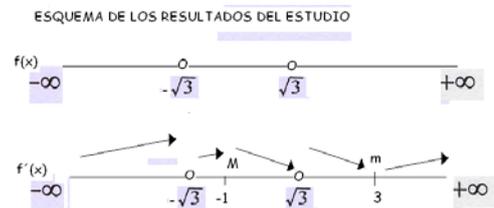


Esboza la gráfica de $y = \frac{e^x}{x^2 - 3}$ calculando el dominio, signo, asíntotas, monotonía, máximos y mínimos relativos

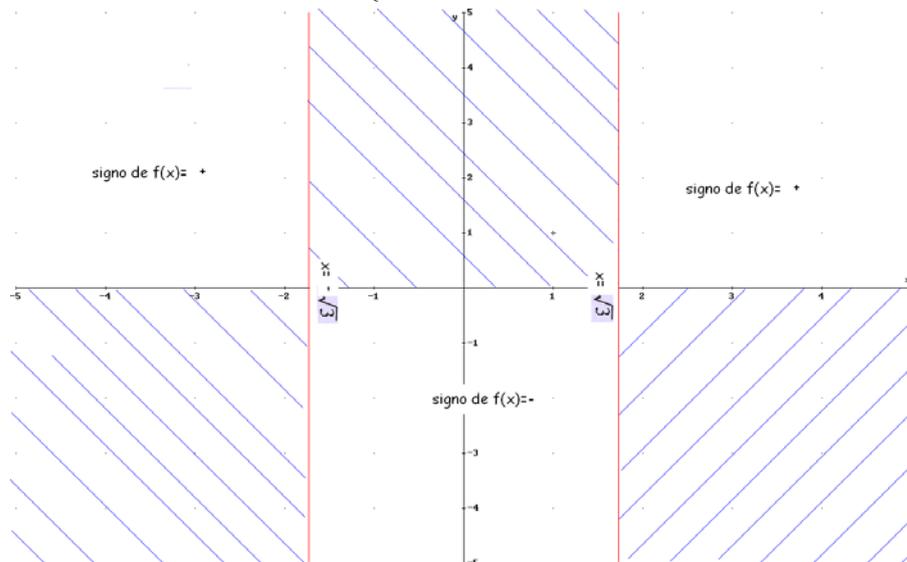
1° Dominio de $f(x)$: $D[f(x)] = \mathbb{R} - \{-\sqrt{3}, \sqrt{3}\}$

La función no existe si $x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x \begin{cases} x = +\sqrt{3} \\ x = -\sqrt{3} \end{cases}$



2° Signo de $f(x)$

$$\begin{cases} e^x > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \\ x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x \begin{cases} x = +\sqrt{3} \\ x = -\sqrt{3} \end{cases} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \forall (-\infty, -\sqrt{3}) & y > 0 \Rightarrow + \\ \forall (-\sqrt{3}, \sqrt{3}) & y < 0 \Rightarrow - \\ \forall (\sqrt{3}, +\infty) & y > 0 \Rightarrow + \end{cases}$$



2° Asíntotas:

*A.V. : $D[f(x)] = \mathbb{R} - \{-\sqrt{3}, \sqrt{3}\}$

A) Luego tiene como posible asíntota vertical: ¿ $x = -\sqrt{3}$?

$$\lim_{x \rightarrow -\sqrt{3}} \frac{e^x}{x^2 - 3} = \frac{e^{-\sqrt{3}}}{0} \quad \text{Cálculo de límites laterales} \Rightarrow \begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\sqrt{3}^-} \frac{e^x}{x^2 - 3} = \frac{e^{-\sqrt{3}}}{+0} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow -\sqrt{3}^+} \frac{e^x}{x^2 - 3} = \frac{e^{-\sqrt{3}}}{-0} = -\infty \end{cases} \quad \text{Asíntota vertical:}$$

$$x = -\sqrt{3}$$

B) Luego tiene como posible asíntota vertical: ¿ $x = \sqrt{3}$?

$$\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \frac{e^x}{x^2 - 3} = \frac{e^{\sqrt{3}}}{0} \quad \text{Cálculo de límites laterales} \Rightarrow \begin{cases} \lim_{x \rightarrow \sqrt{3}^-} \frac{e^x}{x^2 - 3} = \frac{e^{\sqrt{3}}}{-0} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow \sqrt{3}^+} \frac{e^x}{x^2 - 3} = \frac{e^{\sqrt{3}}}{+0} = +\infty \end{cases} \quad \text{Asíntota vertical: } x = \sqrt{3}$$

***AH. :**

A) Se calcula el $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^2 - 3} \stackrel{L'Hopital}{=} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{2x} \stackrel{L'Hopital}{=} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{2} = +\infty \quad \text{Luego no hay asíntota horizontal.}$$

B) Se calcula el $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x}{x^2 - 3} = \frac{e^{-\infty}}{+\infty - 3} = \frac{+0}{+\infty} = +0$$

Luego hay asíntota horizontal "y=+0" en el $-\infty$; la curva se encuentra por encima de la asíntota.

***A.O. :** y= m x+n

Si existe sólo podría haberla en el $+\infty$

A) Cuando $x \rightarrow +\infty$

1° Se calcula "m":

$$m = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^2 - 3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{3x^2 - 3} \stackrel{L'Hopital}{=} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{6x} \stackrel{L'Hopital}{=} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{6} = +\infty$$

No existe una asíntota oblicua, la curvatura será: $\rightarrow +\infty$

3° Monotonía, Máximos y mínimos relativos:

Calculamos $y' = 0$ para estudiar el cambio de monotonía

$$y' = \frac{(x^2 - 3)e^x - e^x \cdot 2x}{(x^2 - 3)^2} \stackrel{\text{factorizamos}}{=} \frac{e^x(x^2 - 2x - 3)}{(x^2 - 3)^2}$$

$$y' = 0 \quad x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 12}}{2} = \begin{cases} \frac{2 + 4}{2} = 3 \\ \frac{2 - 4}{2} = -1 \end{cases}$$

$$\forall x \in (-\infty, -\sqrt{3}) \Rightarrow y'(-4) > 0 \quad \text{creciente} \rightarrow$$

$$\forall x \in (-\sqrt{3}, -1) \Rightarrow y'(-1,5) > 0 \quad \text{creciente} \rightarrow$$

$$\forall x \in (-1, \sqrt{3}) \Rightarrow y'(0) < 0 \quad \text{decreciente} \rightarrow$$

$$\forall x \in (\sqrt{3}, 3) \Rightarrow y'(2) < 0 \quad \text{decreciente} \rightarrow$$

$$\forall x \in (3, +\infty) \Rightarrow y'(4) < 0 \quad \text{creciente} \rightarrow$$

$$x = -1 \quad f(-1) = \frac{e^{-1}}{1 - 3} = \frac{-1}{2e} \quad \text{En } (-1, \frac{-1}{2e}) \text{ existe un máximo relativo.}$$

$$x = 3 \quad f(3) = \frac{e^3}{9 - 3} = \frac{e^3}{6} \quad \text{En } (3, \frac{e^3}{6}) \text{ existe un mínimo relativo}$$

4º Gráfica:

