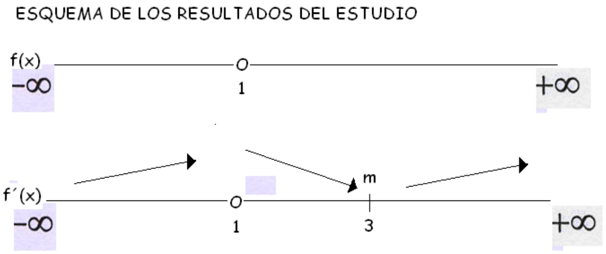
Esboza la gráfica de $y = x + \dfrac{4}{(x-1)^2}$ **calculando el dominio, asíntotas, monotonía, máximos y mínimos relativos.**

1° Dominio de f(x): $D[f(x)] = \Re - \{1\}$

La función no existe si

$x - 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 1$



2° Asíntotas:

***A.V.** : $D[f(x)] = \Re - \{1\}$

Luego tiene como posible asíntota vertical: **¿x=1?**

$\lim_{x\to 1}\left(x + \dfrac{4}{(x-1)^2}\right) = 1 + \dfrac{4}{+0} = 1 + \infty = +\infty$ Este **x=1** ASÍNTOTA VERTICAL

***AH.** :

A) Se calcula el $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

$\lim_{x\to+\infty}\left(x + \dfrac{4}{(x-1)^2}\right) = +\infty + \dfrac{4}{+\infty} = +\infty + 0 = +\infty$ Luego **no hay asíntota horizontal.**

***A.O.** : y= m x+n

1° Se calcula **"m"**:

- $m = \lim_{x\to+\infty} \dfrac{x + \dfrac{4}{(x-1)^2}}{x} = \lim_{x\to+\infty}\left(1 + \dfrac{4}{x(x-1)^2}\right) = 1 + \dfrac{4}{+\infty} = 1$

Por lo tanto existe una asíntota oblicua y = x+n → n = y -x

2° Se calcula el **"n"**:

$n = \lim_{x\to+\infty}\left(x + \dfrac{4}{(x-1)^2} - x\right) = \lim_{x\to+\infty} \dfrac{4}{(x-1)^2} = \dfrac{4}{+\infty} = 0$

Luego **"y=x"** será una asíntota oblicua.

Para determinar la posición relativa de la curva y la asíntota hacemos lo siguiente:

	$y = x + \dfrac{4}{(x-1)^2}$	Y=x	Y_1- Y_2	situación
x=100	$y_1 = 100 + \dfrac{4}{99^2}$	$y_2 = 100$	$100 + \dfrac{4}{99^2} - 100 > 0$	La gráfica esta por encima de la asíntota en el +∞
x=-100	$y_1 = -100 + \dfrac{4}{(-101)^2}$	$y_2 = -100$	$-100 + \dfrac{4}{(-101)^2} - (-100) > 0$	La gráfica esta por encima de la asíntota en el -∞

3° Monotonía, Máximos y mínimos relativos:

Calculamos y´=0 para estudiar el cambio de monotonía

$y' = 1 + \dfrac{-4.2(x-1)}{(x-1)^4} \underset{simplificamos}{=} 1 + \dfrac{-8}{(x-1)^3} = \dfrac{(x-1)^3 - 8}{(x-1)^3}$

$y' = 0 \quad \Rightarrow \quad (x-1)^3 - 8 = 0 \Rightarrow \quad (x-1)^3 = 8 \Rightarrow \quad x - 1 = \sqrt[3]{8} \quad \Rightarrow x = 1 + 2 \Rightarrow x = 3$

$\forall x \in (-\infty,1) \Rightarrow \quad y'(-4) > 0 \quad$ creciente

$\forall x \in (1,3) \Rightarrow \quad y'(2) < 0 \quad$ decreciente

$\forall x \in (3,+\infty) \Rightarrow \quad y'(4) < 0 \quad$ creciente

En (3,4) existe un mínimo relativo.

4º Gráfica: