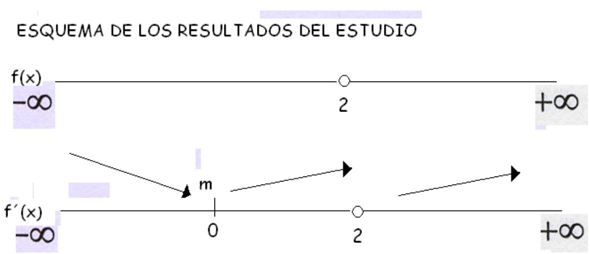
Esboza la gráfica de $y=\dfrac{|x|}{2-x}$ **calculando el dominio, asíntotas, monotonía, máximos y mínimos relativos**

1º Dominio de f(x): $D[f(x)]=\Re-\{2\}$

La función: $y=\dfrac{|x|}{2-x}=\begin{cases}\dfrac{-x}{2-x} & si \quad x\le 0\\ \dfrac{x}{2-x} & si \quad x>0\end{cases}$

La función no existe si $2-x=0 \quad\Rightarrow\quad x=2$



2º Asíntotas:

***A.V.** : $D[f(x)]=\Re-\{2\}$

A) Luego tiene como posible asíntota vertical: ¿ $x=2$**?**

$$\lim_{x\to 2} f(x)=\lim_{x\to 2}\frac{|x|}{2-x}=\frac{2}{0}\ \underset{Cálculo\ de\ límites\ laterales}{\Rightarrow}\begin{cases}\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{x}{2-x}=\dfrac{2}{+0}=+\infty\\ \lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{x}{2-x}=\dfrac{2}{-0}=-\infty\end{cases}$$ Asíntota vertical: $x=2$

***AH.** :

A) Se calcula el $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{-x}{2-x}\ \underset{\frac{\infty}{\infty}}{\overset{L´Hopital}{=}}\ \lim_{x\to-\infty}\frac{-1}{-1}=1$$ **Luego hay asíntota horizontal "y=1" en el -∞**

	$y=\dfrac{-x}{2-x}$	**Y_1-k (k=1)**	**Situación relativa de la gráfica y la asíntota**
x=-100	$y_1=\dfrac{100}{102}\approx 0{,}98$	0,98-1<0	La gráfica esta por debajo de la asíntota en el $-\infty$

B) Se calcula el $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{x}{2-x}\ \underset{\frac{\infty}{\infty}}{\overset{L´Hopital}{=}}\ \lim_{x\to\infty}\frac{1}{-1}=-1$$ **Luego hay asíntota horizontal "y=-1" en el +∞**

	$y=\dfrac{x}{2-x}$	**Y_1-k (k=1)**	**Situación relativa de la gráfica y la asíntota**
x=100	$y_1=\dfrac{100}{-98}\approx -1{,}02$	-1,02+1<0	La gráfica esta por debajo de la asíntota en el $+\infty$

***A.O.** : y= m x+n

No existe una asíntota oblicua porque hay horizontales.

3º Monotonía, Máximos y mínimos relativos:

Calculamos y´=0 para estudiar el cambio de monotonía

Si x < 0	Si x > 0	Si x=0
$y´=\dfrac{(2-x)(-1)-(-x)(-1)}{(2-x)^2}=\dfrac{-2}{(2-x)^2}$	$y´=\dfrac{(2-x)-(x)(-1)}{(2-x)^2}=\dfrac{2}{(2-x)^2}$	$\begin{cases}y´(0^-)=\dfrac{-2}{(2-0)^2}=\dfrac{-1}{2}\\ y´(0^-)=\dfrac{2}{(2-0)^2}=\dfrac{1}{2}\end{cases}$ No existe y´(0)

$$y' = \begin{cases} \dfrac{-2}{(2-x)^2} & si \quad x < 0 \\ \dfrac{2}{(2-x)^2} & si \quad x > 0 \end{cases}$$

$y' \neq 0 \quad \forall x \in \Re$ nunca se anula la primera derivada.
Pero puede tener un máximo o un mínimo en x=0 pues no existe y´ (0).

$\forall x \in (-\infty, 0) \Rightarrow \quad y'(-4) < 0$ decreciente

$\forall x \in (0, 2) \Rightarrow \quad y'(1) > 0$ creciente

$\forall x \in (2, +\infty) \Rightarrow \quad y'(4) > 0$ creciente

$x = 0 \quad f(0) = \dfrac{0}{2} = 0$ **En (0,0) existe un mínimo relativo**

4° Gráfica: