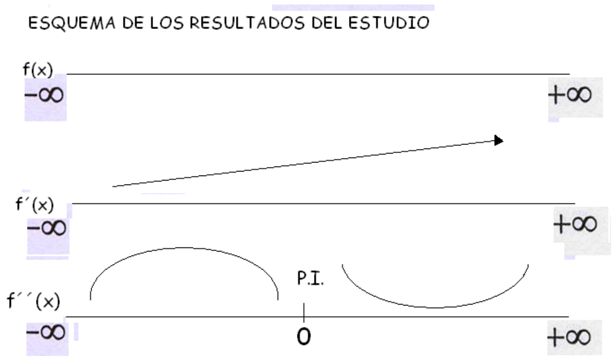
# Estudio completo de $y = e^x - e^{-x}$




**1º Dominio de f(x):** $D[f(x)] = \Re$

**2º Simetrías:**

$f(-x) = e^{-x} - e^{x} = -f(x)$

**Simétrica con respecto al (0,0) (Impar).**

**3º Asíntotas:**

***A.V.** : No tiene, la función existe $\forall x \in \Re$

***AH.** :

A) Se calcula el $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

$\lim\limits_{x \to +\infty} \left(e^x - e^{-x}\right) = e^{+\infty} - e^{-\infty} = \quad +\infty - 0 = +\infty$ Luego **no hay asíntota horizontal.**

B) Se calcula el $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$

$\lim\limits_{x \to -\infty} \left(e^x - e^{-x}\right) = e^{-\infty} - e^{+\infty} = \quad 0 - \infty = -\infty$ Luego **no hay asíntota horizontal.**

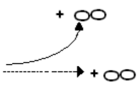
***A.O.** : y= m x+n

Sólo podrá existir en el +∞

A) Cuando $x \to +\infty$

1º Se calcula **"m"**:

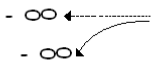
$$- \quad m = \lim_{x \to +\infty} \left( \frac{e^x - e^{-x}}{x} \right) \overset{L´Hopital}{\underset{\frac{\infty}{\infty}}{=}} \lim_{x \to +\infty} \frac{e^x + e^{-x}}{1} = +\infty$$

Por lo tanto **no existe una asíntota oblicua en el +∞.** : curvatura 


A) Cuando $x \to -\infty$

1º Se calcula **"m"**:

$$- \quad m = \lim_{x \to -\infty} \left( \frac{e^x - e^{-x}}{x} \right) \underset{x \quad por \quad -x}{=} \lim_{x \to +\infty} \left( \frac{e^{-x} - e^{x}}{-x} \right) \overset{L´Hopital}{\underset{\frac{-\infty}{-\infty}}{=}} \lim_{x \to +\infty} \frac{-e^{-x} - e^{x}}{-1} = +\infty$$

Por lo tanto **no existe una asíntota oblicua en el -∞.** : curvatura 


**4º Corte con OX: ( ¿?, 0)**

$$0 = e^x - e^{-x} \Rightarrow e^x - \frac{1}{e^x} = 0 \Rightarrow \frac{e^{2x} - 1}{e^x} = 0 \Rightarrow \quad 0 = e^{2x} - 1 \Rightarrow \quad e^{2x} = 1 \Rightarrow \quad \ln e^{2x} = \ln 1 \Rightarrow 2x = 0; x = 0$$

**(0,0) punto de corte con OX**

**Corte con OY: ( 0, ¿?)**

$f(0) = e^0 - e^0 = 0$

**(0,0) punto de corte con OY**

**5º Monotonía, Máximos y mínimos relativos:**

Calculamos y´ = 0 para estudiar el cambio de monotonía

$$y´ = e^x + e^{-x} = e^x + \frac{1}{e^x} = \frac{e^{2x} + 1}{e^x}$$

$$y´ = 0 \quad \Rightarrow \quad 0 = e^{2x} + 1 \Rightarrow \quad e^{2x} = -1 \Rightarrow e^{2x} = -1; \qquad e^{2x} > 0 \quad \forall x \in \Re$$

$\forall x \in (-\infty, +\infty) \quad y'(0) > 0$ creciente

**No existen extremos locales.**

**6º Curvatura, puntos de inflexión.**

$$y'' = e^{x} - e^{-x} = e^{x} - \frac{1}{e^{x}} = \frac{e^{2x} - 1}{e^{x}}$$

$$y'' = 0 \quad \Rightarrow \quad 0 = e^{2x} - 1 \Rightarrow \quad e^{2x} = 1 \Rightarrow \quad \ln e^{2x} = \ln 1 \Rightarrow 2x = 0; x = 0$$

$\forall x \in (-\infty, 0) \quad y''(-4) < 0$ convexa

$\forall x \in (0, +\infty) \quad y''(4) > 0$ cóncava

**7º Gráfica:**