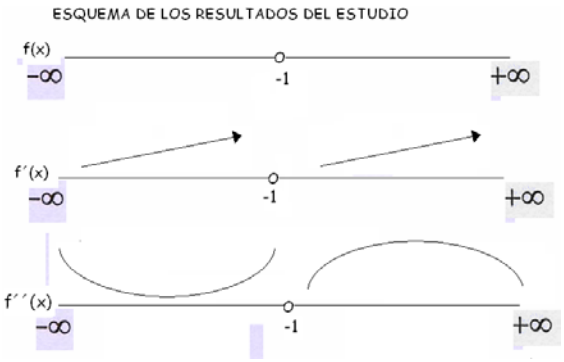
Dibujar la gráfica de la función $y=\frac{2x}{x+1}$ **indicando dominio, asíntotas e intervalos de crecimiento, decrecimiento y curvatura.**

1º Dominio de f(x): $D[f(x)]=\Re-\{-1\}$

La función no existe si $x+1=0\Rightarrow x=-1$



2ª Asíntotas:

***A.V.** : $D[f(x)]=\Re-\{-1\}$

Luego tiene como posible asíntota vertical:**¿x=-1?**

$$\lim_{x\to -1}\frac{2x}{x+1}=\frac{-2}{0}$$

hay que hacer límites laterales

$$\begin{cases}\lim_{x\to -1^-}\frac{2x}{x+1}=\frac{-2}{-0}=+\infty\\ \lim_{x\to -1^+}\frac{2x}{x+1}=\frac{-2}{+0}=-\infty\end{cases}$$

$\lim_{x\to -1}\frac{2x}{x+1}$ *No existe*

***AH.** :

A) Se calcula el $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

$\lim_{x\to+\infty}\frac{2x}{x+1}\underset{\frac{\infty}{\infty}}{=}\lim_{x\to+\infty}\frac{2x}{x}=2$ Luego **"y=2"** será una asíntota horizontal.

B) Se calcula el $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

$\lim_{x\to-\infty}\frac{2x}{x+1}\overset{\text{cambiamos } x \text{ por } -x}{\underset{\frac{-\infty}{-\infty}}{=}}\lim_{x\to+\infty}\frac{-2x}{-x+1}\overset{L´Hopital}{\underset{\frac{-\infty}{-\infty}}{=}}\lim_{x\to+\infty}\frac{-2}{-1}=2$ Luego **"y=2"** será una asíntota horizontal.

Se determina la posición relativa de la gráfica y la asíntota:

	$y=\frac{2x}{x+1}$	Y_1-2	**Situación relativa de la gráfica y la asíntota**
x=100	$y=\frac{2(100)}{101}=$ **1,980198**	1,980198 -2<0	La gráfica esta por debajo de la asíntota en el $+\infty$
x=-100	$y=\frac{2(-100)}{-100+1}=$ 2,0202020	2,0202020 -2>0	La gráfica esta por encima de la asíntota en el $-\infty$

***A.O.** :No tiene porque tiene asíntota horizontal

3º Monotonía, Máximos y mínimos relativos:

Calculamos y´=0 para estudiar el cambio de monotonía

$$y´=\frac{(x+1).(2)-(2x).1}{(x+1)^2}=\frac{2x+2-2x}{(x+1)^2}=\frac{2}{(x+1)^2}$$

$y´=0 \quad\Rightarrow\quad 2=0\Rightarrow$ *no existe* $2\neq 0$

$\forall x \in (-\infty,-1) \Rightarrow \quad y'(-4) > 0$ creciente

$\forall x \in (-1,+\infty) \Rightarrow \quad y'(4) < 0$ creciente

No **existe ni máximo ni mínimo relativo.**

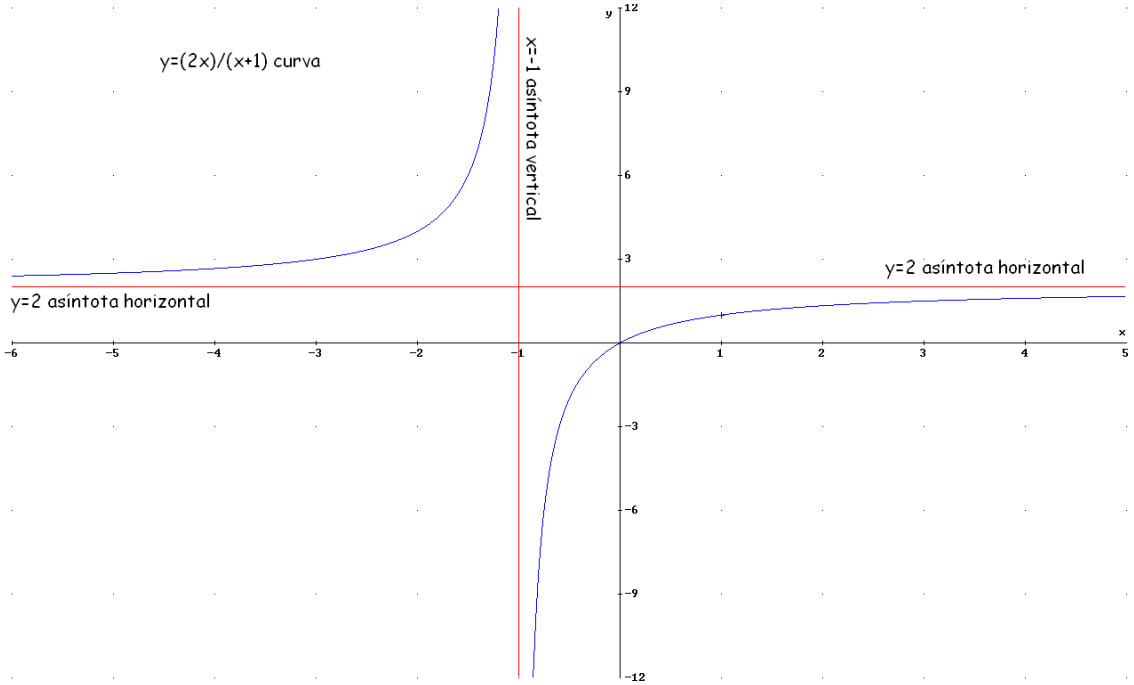
4º Curvatura, puntos de inflexión.

$$y'' = \frac{0 - 2.2(x-1)}{(x+1)^4} \underset{simplificar}{=} \frac{-4}{(x+1)^3}$$

$y'' = 0 \quad \Rightarrow \quad -4 = 0 \Rightarrow$ *no hay solución* $-4 \neq 0$

No tiene puntos de inflexión

$\forall x \in (-\infty,-1) \Rightarrow \quad y''(-8) > 0$ cóncava

$\forall x \in (-1,+\infty) \Rightarrow \quad y''(8) < 0$ convexa

5º Gráfica: