlace metálico podemos explicarnos las propiedades más características de los metales, tales como su facilidad para conducir la electricidad y el calor (conductividad), la capacidad para extenderse en hilos muy finos (ductilidad) , la capacidad para obtener láminas finas (maleabilidad), densidades elevadas, puntos de fusión altos... etc.

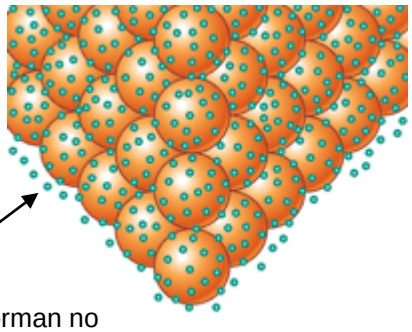
El modelo más sencillo de enlace metálico se basa en una de las propiedades características de los metales: su baja electronegatividad (ceden electrones con facilidad). Así pues, **el enlace metálico podemos describirlo como una disposición muy ordenada y compacta de iones positivos del metal (red metálica) entre los cuales se distribuyen los electrones perdidos por cada átomo a modo de "nube electrónica**". Es importante observar que los electrones pueden circular libremente entre los cationes, no están ligados (sujetos) a lo núcleos y son compartidos por todos ellos. Esta nube electrónica hace de "colchón" entre las cargas positivas impidiendo que se repelan a la vez que mantienen unidos los átomos del metal.



Vista en dos dimensiones

Nube electrónica.

Los electrones que la forman no están unidos a los núcleos, se deslocalizan entre los cationes evitando su repulsión.

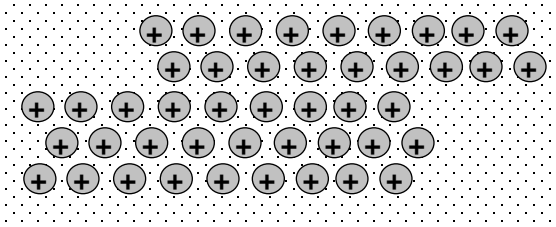


Representación tridimensional (Fuente:Kalipedia)

En los metales tampoco se forman moléculas individuales. La situación es muy parecida a la encontrada en el caso de los compuestos iónicos.

Propiedades de los metales:

- ***Son sólidos a temperatura ambiente (a excepción del mercurio) de densidad elevada***. Observar que la red metálica es una estructura muy ordenada (típica de los sólidos) y compacta (con los iones muy bien empaquetados, muy juntos, densidad alta)
- ***Temperaturas de fusión y ebullición altas***, síntoma de que el enlace entre los átomos es fuerte.
- ***Buenos conductores del calor y la electricidad***, debido a la existencia de electrones libres que pueden moverse.
- ***Ductilidad y maleabilidad***, debido a la posibilidad de que las capas de iones se pueden deslizar unas sobre otras sin que se rompa la red metálica.



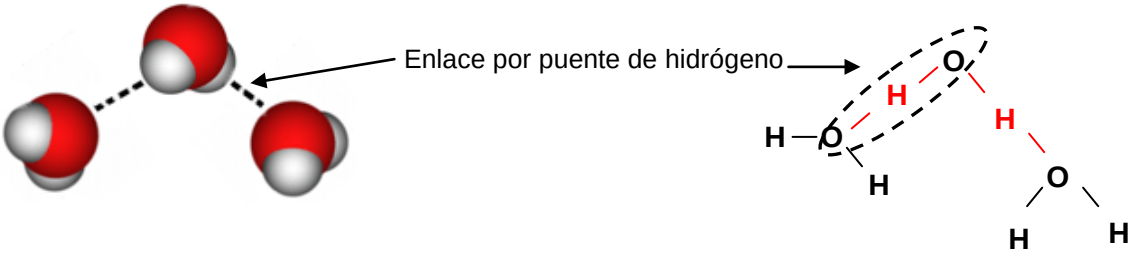
La existencia de la nube electrónica hace que las capas de iones puedan deslizar unas sobre otras sin que la repulsión entre ellas rompa el sólido. Debido a ello los metales son dúctiles y maleables.

ENLACE POR PUENTE DE HIDRÓGENO

Aunque el llamado ***"enlace por puente de hidrógeno***" no llega a la categoría de enlace (es veinte veces más débil que un enlace covalente) y se estudia como un tipo de interacción entre las moléculas, es de gran importancia ya que juega un papel muy importante en química y biología.

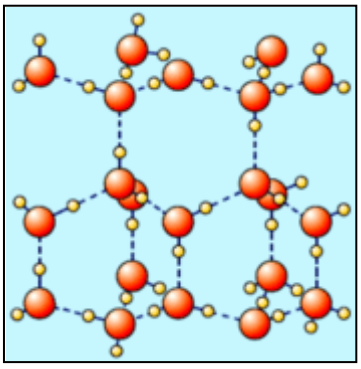
El enlace por puente de hidrógeno es una interacción entre moléculas debida a la polaridad de los enlaces covalentes y se da entre el átomo de hidrógeno, cargado positivamente, y un átomo electronegativo pequeño como el oxígeno, nitrógeno o flúor.

El átomo de oxígeno de una molécula de agua tiene una carga parcial negativa que es atraída por la carga parcial positiva del hidrógeno de una molécula vecina. De esta manera ambas moléculas quedan "unidas" mediante el átomo de hidrógeno que hace de "puente" entre ambas.



El oxígeno (esfera roja) tiene cierta carga negativa, mientras que el hidrógeno (esfera blanca) tiene carga positiva produciéndose una atracción electrostática entre ambas. El átomo de hidrógeno hace de "puente" entre ambas moléculas.

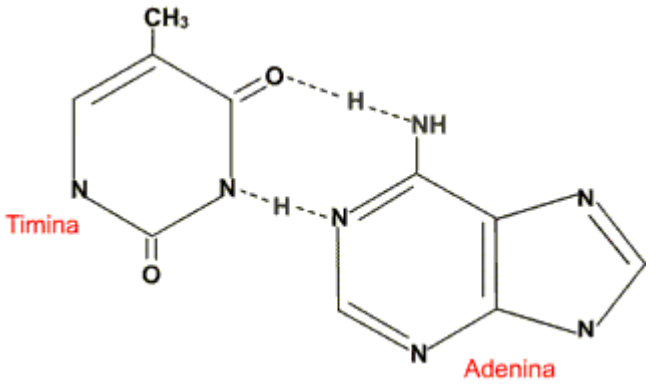
Los enlaces por puente de hidrógeno son los responsables de que el agua tenga un punto de ebullición anormalmente alto, ya que para que el agua líquida pase a gas es necesario romper multitud de puentes de hidrógeno lo que implica suministrar una energía suplementaria considerable para que la energía cinética de las moléculas sea capaz de vencer la interacción entre ellas.

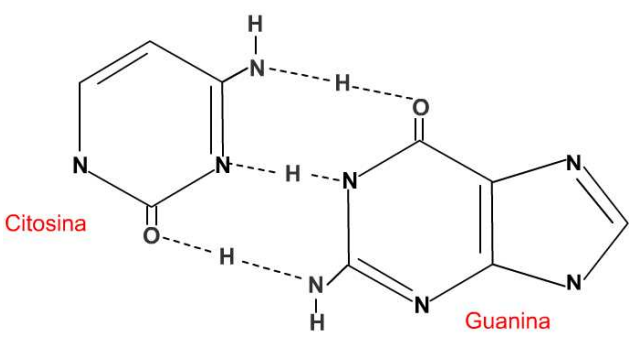


Al bajar la temperatura se favorece la formación de nuevos enlaces y cuando el agua se vuelve sólida se sabe que cada molécula de agua se coordina tetraédricamente con otras cuatro moléculas (ver figura) formando una estructura muy abierta con grandes espacios entre las moléculas. Esto determina que la densidad del agua sólida sea menor que la del agua líquida.

Cuando el hielo funde se rompen alrededor del 30 % de los enlaces de hidrógeno, y el agua líquida a temperaturas próximas a 0^0C aún está compuesta por "racimos" de moléculas enlazadas.

A bajas temperaturas podríamos decir que aún persiste parte de la estructura del hielo. Si se sigue aumentando la temperatura siguen rompiéndose enlaces y el volumen, en consecuencia, seguirá disminuyendo. A partir de determinada temperatura es de esperar que la expansión térmica del líquido sea superior a la contracción de volumen debido a la rotura de enlaces de hidrógeno. Por eso el agua tiene una densidad máxima (o un volumen mínimo) a 4^0 C.





Los enlaces por puente de hidrógeno también son los responsables del emparejamiento adenina-timina (A-T) y citosina-guanina (C-G) en el ADN.

REACCIONES QUÍMICAS

En un proceso químico (o reacción química) se produce una profunda alteración de la materia. Se parte de unas sustancias (reactivos) y lo que se obtiene después del proceso (productos) son unas sustancias completamente diferentes a las de partida.

Para representar abreviadamente las reacciones químicas se utilizan las ecuaciones químicas.

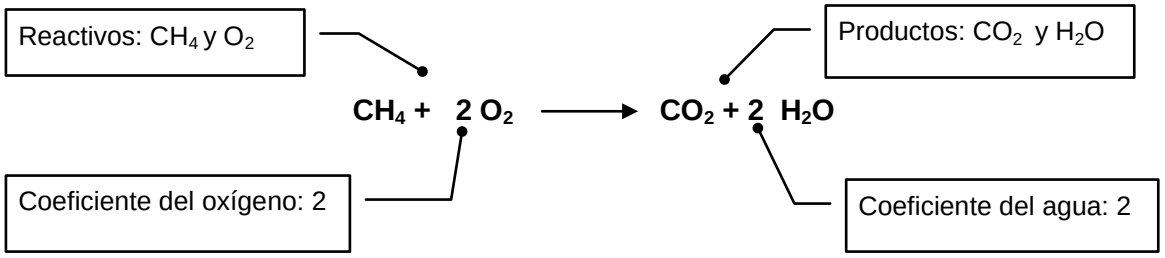
En una ecuación química se escriben las fórmulas de los reactivos a la izquierda y las de los productos a la derecha separados por una flecha:

Reactivos ⟶ **Productos**

El proceso de ajustar (o igualar) la ecuación consiste en colocar números delante de las fórmulas (coeficientes) para garantizar que exista el mismo número de átomos en los reactivos que en los productos, ya que en una reacción química no pueden desaparecer o crearse átomos. O lo que es lo mismo:

En una reacción química la masa permanece constante (Ley de Conservación de la Masa o Ley de Lavoisier).

