Estudio completo de $y = e^x + e^{-x}$

1º Dominio de f(x): $D[f(x)] = \Re$

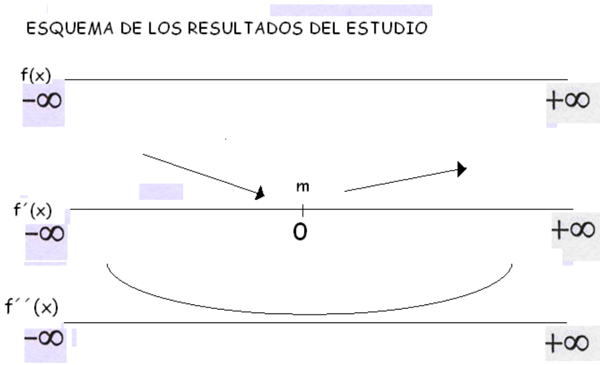
2º Simetrías:

$f(-x) = e^{-x} + e^x = f(x)$

Simétrica con respecto a OY (Par).

3º Asíntotas:

***A.V.** : No tiene, la función existe $\forall x \in \Re$



***AH.** :

A) Se calcula el $\lim_{x \to +\infty} f(x)$

$\lim_{x \to +\infty} \left(e^x + e^{-x}\right) = e^{+\infty} + e^{-\infty} = +\infty + 0 = +\infty$ Luego **no hay asíntota horizontal.**

B) Se calcula el $\lim_{x \to -\infty} f(x)$

$\lim_{x \to -\infty} \left(e^x + e^{-x}\right) = e^{-\infty} + e^{+\infty} = 0 + \infty = +\infty$ Luego **no hay asíntota horizontal.**

***A.O.** : y= m x+n

Sólo podrá existir en el +∞

A) Cuando $x \to +\infty$

1º Se calcula **"m"**:

$$- \quad m = \lim_{x \to +\infty} \left(\frac{e^x + e^{-x}}{x} \right) \underset{\frac{\infty}{\infty}}{\overset{L´Hopital}{=}} \lim_{x \to +\infty} \frac{e^x - e^{-x}}{1} = +\infty$$

Por lo tanto **no existe una asíntota oblicua en el +∞.** : curvatura $\to +\infty$

A) Cuando $x \to -\infty$

1º Se calcula **"m"**:

$$- \quad m = \lim_{x \to -\infty} \left(\frac{e^x + e^{-x}}{x} \right) \underset{x \ por \ -x}{=} \lim_{x \to +\infty} \frac{e^{-x} + e^x}{-x} \underset{\frac{\infty}{-\infty}}{\overset{L´Hopital}{=}} \lim_{x \to +\infty} \frac{-e^{-x} + e^x}{1} = +\infty$$

Por lo tanto **no existe una asíntota oblicua en el -∞.** : curvatura $-\infty \leftarrow$

4º Corte con OX: (¿?, 0)

$$0 = e^x + e^{-x} \Rightarrow e^x + \frac{1}{e^x} = 0 \Rightarrow \frac{e^{2x} + 1}{e^x} = 0 \Rightarrow \quad 0 = e^{2x} + 1 \Rightarrow \quad e^{2x} = -1; \qquad e^{2x} > 0 \quad \forall x \in \Re$$

Corte con OY: (0, ¿?)

$f(0) = e^0 + e^0 = 2 \Rightarrow \quad (0\,,2)$ **punto de corte con OY**

5º Monotonía, Máximos y mínimos relativos:

Calculamos y´= 0 para estudiar el cambio de monotonía

$$y´ = e^x - e^{-x} = e^x - \frac{1}{e^x} = \frac{e^{2x} - 1}{e^x}$$

$$y´ = 0 \quad \Rightarrow \quad 0 = e^{2x} - 1 \Rightarrow \quad e^{2x} = 1 \Rightarrow \ln e^{2x} = \ln 1 \Rightarrow 2x = 0 \Rightarrow x = 0$$

$\forall x \in (-\infty, 0) \quad y´(-4) < 0 \qquad$ decreciente

$\forall x \in (0,+\infty) \Rightarrow \quad y'(4) > 0$ creciente

$x = 0 \quad ; f(0) = e^0 + e^0 = 2 \quad \Rightarrow (0\,,2)$

En $(0\,,2)$ **existe un mínimo relativo.**

6º Curvatura, puntos de inflexión.

$$y'' = e^x + e^{-x} = e^x + \frac{1}{e^x} = \frac{e^{2x}+1}{e^x}$$

$y'' = 0 \quad \Rightarrow \quad 0 = e^{2x} + 1 \Rightarrow \quad e^{2x} = -1;$ Luego no existen puntos de inflexión.

$e^{2x} > 0 \quad \forall x \in \Re$

$\forall x \in (-\infty\,,+\infty) \quad y''(0) > 0$ cóncava

7º Gráfica: