

1) Las ecuaciones de movimiento de un cuerpo son:

$x(t) = 2t^2 + 1$ $y(t) = 3t$ Determinar: **A)** $\vec{r}(3)$ **B)** velocidad media entre $t = 3 \text{ s}$ y $t = 6 \text{ s}$ **C)** $\vec{v}(5)$ **D)** $v(t)$ **E)** $v(3)$

Puntuación máxima por apartado. 0,5 puntos

A) $\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j}$

$$\vec{r}(t) = (2t^2 + 1)\vec{i} + 3t\vec{j}$$

$$\boxed{\vec{r}(3) = (2 \cdot 3^2 + 1)\vec{i} + 3 \cdot 3\vec{j} = 19\vec{i} + 9\vec{j}}$$

B) $\vec{v}_m = \frac{\vec{r}(6) - \vec{r}(3)}{6 - 3}$

$$\vec{r}(6) = (2 \cdot 6^2 + 1)\vec{i} + 3 \cdot 6\vec{j} = 73\vec{i} + 18\vec{j}$$

$$\boxed{\vec{v}_m = \frac{(73\vec{i} + 18\vec{j}) - (19\vec{i} + 9\vec{j})}{6 - 3} = \frac{54\vec{i} + 9\vec{j}}{3} = 18\vec{i} + 3\vec{j}}$$

$$\boxed{v_m = \sqrt{18^2 + 3^2} = \sqrt{333} = 18,24 \text{ m/s}}$$

C) $\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} = 4t\vec{i} + 3\vec{j}$

$$\boxed{\vec{v}(5) = 4 \cdot 5 \cdot \vec{i} + 3\vec{j} = 20\vec{i} + 3\vec{j}}$$

D) $\boxed{v(t) = \sqrt{(4t)^2 + 3^2} = \sqrt{16t^2 + 9}}$

E) $\boxed{v(3) = \sqrt{16 \cdot 3^2 + 9} = \sqrt{153} = 12,37 \text{ m/s}}$

2) La ecuación de movimiento de una partícula viene dado por

$$\vec{r} = 5t \vec{i} + (6 - 4t^2) \vec{j}. \text{ Calcula:}$$

A) La ecuación de la trayectoria **B)** El vector aceleración y su módulo para $t = 2$ s **C)** El módulo de la aceleración tangencial para $t = 1$ s

Puntuación máxima: apartados A) , B) y C) 0,75 puntos; C) 1 punto

$$\text{A) } \vec{r} = 5t \vec{i} + (6 - 4t^2) \vec{j}$$

$$x(t) = 5t \quad y(t) = 6 - 4t^2$$

$$x = 5t$$

$$t = \frac{x}{5}$$

$$y = 6 - 4t^2 = 6 - 4\left(\frac{x}{5}\right)^2 = 6 - \frac{4x^2}{25}$$

$$\text{B) } \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = 5\vec{i} - 8t\vec{j}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = -8\vec{j}$$

$$\vec{a}(2) = -8\vec{j} \text{ m/s}^2$$

$$a(2) = \sqrt{(-8)^2} = 8 \text{ m/s}^2$$

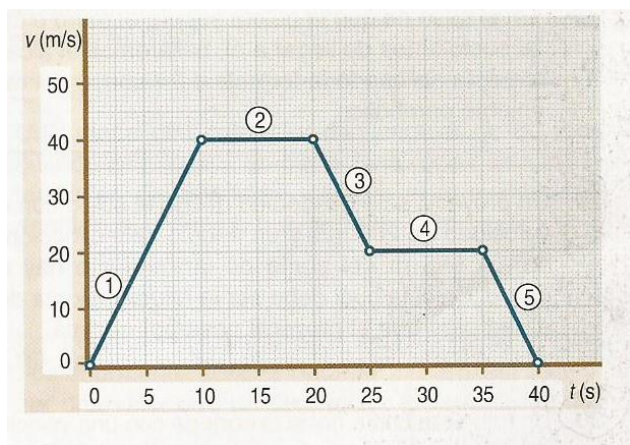
$$\text{C) } a_t = \frac{dv}{dt}$$

$$v = \sqrt{5^2 + (-8t)^2} = \sqrt{25 + 64t^2}$$

$$a_t = \frac{128 \cdot t}{2\sqrt{25 + 64t^2}}$$

$$a_t(1) = \frac{128}{2\sqrt{25 + 64 \cdot 1^2}} = 6,78 \text{ m/s}^2$$

3) Un vehículo efectúa un movimiento rectilíneo descrito por la siguiente gráfica velocidad-tiempo.



A) Explica el tipo de movimiento de los tramos 2 y 5 **B)** Calcula distancia recorrida el tramo 3 **C)** Calcula la aceleración del tramo 4 **D)** Representa la gráfica posición-tiempo del tramo 1

Puntuación máxima: apartados A) , B) y C) 0,5 puntos; D) 1 punto

A) TRAMO 2 → La velocidad es constante en todo el tramo, es un MRU.

TRAMO 5 → La velocidad disminuye hasta que se para. Tiene aceleración negativa (frena). Es un MRUA

B) TRAMO 3 → MRUA

$$v_0 = 40 \text{ m/s} \quad a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{20 - 40}{5} = -4 \text{ m/s}^2$$

$$v = 20 \text{ m/s}$$

$$t = 5 \text{ s}$$

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = 40 \cdot 5 + \frac{1}{2} (-4) \cdot 5^2 = 150 \text{ m}$$

C) TRAMO 4 → La velocidad es constante. Es un MRU.
No tiene aceleración $a = 0 \text{ m/s}^2$

D) $x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ → TRAMO 1 → MRUA

$$x_0 = 0 \quad v = 40 \text{ m/s}$$

$$v_0 = 0$$

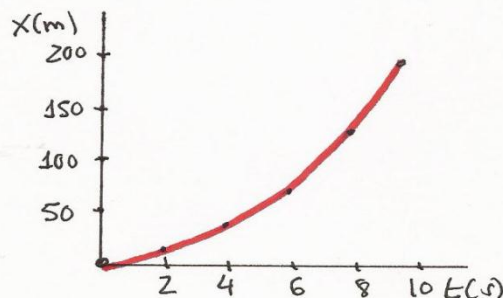
$$t = 10 \text{ s}$$

$$x = \frac{1}{2} a t^2$$

$$a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{40 - 0}{10} = 4 \text{ m/s}^2$$

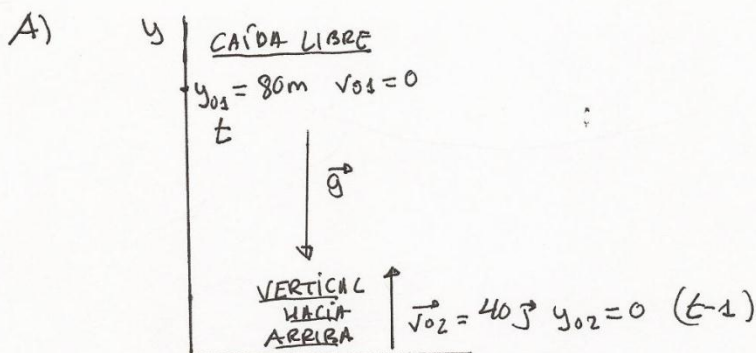
$$x = \frac{1}{2} 4 \cdot t^2 = 2 t^2 \rightarrow \text{es una parábola}$$

t(s)	0	2	4	6	8	10
x(m)	0	8	32	72	128	200



4) Se deja caer una pelota desde 80 m de altura. Un segundo más tarde una segunda pelota se lanza desde el suelo verticalmente y hacia arriba con una velocidad inicial de 40 m/s. Determina: **A)** el punto en que se encuentran las dos pelotas **B)** el espacio recorrido por cada una.

Puntuación máxima por apartado. 1,25 puntos



PELOTA 1 $y_1 = y_0 - \frac{1}{2} g t^2$
 $y_1 = 80 - \frac{1}{2} \cdot 9.8 t^2 = 80 - 4.9 t^2$

PELOTA 2 $y_2 = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \rightarrow t-1$
 $y_2 = 40(t-1) - \frac{1}{2} \cdot 9.8 (t-1)^2$
 $y_2 = 40t - 40 - 4.9(t^2 - 2t + 1)$
 $y_2 = 40t - 40 - 4.9t^2 + 9.8t - 4.9$
 $y_2 = -4.9 t^2 + 49.8t - 44.9$

En el punto de encuentro se cumple que tienen en la misma posición $y_1 = y_2$

$$80 - 4.9 t^2 = -4.9 t^2 + 49.8t - 44.9$$

$$80 = 49.8t - 44.9$$

$$t = \frac{124.9}{49.8} = 2.51\text{ s}$$

$$y_1 = 80 - 4.9(2.51)^2 = 49.13\text{ m por encima del suelo}$$

B) Espacio recorrido por cada pelota cuando se encuentran:

Pelota 1 $\rightarrow$ posición inicial $\rightarrow$ 80 m por encima del suelo
 posición final $\rightarrow$ 49.13 m por encima del suelo
distancia recorrida $= 80\text{ m} - 49.13\text{ m} = 30.87\text{ m}$

Pelota 2 $\rightarrow$ posición inicial $\rightarrow$ 0 m (en el suelo)
 posición final $\rightarrow$ 49.13 m por encima del suelo
distancia recorrida $= 49.13\text{ m} - 0\text{ m} = 49.13\text{ m}$