Con ello garantizamos que los reactivos están en las proporciones justas (*cantidades estequiométricas*) para reaccionar.



Para que se verifique una reacción química ha de producirse:

- **Una ruptura de los enlaces en los reactivos**. Lo que generalmente implica **aportar energía**.
- **Un reagrupamiento de los átomos de forma distinta**.
- **Una formación de nuevos enlaces para formarse los productos**. Lo que generalmente implica un **desprendimiento de energía.**

En el balance final de energía para el proceso puede ocurrir:

Energía aportada > Energía desprendida. La reacción, en conjunto, absorbe energía (calor). **Reacción endotérmica.**

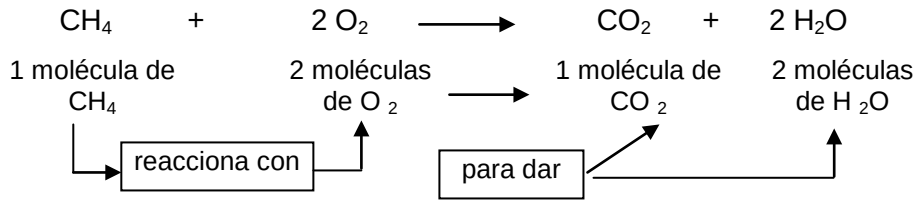
Energía aportada < Energía desprendida. La reacción, en conjunto, desprende energía (calor). **Reacción exotérmica.**

El calor absorbido o desprendido puede añadirse a la ecuación química como un elemento más del proceso:

$CH_4 + 2\ O_2 \longrightarrow CO_2 + 2\ H_2O + 875\ kJ$ **(Proceso exotérmico)**

$2\ KClO_3 + 89{,}4\ (kJ) \longrightarrow 2\ KCl + 3\ O_2$ **(Proceso endotérmico)**

Una reacción química ajustada nos da, por tanto, la siguiente información:



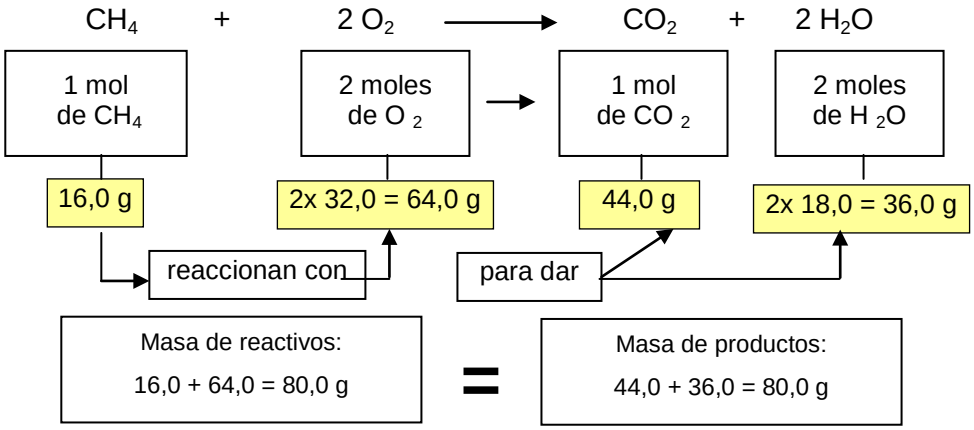
Observar que **si queremos que reaccionen en las cantidades justas tenemos necesidad de "contar" moléculas,** ya que los reactivos han de estar en la proporción de 2 moléculas de O_2 por una de CH_4 , pero ¿cómo contar moléculas?

Para conseguirlo hacemos uso del concepto de mol:

Un mol de CH_4 es la cantidad de metano que contiene 6,02. 10^{23} moléculas de metano y, según se estableció (ver apuntes sobre el concepto de mol), su masa coincide con la masa de la molécula en gramos. Esto es: 16,0 g. Por tanto, si tomamos 16,0 g de CH_4 estamos cogiendo 6,02. 10^{23} moléculas de CH_4.

Repitamos ahora el razonamiento con el oxígeno. Un mol de O_2 es la cantidad de oxígeno que contiene 6,02. 10^{23} moléculas de O_2 y su masa coincide con la masa de la molécula en gramos. Esto es: 32,0 g. Por tanto, si tomamos 32,0 g de O_2 estamos cogiendo 6,02. 10^{23} moléculas de O_2. Si necesito coger el doble de moléculas debería de coger 2 moles. Esto es 64,0 g de O_2

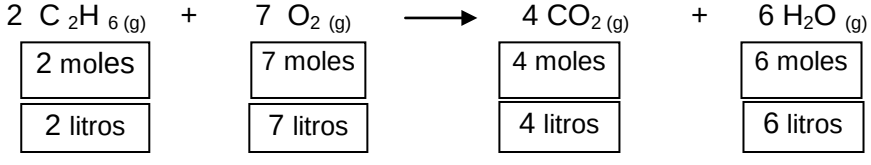
En resumen, si quiero que las moléculas de CH_4 y O_2 estén en proporción 1:2 debería de coger 1 mol de CH_4 y 2 moles de O_2, o lo que es lo mismo, 16,0 g de CH_4 y 64,0 g de O_2.



"En una reacción química la masa se conserva. Esto es, la masa de los reactivos es igual a la masa de los productos". **(Ley de Lavoisier)**

En el caso de que las sustancias sean gases, **y siempre que se midan en las mismas condiciones de presión y temperatura,** la relación en moles se puede establecer como relación en volumen:

"Volúmenes iguales de gases diferentes en las mismas condiciones de P y T contienen el mismo número de moles" (Hipótesis de Avogadro)



Si consideramos un gas y el volumen se mide a 1 atm de presión y 0 ^{0}C (condiciones normales), 1 mol ocupa 22,4 litros.

Algunos tipos de reacciones químicas:

Reacciones de oxidación. Combinación con el oxígeno. Son reacciones lentas que desprenden poca energía

$2\ Fe + O_2 \longrightarrow 2\ Fe\ O$

$4\ Fe + 3\ O_2 \longrightarrow 2\ Fe_2O_3$

Los carbonatos desprenden CO_2 cuando son atacados por los ácidos (el desprendimiento de este gas es lo que provoca la característica "efervescencia")

$Na_2\ CO_3 + 2\ HCl \longrightarrow 2\ NaCl + CO_2 + H_2O$

Reacciones de combustión. Químicamente son oxidaciones, pero al contrario que éstas son reacciones que transcurren muy rápidamente y con un desprendimiento notable de energía

$2\ C + O_2 \longrightarrow 2\ C\ O + Q$

$C + O_2 \longrightarrow C\ O_2 + Q$

Siempre que se queme un hidrocarburo (compuesto que contiene únicamente carbono e hidrógeno) se obtiene CO_2 y agua:

$CH_4 + 2\ O_2 \longrightarrow CO_2 + 2\ H_2O$

C_4H_{10} + $\frac{13}{2}$ $O_2 \longrightarrow 4\ CO_2 + 5\ H_2O$

butano

Reacciones de neutralización. Entre un ácido y una base. Se obtiene la sal del ácido y agua:

Ácido + Base → Sal + Agua.

$H\ Cl + Na\ OH \longrightarrow Na\ Cl + H_2O$

$H_2SO_4 + Ba\ (OH)_2 \longrightarrow Ba\ SO_4 + 2\ H_2O$

$HNO_3 + KOH \longrightarrow K\ NO_3 + H_2O$

$H_2CO_3 + 2\ NaOH \longrightarrow Na_2\ CO_3 + 2\ H_2O$

Reacción de los óxidos con el agua. El comportamiento es muy distinto cuando reacciona un óxido no metálico o uno metálico. En el primer caso se obtiene un ácido y en el segundo una base. Por esta razón se dice que **los óxidos no metálicos tienen un carácter ácido**, mientras que **los metálicos tienen un carácter básico.**

$SO_3 + H_2O \longrightarrow H_2SO_4$

$CO_2 + H_2O \longrightarrow H_2CO_3$

$CaO + H_2O \longrightarrow Ca(OH)_2$

$Na_2O + H_2O \longrightarrow 2\ NaOH$

Desplazamiento del hidrógeno de los ácidos por los metales. La mayor parte de los metales reaccionan con los ácidos desplazando el hidrógeno (que se desprende como gas) y el metal se disuelve formando la sal correspondiente. Esta reacción se produce muy fácilmente en al caso de metales alcalinos y alcalino-térreos.

$2\ HCl + Mg \longrightarrow Mg\ Cl_2 + H_2$

$H_2\ SO_4 + Fe \longrightarrow FeSO_4 + H_2$

Algunos metales como la plata, el cobre o el mercurio no desplazan el hidrógeno de los ácidos.

REACCIONES QUÍMICAS

Cálculos

Cálculos masa - masa

El dato está expresado en gramos y la incógnita la piden también en gramos.
Ejemplo: ¿Cuántos gramos de dicloruro de manganeso se obtienen cuando reaccionan 7,5 g de ácido clorhídrico?

$$MnO_2 + 4\,HCl \longrightarrow Mn\,Cl_2 + Cl_2 + 2\,H_2O$$

$$7{,}5\ \text{g de HCl} \cdot \frac{1\ \text{mol de HCl}}{36{,}5\ \text{g de HCl}} \cdot \frac{1\ \text{mol de MnCl}_2}{4\ \text{moles de HCl}} \cdot \frac{126{,}0\ \text{g de MnCl}_2}{1\ \text{mol de MnCl}_2} = \boxed{6{,}5\ \text{g de MnCl}_2}$$

Factor leído en la ecuación ajustada. Nos transforma dato (HCl) en incógnita ($MnCl_2$)

Cálculos masa - volumen

El dato está expresado en gramos y la incógnita, por ser un gas, piden su volumen en litros
Ejemplo: ¿Qué volumen de cloro se obtendrá cuando reaccionen 7,5 g de ácido clorhídrico?

b) Si se mide en c. n.
c) Si se mide a 1,5 atm y 50 ^{0} C

a) Cálculo del volumen de Cl_2 medido en c.n.

$$7{,}5\ \text{g de HCl} \cdot \frac{1\ \text{mol de HCl}}{36{,}5\ \text{g de HCl}} \cdot \frac{1\ \text{mol de MnCl}_2}{4\ \text{moles de HCl}} \cdot \frac{22{,}4\ \text{L de Cl}_2}{1\ \text{mol de Cl}_2} = \boxed{1{,}2\ \text{L de Cl}_2}$$

Factor leído en la ecuación ajustada

Esta relación se puede usar únicamente cuando el gas esté medido en c. n.

b) Cálculo del volumen de Cl_2 medido a 1,5 atm y 50 ^{0} C

Primero se calcula el número de moles de producto y a continuación se usa la ecuación de los gases:

$$7{,}5\ \text{g de HCl} \cdot \frac{1\ \text{mol de HCl}}{36{,}5\ \text{g de HCl}} \cdot \frac{1\ \text{mol de Cl}_2}{4\ \text{moles de HCl}} = \boxed{0{,}051\ \text{mol de Cl}_2}$$

$$V = \frac{n\,R\,T}{P} = \frac{0{,}051\ \text{moles} \cdot 0{,}082\ \frac{\text{atm L}}{\text{K mol}} \cdot 323\ \text{K}}{1{,}5\ \text{atm}} = 0{,}901\,\text{L} = 901\,\text{cm}^3$$

Cálculos volumen - volumen

Si las sustancias consideradas están en fase gaseosa la relación establecida por la ecuación ajustada puede considerarse relación en volumen, **siempre que los gases estén medidos en las mismas condiciones de P y T (**volúmenes iguales de gases diferentes, medidos en las mismas condiciones de P y T contienen el mismo número de moles)

Ejemplo: Calcular los litros de amoniaco que se obtendrán cuando reaccionan 0,5 L de H_2 (se supone que ambos gases están medidos a igual P y T)

$$N_{2\,(g)} + 3\,H_{2\,(g)} \longrightarrow 2NH_{3\,(g)}$$

$$0{,}5\ \text{L}\ H_2 \frac{2\ \text{L}\ NH_3}{3\ \text{L}\ H_2} = 0{,}333\ \text{L}\ NH_3$$

Cálculos con rendimiento distinto del 100%

Lo más frecuente es que, debido a razones diversas, a la hora de la realización práctica de una reacción química las cantidades obtenidas sean distintas de las calculadas teóricamente. Se define el rendimiento de la reacción como:

$$r = \frac{\text{gramos reales}}{100\ \text{gramos teóricos}}$$

Ejemplo: El nitrato de plomo (II) reacciona con el yoduro potásico para dar un precipitado amarillo de yoduro de plomo (II).

a) Plantear y ajustar la ecuación correspondiente al proceso
a) Cuando se hacen reaccionar 15,0 g de nitrato de plomo (II) se obtienen 18,5 g de yoduro de plomo (II) ¿Cuál es el rendimiento del proceso?

a) Ecuación ajustada: $Pb\,(NO_3)_2 + 2\,KI \rightarrow Pb\,I_2 + 2\,KNO_3$

b) Gramos de yoduro de plomo (II) que deberían obtenerse teóricamente:

$$15{,}0\ \text{g}\ Pb(NO_3)_2 \frac{1\ \text{mol}\ Pb(NO_3)_2}{331{,}2\ \text{g}\ Pb(NO_3)_2} \frac{1\ \text{mol}\ PbI_2}{1\ \text{mol}\ Pb(NO_3)_2} \frac{461{,}0\ \text{g}\ PbI_2}{1\ \text{mol}\ PbI_2} = 20{,}9\ \text{g}\ PbI_2$$

✔ Cálculo del rendimiento:

$$\frac{18{,}5\ \text{g}\ PbI_2\ \text{reales}}{20{,}9\ \text{g}\ PbI_2\ \text{teóricos}} \quad \frac{100{,}0\ \text{g}\ PbI_2\ \text{teóricos}}{100{,}0\ \text{g}\ PbI_2\ \text{teóricos}} = 88{,}5\ \frac{\text{g}\ PbI_2\ \text{reales}}{100{,}0\ \text{g}\ PbI_2\ \text{teóricos}} = 88{,}5\ \%$$

Factor para calcular el tanto por ciento
No se divide por el 100 del denominador, ya que forma parte de la unidad solicitada.

Cálculos con rendimiento distinto del 100%

Ejemplo: El ácido sulfúrico reaccionan con 10,3 g de zinc para dar sulfato de zinc e hidrógeno

a) Plantear y ajustar la ecuación correspondiente al proceso
b) Calcular la cantidad de sulfato de zinc obtenida si el rendimiento para el proceso es de un 75 %

$$H_2SO_4 + Zn \rightarrow ZnSO_4 + H_2$$

Cantidad de sulfato de zinc que se debería obtener (teórico)

$$10,3\ \cancel{g\ Zn}\ \frac{1\ \cancel{mol\ Zn}}{65,4\ \cancel{g\ Zn}}\ \frac{1\ \cancel{mol\ ZnSO_4}}{1\ \cancel{mol\ Zn}}\ \frac{161,5\ g\ ZnSO_4}{1\ \cancel{mol\ ZnSO_4}} = 25,4\ g\ ZnSO_4$$

$$25,4\ \cancel{g\ ZnSO_4\ teóricos}\ \frac{75\ g\ ZnSO_4\ reales}{100\ \cancel{g\ ZnSO_4\ teóricos}} = 19,1\ g\ ZnSO_4\ reales$$

Factor que considera el rendimiento de la reacción.

Procesos con reactivo limitante

A la hora de llevar a cabo una reacción química puede suceder que uno de los reactivos esté en exceso, entonces la reacción transcurrirá mientras exista algo del otro reactivo. Una vez que éste se acaba la reacción se para, quedando el exceso del primero sin reaccionar. El reactivo que al agotarse hace que la reacción se detenga se denomina **reactivo limitante.**

Los cálculos se efectúan considerando las cantidades que reaccionan.

Ejemplo: Una mezcla de 100,0 g disulfuro de carbono y 200,0 g de cloro (gas) se pasa a través de un tubo de reacción caliente produciéndose la reacción:

$$CS_2 + 3\ Cl_2 \rightarrow CCl_4 + S_2Cl_2$$

Calcular la cantidad de S_2Cl_2 que se obtendrá

- Como dan cantidades para ambos reactivos, vemos si están en cantidades estequiométricas (justas):

$$100,0\ \cancel{g\ CS_2}\ \frac{1 mol\ CS_2}{76,2\ \cancel{g\ CS_2}} = 1,31 mol\ CS_2$$

$$200,0\ \cancel{g\ Cl_2}\ \frac{1 mol\ Cl_2}{71,0\ \cancel{g\ Cl_2}} = 2,82\ moles\ Cl_2$$

Como (según se lee en la ecuación química) 1 mol de CS_2 reacciona con 3 moles de Cl_2, para reaccionar con 1,31 moles de CS_2 se necesitarían: 1,31 x 3 = 3,93 moles de Cl_2. Por tanto, como sólo existen 2,82 moles de Cl_2:

Reactivo en exceso (no reacciona todo): CS_2 . Reactivo limitante (reacciona todo) : Cl_2

- A la hora de efectuar los cálculos ha de tenerse presente que parte del CS_2 quedará sin reaccionar. Por tanto, ha de usarse, bien el reactivo limitante (reacciona totalmente), o bien la parte que reacciona del reactivo en exceso:

Usando el reactivo limitante: $$2,82\ \cancel{mol\ Cl_2}\ \frac{1\ \cancel{mol\ S_2Cl_2}}{3\ \cancel{mol\ Cl_2}}\ \frac{135,0\ g\ S_2Cl_2}{1\ \cancel{mol\ S_2Cl_2}} = 126,9\ g\ S_2Cl_2$$

Reactivos impuros

Si los reactivos que se emplean en la reacción no son puros ha de tenerse en cuenta el dato de pureza y realizar los cálculos sólo con la parte de la muestra que reacciona.

Ejemplo: Al calentar el óxido de mercurio (II) se descompone en oxígeno (gas) y mercurio metálico. Calcular la cantidad de mercurio metálico que podremos obtener al descomponer 20,5 g de un óxido del 80 % de pureza.

$$2\ HgO \rightarrow 2\ Hg + O_2$$

Parte de la muestra no es HgO. Por eso hablamos de "óxido" cuando nos referimos a la muestra impura

$$20{,}5\ \text{g de óxido} \cdot \frac{80\ \text{g de HgO}}{100\ \text{g de óxido}} \cdot \frac{1\ \text{mol HgO}}{216{,}8\ \text{g HgO}} \cdot \frac{2\ \text{mol Hg}}{2\ \text{mol HgO}} \cdot \frac{200{,}6\ \text{g Hg}}{1\ \text{mol Hg}} = 15{,}2\ \text{g Hg}$$

Factor que convierte los gramos de muestra en gramos de Hg O

Determinación de la pureza de un reactivo

Basándonos en la cantidad de productos obtenidos (o de reactivos que reaccionan) se puede establecer la pureza de un reactivo o su contenido en determinada sustancia (riqueza)

Ejemplo: Una muestra impura de 50,0 g de zinc reacciona con 53,7 g de ácido clorhídrico. Calcular el % de zinc presente en la muestra (riqueza)

$$Zn + 2\ HCl \rightarrow ZnCl_2 + H_2$$

- La cantidad de zinc presente en la muestra se puede calcular a partir del ácido consumido suponiendo que las impurezas no reaccionan con el ácido:

$$53{,}7\ \text{g HCl} \cdot \frac{1\ \text{mol HCl}}{36{,}5\ \text{g HCl}} \cdot \frac{1\ \text{mol Zn}}{2\ \text{mol HCl}} \cdot \frac{65{,}4\ \text{g Zn}}{1\ \text{mol Zn}} = 48{,}1\ \text{g Zn}$$

- El cálculo de la pureza se reduce a calcular un tanto por ciento:

$$\frac{48{,}1\ \text{g Zn}}{50{,}0\ \text{g muestra}} \cdot \frac{100{,}0\ \text{g muestra}}{100{,}0\ \text{g muestra}} = 96{,}2\ \frac{\text{g Zn}}{100{,}0\ \text{g muestra}} = 96{,}2\ \%\ Zn$$

Relación entre el Zn puro y la masa total de muestra

Factor para calcular el tanto por ciento. Recordar que por el "100" del denominador no se divide ya que forma parte de la unidad final.

Reactivos en disolución (molaridad)

Lo común es que los reactivos que se utilicen se encuentren en forma de disolución acuosa y que se trabaje directamente con cantidades de disolución y no de soluto:

Ejemplo: Se hacen reaccionar 6,5 g carbonato cálcico con ácido clorhídrico 1,5 M. Calcular la cantidad de ácido 1,5 M necesario para reacción completa.

$$CaCO_3 + 2\ HCl \rightarrow CaCl_2 + CO_2 + H_2O$$

$$6{,}5\ \text{g de } CaCO_3 \cdot \frac{1\ \text{mol } CaCO_3}{100{,}1\ \text{g } CaCO_3} \cdot \frac{2\ \text{mol } HCl}{1\ \text{mol } CaCO_3} \cdot \frac{1000\ \text{cm}^3\ \text{disolución}}{1{,}5\ \text{mol } HCl} = 86{,}7\ \text{cm}^3\ \text{disolución}$$

Este factor permite transformar moles de HCl (soluto) en volumen de disolución usando la definición de molaridad.

