

Dada $y = x.e^{2x}$. Dibujar gráfica calculando dominio, asíntotas e intervalos de crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos relativos, intervalos de concavidad y convexidad, y puntos de inflexión

1° Dominio de $f(x)$: $D[f(x)] = \mathbb{R}$

2° Asíntotas:

*A.V. : No tiene, la función existe $\forall x \in \mathbb{R}$

*A.H. :

A) Se calcula el $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x.e^{2x}) = +\infty.e^{+\infty} = +\infty$ Luego no hay asíntota horizontal.

B) Se calcula el $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x.e^{2x}) = -\infty.e^{-\infty} = -\infty.0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} (x.e^{2x}) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{e^{-2x}} \stackrel{L'Hopital}{=} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{-2.e^{-2x}} = \frac{1}{-\infty} = -0$$

Asíntota horizontal "y=0" en el $-\infty$; la curva se encuentra por debajo de la asíntota.

*A.O. : $y = m x + n$

Sólo podrá existir en el $+\infty$

A) Cuando $x \rightarrow +\infty$

1° Se calcula "m":

$$m = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x.e^{2x}}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{2x} = e^{+\infty} = +\infty$$

Por lo tanto no existe una asíntota oblicua en el $+\infty$. : curvatura

3° Monotonía, Máximos y mínimos relativos:

Calculamos $y' = 0$ para estudiar el cambio de monotonía

$$y' = e^{2x} + x.2.e^{2x} = e^{2x}(1 + 2x)$$

$$y' = 0 \Rightarrow 0 = 1 + 2x \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

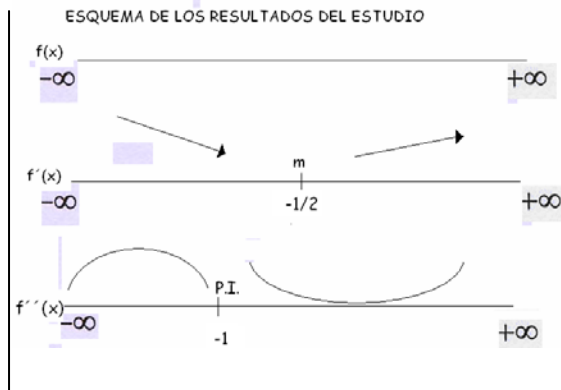
$$\forall x \in \left(-\infty, -\frac{1}{2}\right) \quad y'(-4) < 0 \quad \text{decreciente}$$

$$\forall x \in \left(-\frac{1}{2}, +\infty\right) \Rightarrow y'(4) > 0 \quad \text{creciente}$$

$$x = -\frac{1}{2} ; f\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2}.e^{2\left(-\frac{1}{2}\right)} = -\frac{1}{2e} \approx -0.1839 \Rightarrow \left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2e}\right)$$

En $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2e}\right)$ existe un mínimo relativo.

4° Curvatura, puntos de inflexión.



$$y' = 2e^{2x} + (1+2x)2e^{2x} = e^{2x}(4+4x) = 4e^{2x}(x+1)$$

$$y' = 0 \Rightarrow 4e^{2x}(x+1) = 0 \Rightarrow x+1 = 0 \Rightarrow x = -1$$

$$\forall x \in (-\infty, -1) \quad y''(-4) < 0 \quad \text{convexa}$$

$$\forall x \in (1, +\infty) \Rightarrow y'(4) > 0 \quad \text{cóncava}$$

$$x = -1 \quad ; \quad f(-1) = -1.e^{-2} = \frac{-1}{e^2} \approx -0,1353.. \quad \left(-1, \frac{-1}{e^2}\right)$$

Punto de inflexión. $\left(-1, \frac{-1}{e^2}\right)$

7º Gráfica:

