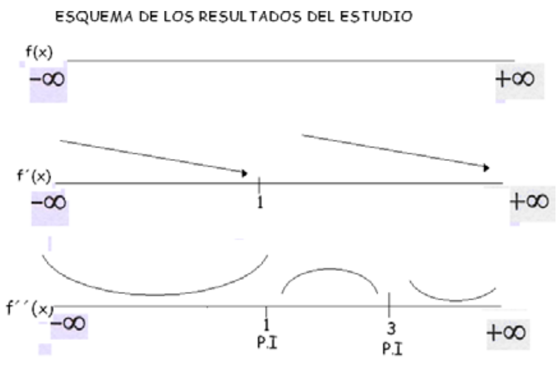
Esboza la gráfica de $y = e^{-x}\left(x^2+1\right)$ **calculando, asíntotas, extremos relativos y puntos de inflexión.**



1º Dominio de f(x): $D[f(x)] = \Re$

2º Asíntotas:

***A.V.** : No tiene, la función existe $\forall x \in \Re$

***AH.** :

A) Se calcula el $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

$$\lim_{x\to+\infty} e^{-x}\left(x^2+1\right) \underset{0.+\infty}{=} \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x^2+1}{e^x}\right) \underset{\frac{\infty}{\infty}}{\overset{L´hopital}{=}}$$

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{2x}{e^x}\right) \underset{\frac{\infty}{\infty}}{\overset{L´hopital}{=}} \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{2}{e^x}\right) = +0 \Rightarrow \quad y=+0$$

Luego **hay asíntota horizontal y=0 en el -∞. La curva está por encima de la asíntota.**

B) Se calcula el $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

$$\lim_{x\to-\infty} e^{-x}\left(x^2+1\right) = +\infty.+ = +\infty$$

No hay asíntota horizontal en el -∞;

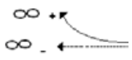
***A.O.** : y= m x+n

Sólo podrá existir en el -∞

A) Cuando $x \to -\infty$

1º Se calcula **"m"**:

$$- \quad m = \lim_{x\to-\infty}\left(\frac{e^{-x}(x^2+1)}{x}\right) \underset{\frac{\infty}{\infty}}{\overset{\substack{cambiamos \\ x\ por\ \ -x}}{=}} \lim_{x\to\infty}\left(\frac{e^{x}(x^2+1)}{-x}\right) \underset{\frac{\infty}{\infty}}{\overset{L´hopital}{=}} \lim_{x\to\infty}\left(\frac{e^{x}(x^2+1)+e^{x}.2x}{-1}\right) = -\infty$$

Por lo tanto **no existe una asíntota oblicua en el -∞.** : curvatura 

3ª Monotonía, Máximos y mínimos relativos:

Calculamos y´=0 para estudiar el cambio de monotonía

$$y´ = -e^{-x}(x^2+1) + e^{-x}.2x = e^{-x}\left(-x^2-1+2x\right)$$

$$y´=0 \quad\Rightarrow\quad 0 = e^{-x}\left(-x^2-1+2x\right) \Rightarrow \quad -x^2+2x-1=0 \Rightarrow \left\{ x = \frac{-2\pm\sqrt{4-4}}{-2} = 1 \right.$$

$\forall x \in (-\infty,1)$ $\quad y´(0) < 0$ $\quad$ decreciente

$\forall x \in (1,+\infty) \Rightarrow$ $\quad y´(4) < 0$ $\quad$ decreciente

No hay ni máximos ni mínimos relativos.

6º Curvatura, puntos de inflexión.

$$y´´=-e^{-x}\left(-x^2-1+2x\right)+e^{-x}(-2x+2)=e^{-x}(x^2-4x+3)$$

$$y´´=e^{-x}(x^2-4x+3)=0\Rightarrow x^2-4x+3=0\Rightarrow \left\{x=\frac{4\pm\sqrt{16-12}}{2}\begin{cases}x=3\\x=1\end{cases}\right.$$

$\forall x\in\left(-\infty,1\right)\quad y´´(-4)>0$ cóncava

$\forall x\in\left(1,3\right)\Rightarrow\quad y´´(2)<0$ convexa

$\forall x\in\left(3,+\infty\right)\Rightarrow\quad y´´(6)>0$ cóncava

$x=1\quad ; f(1)=\frac{2}{e}\Rightarrow\left(1,\frac{2}{e}\right)$ **Punto de inflexión.**

$x=3\quad ; f(1)=\frac{10}{e^3}\Rightarrow\left(3,\frac{10}{e^3}\right)$

7º Gráfica: