Estudio completo de $y=\sqrt[3]{x}$ **.**

1º Dominio de f(x): $D[f(x)]=\Re$

Función irracional de índice impar siempre existe.

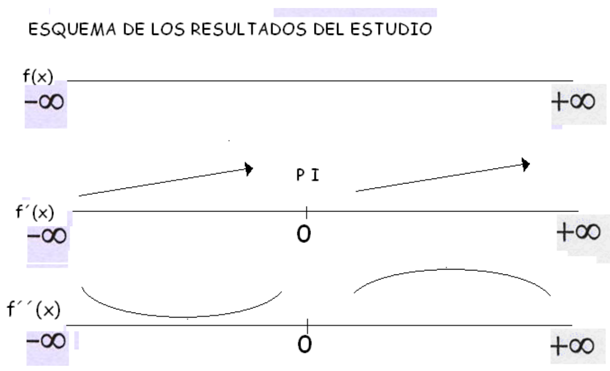
2ª Cortes con los ejes:

Corte con OX: (¿,0)

0=$\sqrt[3]{x}$, x=0; **(0,0)**

Corte con OY: (0,?)

$f(0)=0$; **(0,0)**



3º Simetrías:

$f(-x)=\sqrt[3]{-x}=-\sqrt[3]{x}=-f(x)$

Es una función impar.

Simétrica respecto del origen de coordenadas (0,0).

4º Asíntotas:

***A.V.** : $D[f(x)]=\Re$

Luego no tiene asíntota vertical

A.H. : Por no ser una función del tipo** $y=\dfrac{P(x)}{Q(x)}\begin{cases}P(x) & polinomio\\ Q(x) & polinomio\end{cases}$ ***hay que calcular $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ***y*** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

A) Se calcula el $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

$\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt[3]{x} = \sqrt[3]{+\infty}=+\infty$ Luego **no hay asíntota horizontal.**

B) Se calcula el $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

$\lim\limits_{x\to-\infty}\sqrt[3]{x} = \sqrt[3]{-\infty}=-\infty$ Luego **no hay asíntota horizontal.**

***A.O.**: y= m x+n

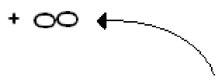
1º Se calcula **"m"**:

- **A)** $m=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt[3]{x}}{x} \underset{\frac{\infty}{\infty}}{=} \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^{\frac{1}{3}}}{x} = \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{x^{\frac{2}{3}}}=\dfrac{1}{+\infty}=+0$

<u>No hay asíntota oblicua pero la curvatura será</u>

- **B)** $m=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt[3]{x}}{x} \underset{x \ por \ -x}{=} \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt[3]{x}}{-x} \underset{\frac{\infty}{\infty}}{=} \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^{\frac{1}{3}}}{-x} = \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{-1}{x^{\frac{2}{3}}}=\dfrac{-1}{+\infty}=-0$

<u>No hay asíntota oblicua pero la curvatura será</u>



5º Monotonía. Máximos y mínimos relativos:

Calculamos y´=0 para estudiar el cambio de monotonía de $y=\sqrt[3]{x}=x^{\frac{1}{3}}$

$y' = \frac{1}{3}.x^{\frac{-2}{3}} = \frac{1}{3.\sqrt[3]{x^2}}$

$y' = 0 \quad \Rightarrow \quad 1 \neq 0$ luego nunca se anula la derivada y´.

Pero y' deja de existir si $\sqrt[3]{x^2} = 0 \Rightarrow \quad x = 0$ y puede haber un cambio de monotonía.

$\forall x \in (-\infty, 0) \Rightarrow \quad y'(-15) > 0$ creciente

$\forall x \in (0, +\infty) \Rightarrow \quad y'(15) > 0$ creciente

No existen ni máximos ni mínimos relativos.

6º Curvatura, puntos de inflexión.

$y'' = \frac{1}{3} \cdot \frac{-2}{3} \cdot x^{\frac{-5}{3}} = \frac{-2}{9 \cdot \sqrt[3]{x^5}}$

$\forall x \in \Re \Rightarrow y'' \neq 0 \quad \Rightarrow \quad -2 \neq 0$ luego nunca se anula la derivada y´´.

Pero y'' deja de existir si $\sqrt[3]{x^5} = 0 \Rightarrow \quad x = 0$ y podría haber un cambio de curvatura, cosa imposible en este por tener en x=0 un mínimo relativo

$\forall x \in (-\infty, 0) \Rightarrow \quad y''(-8) > 0$ cóncava

$\forall x \in (0, +\infty) \Rightarrow \quad y''(1) < 0$ convexa

No hay puntos de inflexión.

7º Gráfica: