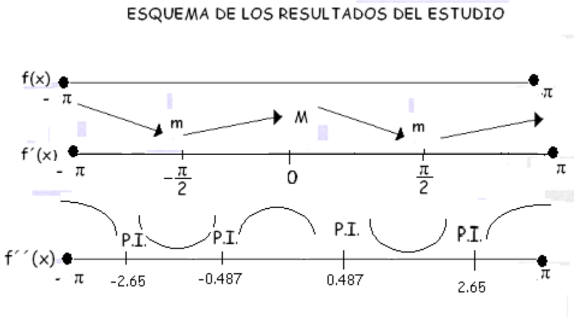
**Dada la función** $f(x)=\dfrac{1}{1+sen^2 x}$ **.Calcular los puntos críticos de la función f(x) en el intervalo (-π, π). Calcular los extremos relativos y/o absolutos de la función en el cerrado [-π, π] Esboza la gráfica.**

**1° Dominio de f(x):** $D[f(x)]=\Re$

**La función no existe si:**

$$1+sen^2 x=0\Rightarrow sen^2\ x=-1\Rightarrow \text{ no existe solución}$$




**2° Monotonía, Máximos y mínimos relativos:**

Calculamos y´=0 para estudiar el cambio de monotonía

$$y'=\frac{-(2sen\ x.cos\ x)}{(1+sen^2\ x)^2}=\frac{-sen\ 2x}{(1+sen^2\ x)^2}$$

$$y'=0\Rightarrow 2senx.cos\ x=0\Rightarrow\begin{cases} cos\ x=0\Rightarrow x=arccos\ x=0\Rightarrow x=90^0+180n=\dfrac{\pi}{2}+k\pi\begin{cases}k=0\Rightarrow x=\dfrac{\pi}{2}\in[-\pi,\pi]\\ k=-1\Rightarrow x=-\dfrac{\pi}{2}\in[-\pi,\pi]\end{cases}\\ senx=0\Rightarrow x=arcsenx=0\Rightarrow x=0^0+180n=0+k\pi\begin{cases}k=-1\Rightarrow x=-\pi\in[-\pi,\pi]\\ k=0\Rightarrow x=0\in[-\pi,\pi]\\ k=1\Rightarrow x=\pi\in[-\pi,\pi]\end{cases}\end{cases}$$

$\forall x\in\left(-\pi,\dfrac{-\pi}{2}\right)$, $y'(-135^0)<0$ decreciente $\forall x\in\left(\dfrac{-\pi}{2},0\right)$ $y'(-45^0)>0$ creciente

$\forall x\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$ $y'(45^0)<0$ decreciente $\forall x\in\left(\dfrac{\pi}{2},\pi\right)$ $y'(135^0)>0$ creciente

***En*** $(0,1)$ ***existe un Máximo relativo. En*** $\left(\dfrac{-\pi}{2},\dfrac{1}{2}\right)$ ***existe un mínimo relativo.***

***En*** $\left(\dfrac{\pi}{2},\dfrac{1}{2}\right)$ ***existe un mínimo relativo***

**3° Curvatura.**

$$y''=\frac{(1+sen^2\ x)^2.(-2(cos^2\ x-sen^2 x))+(2sen\ x.cos\ x).2(1+sen^2 x)(2sen\ x.cos\ x)}{(1+sen^2\ x)^4}\underset{simplificamos}{=}$$

$$\frac{(1+sen^2 x)[(-2cos^2\ x+2sen^2 x)(1+sen^2 x)+8sen^2 x\,cos^2\ x]}{(1+sen^2\ x)^4}=$$

$$\frac{(2-4cos^2\ x)(2-cos^2\ x)+8cos^2\ x-8cos^4\ x}{(1+sen^2\ x)^3}=\ (pasamos\ todo\ a\ cos\ x\ en\ el\ numerador)$$

$$\frac{4-8cos^2\ x-2cos^2\ x+4cos^4\ x+8cos^2\ x-8cos^4\ x}{(1+sen^2\ x)^3}=\frac{-4cos^4\ x-2cos^2\ x+4}{(1+sen^2\ x)^3}$$

$$y''=0 \Rightarrow -2\cos^4 x-\cos^2 x+2=0 \Rightarrow \left\{\cos^2 x=\frac{1\pm\sqrt{17}}{-4}=\left\{\begin{array}{l} \cos^2 x=\dfrac{1+\sqrt{17}}{-4}<-1 \\ \cos^2 x=\dfrac{1-\sqrt{17}}{-4}=0.7807764 \end{array}\right.\right.$$

$$\cos x=\pm\sqrt{0.78077644}=\left\{\begin{array}{l} x=\arccos 0.88361=\left\{\begin{array}{l} x=27^0 55'+360n=0.487+2k\pi k \quad \textit{radianes} \\ x=-27^0 55'+360n=-0.487+2k\pi \quad \textit{radianes} \end{array}\right. \\ x=\arccos(-0.88361)=\left\{\begin{array}{l} x=152^0 4'+360n=2.654+2k\pi k \quad \textit{radianes} \\ x=-152^0 4'+360n=-2.654+2k\pi k \quad \textit{radianes} \end{array}\right. \end{array}\right.$$

$\forall x\in(-\pi,-2.654),\quad y''(-160^0)<0$ convexa

$\forall x\in(-2.654,-0.487),\quad y''(-90^0)>0$ cóncava

$\forall x\in(-0.487,+0.487),\quad y''(0^0)<0$ convexa

$\forall x\in(0.487,2.654),\quad y''(90^0)>0$ cóncava

$\forall x\in(2.654,+\pi),\quad y''(160^0)<0$ convexa

*En (-2.654 , 0.82) hay un punto de Inflexión.* *En (-0.487 , 0.82) hay un punto de Inflexión.*

*En (0.487 , 0.82) hay un punto de Inflexión.* *En (2.654 , 0.82) hay un punto de Inflexión.*

**4.- Máximos y mínimos globales** $\left\{\begin{array}{l} si\ x=-\pi \Rightarrow f(-\pi)=1 \\ si\ x=\dfrac{-\pi}{2} \Rightarrow f(\dfrac{\pi}{2})=\dfrac{1}{2} \\ si\ x=0 \Rightarrow f(0)=1 \\ si\ x=\dfrac{\pi}{2} \Rightarrow f(\dfrac{\pi}{2})=\dfrac{1}{2} \\ si\ x=\pi \Rightarrow f(\pi)=1 \end{array}\right.$

**Máximo absoluto (global)** $f(-\pi)=f(0)=f(\pi)=1$ **Mínimo absoluto (global)** $f(\dfrac{-\pi}{2})=f(\dfrac{\pi}{2})=\dfrac{1}{2}$

5.- Gráfica