Reactivos en disolución (tanto por ciento en peso)

Una forma muy corriente de expresar la concentración de una disolución es en tanto por ciento en peso (masa). Si se pretende operar con volumen de disolución es preciso, además, conocer la densidad de la disolución

Ejemplo: Se hacen reaccionar 4,5 g de zinc con ácido clorhídrico del 35% en peso y 1,18 g/cm^3 de densidad. Calcular el volumen de ácido necesario para reacción completa.

$$2\ HCl + Zn \rightarrow ZnCl_2 + H_2$$

$$4{,}5\ \text{g Zn} \cdot \frac{1\ \text{mol Zn}}{65{,}4\ \text{g Zn}} \cdot \frac{2\ \text{mol HCl}}{1\ \text{mol Zn}} \cdot \frac{36{,}5\ \text{g HCl}}{1\ \text{mol HCl}} \cdot \frac{100{,}0\ \text{g ácido}}{35{,}0\ \text{g HCl}} \cdot \frac{1\ \text{cm}^3\ \text{ácido}}{1{,}18\ \text{g ácido}} = 12{,}2\ \text{cm}^3\ \text{ácido (disolución)}$$

Factor que convierte moles de HCl en gramos de HCl

El dato de densidad permite convertir gramos (masa) en cm^3 (volumen) de disolución

Usando la definición de concentración en tanto por ciento en peso se puede convertir gramos de HCl (soluto) en gramos de ácido (disolución)

CÁLCULOS ESTEQUIOMÉTRICOS

1. A 400 ^{0}C el nitrato amónico se descompone en monóxido de dinitrógeno y vapor de agua.

a) Escribir la ecuación ajustada correspondiente al proceso.
b) Calcular los gramos de agua que se formarán en la descomposición de 8,00 g de nitrato amónico.

Sol: a) $NH_4NO_3 \rightarrow N_2O + 2\ H_2O$; b) 3,60 g de H_2O

2. El carbonato cálcico reacciona con el ácido clorhídrico para dar cloruro de calcio, dióxido de carbono y agua

a) Escribir la ecuación ajustada correspondiente al proceso.
b) ¿Qué volumen de dióxido de carbono medido a 20 ^{0}C y 700 mm de Hg se desprenderá en la reacción?

Sol: a) $CaCO_3 + 2\ HCl \rightarrow CaCl_2 + CO_2 + H_2O$; b) 2,6 mL de CO_2

3. Se trata un exceso de hidróxido de sodio en disolución con 1,12 L de cloruro de hidrógeno gaseoso medidos a 30 ^{0}C y 820 mm de Hg

a) Escribir la ecuación ajustada correspondiente al proceso
b) ¿Qué peso de NaCl se obtendrá supuesta completa la reacción?

Sol: a) $NaOH + HCl \rightarrow NaCl + H_2O$; b) 2,85 g de NaCl

4. Se queman 5 litros de metano (gas). Calcular los litros de oxígeno necesarios y el volumen de dióxido de carbono obtenido si todos los gases se miden en las mismas condiciones de P y T

Sol: a) 10 litros de O_2 ; 5 litros de CO_2

5. En el proceso Mond para purificar el níquel se produce el níquel tetracarbonilo , $Ni(CO)_4$, mediante la reacción

$$Ni + 4\ CO \rightarrow Ni(CO)_4$$

a) Calcular el volumen de monóxido de carbono necesario para combinarse con 1 kg de níquel si se supone medido a 300 ^{0} C y 2 atm de presión.
b) Una vez terminada la reacción se determina la cantidad de $Ni(CO)_4$ obtenida, obteniéndose 2 326,2 g ¿Cuál es el rendimiento del proceso?

Sol: a) 1600 litros de CO; b) 80%

6. En la síntesis del amoniaco: Nitrógeno + Hidrógeno → Amoniaco, reaccionan 10 g de nitrógeno. Calcular el volumen de amoniaco obtenido (medido en c.n.) si el rendimiento del proceso es del 40 %.

Sol: 6,4 litros de NH_3

7. El ácido nítrico se puede preparar por reacción entre el nitrato de sodio y el ácido sulfúrico según la siguiente reacción:

Nitrato de sodio + Ácido sulfúrico → Sulfato de sodio + Ácido nítrico

Si se quieren preparar 100 g de ácido nítrico ¿qué cantidad de ácido sulfúrico se debe emplear suponiendo un rendimiento del 70 % para el proceso?

Sol : 111,1 g de H_2SO_4

8. En un recipiente se introducen 1,5 litros de propano (C_3H_8) y 10 litros de oxígeno y se inicia la combustión de la mezcla.

a) ¿Cuál es el reactivo limitante?
b) ¿Cuál será la composición de la mezcla final?

Sol: a) Reactivo limitante: C_3H_8 b) 4,5 L CO_2 (34,6 % vol) 6,0 L $H_2O_{(g)}$ (46,2 % vol), 2,5 L O_2 19,2% vol)

9. Se mezclan 2 L de cloro gas medidos a 97 ^{0} C y 3 atm con 3,45 g de sodio metal y se dejan reaccionar hasta completar la reacción. Calcular

a) Los gramos de cloruro de sodio obtenidos.
b) Los gramos de los reactivos no consumidos

Sol: a) 8,9 g de NaCl b) 8,3 g de Cl_2

10. Con el fin de obtener cloruro de hidrógeno se hacen reaccionar 0,92 moles de ácido sulfúrico y 1,49 moles de cloruro de sodio.

a) Indicar cuál es el reactivo limitante y la cantidad del otro que hay en exceso
b) Calcular la masa de sulfato de sodio obtenida

Sol: a) Reactivo limitante: NaCl. Exceso: 16,9 g de H_2SO_4 b) 105, 8 g

11. Cuando se calienta una mezcla de clorato potásico y azufre se produce una reacción muy exotérmica que conduce a la formación de cloruro potásico y dióxido de azufre. Si la mezcla contiene 10 g de clorato potásico y 5 g de azufre ¿qué reactivo estará en exceso? ¿qué cantidad de dióxido de azufre se formará?

Sol: Reactivo en exceso: S ; 7,8 g de SO_2

12. Calcular la pureza, en % en peso, de una muestra de sulfuro de hierro(II), sabiendo que al tratar 0,5 g de la muestra con ácido clorhídrico se desprenden 100 mL de sulfuro de hidrógeno gas, medidos a 27 ^{0}C y 760 mm de Hg. El otro producto de la reacción es cloruro de hierro(II)

Sol: 74 %

13. Calcular la cantidad de caliza, cuya riqueza en carbonato cálcico es del 85,3 % , que se necesita para obtener, por reacción con un exceso de ácido clorhídrico, 10 litros de dióxido de carbono medidos a 18 ^{0}C y 752 mm Hg

Sol : 48,6 g

14. En el análisis de una blenda, en la que todo el azufre se encuentra combinado cono ZnS, se tratan 0,94 g de mineral con ácido nítrico concentrado. Todo el azufre pasa al estado de ácido sulfúrico y éste se precipita como sulfato de bario. Una vez filtrado y secado el precipitado pesa 1,9 g. Calcular el % de ZnS en la muestra analizada.

Sol : 84,0%

15. Si el estaño forma parte de una aleación, y de 1 kg de la misma se obtienen 38,2 g de dióxido de estaño, hallar el % de estaño de la aleación

Sol: 3,0%

16. Una disolución que contiene 0,5 g de de hidróxido de calcio se neutraliza con ácido clorhídrico 0,1 M. Calcular el volumen de ácido necesario

Sol: 135 mL de ácido 0,1 M

17. El ácido sulfúrico reacciona con el peróxido de bario para dar sulfato de bario y agua oxigenada. Calcular el volumen de ácido sulfúrico 4 M necesario para obtener 5,0 g de peróxido de hidrógeno.

Sol: 36,8 mL

18. ¿Qué volumen de ácido clorhídrico 1,5 M es necesario para reaccionar con 2,5 g de magnesio?

Sol: 137,1 mL

19. El hidróxido de sodio reacciona con el tricloruro de hierro para dar cloruro de sodio y un precipitado pardo de hidróxido de hierro(III) . Si a una disolución de tricloruro de hierro se le añaden 20 mL de disolución 0,75 M de hidróxido de sodio ¿qué masa de hidróxido de hierro(III) se obtendrá?

Sol: 0,53 g

20. 50 mL de una disolución 0,5 M de dicloruro de cobalto se mezclan con idéntico volumen de otra disolución 1,3 M de carbonato de sodio formándose un precipitado de carbonato de cobalto(II)

a) ¿Cuál es el reactivo limitante?

b) ¿Cuánto sobra del que está en exceso?

c) ¿Qué cantidad de precipitado debería de obtenerse?

d) ¿Qué volumen tendría que tomarse de la disolución del reactivo en exceso para que contuviera la cantidad justa para la reacción?

Sol: a) Reactivo limitante: $CoCl_2$, b) 0,04 moles ; c) 3,0 g de $CoCO_3$; d) 19, 3 mL

21. Se hacen reaccionar 6,54 g de zinc con ácido clorhídrico del 35 % y 1,18 g/mL de densidad. Calcular el volumen de ácido necesario para reacción total

Sol : 17,7 mL de ácido del 35%

22. Se desea neutralizar una disolución que contiene 4,8 g de hidróxido de magnesio. Para ello se dispone de ácido sulfúrico comercial del 98 % y 1,83 g/mL de densidad. Calcular el volumen de ácido que se gastará en la reacción de neutralización.

Sol: 4,5 mL

23. ¿Qué volumen de ácido clorhídrico del 20 % y 1,10 g/mL de densidad deben reaccionar con zinc para liberar 10,92 g de hidrógeno

Sol: 1811,7 mL

24. 10 gramos de un mineral que tiene un 60% de zinc reaccionan con una disolución de ácido sulfúrico del 96 % y densidad 1823 kg/m^3.

a) La cantidad de sulfato de zinc producido.

b) El volumen de hidrógeno obtenido si se mide a 25 ^0C y 740 mm.

c) El volumen de ácido sulfúrico necesario para la reacción.

Sol: 14,8 g de $ZnSO_4$; 2,3 litros de H_2 ; 5,14 cm^3 de ácido del 96%