ORIENTACIONES: Comente sus planteamientos de tal modo que demuestre que entiende lo que hace. Tenga en cuenta que la extensión de sus respuestas está limitada por el tiempo y el papel de que dispone. Recuerde expresar todas las magnitudes físicas con sus unidades.

TEORIA

T.1. Producto escalar de vectores. Condición de perpendicularidad y ángulo entre vectores **(1 punto)**

T.2. Componentes intrínsecas de la aceleración. Definición y significado físico. **(1 punto)**

CUESTIONES

C.1 Dados $\vec{A} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ y $\vec{B} = 5\vec{i} - 2\vec{j} + 5\vec{k}$, obtenga el ángulo que forman. **(1 punto)**

SE CUMPLE $\vec{A}\cdot\vec{B} = A\cdot B\cdot \cos\alpha \longrightarrow \cos\alpha = \dfrac{\vec{A}\cdot\vec{B}}{A\cdot B} = \dfrac{A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z}{A\cdot B}$

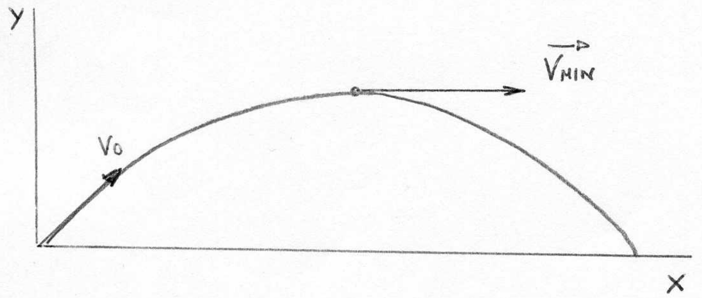
$A = \sqrt{3^2 + (-2)^2 + 3^2} = \sqrt{9+4+9} = \sqrt{22}$

$B = \sqrt{5^2 + (-2)^2 + 5^2} = \sqrt{25+4+25} = \sqrt{54}$

$\vec{A}\cdot\vec{B} = 15 + 4 + 15 = 34$

$\cos\alpha = \dfrac{34}{\sqrt{22}\sqrt{54}} = \dfrac{34}{\sqrt{1188}} = \dfrac{34}{34{,}467} = 0{,}986 \longrightarrow \alpha = 9{,}4^\circ$

C.2. ¿En qué punto de la trayectoria de un lanzamiento oblicuo es menor el módulo de la velocidad? ¿Por qué?**(1 punto)**.



LA VELOCIDAD EN CUALQUIER PUNTO ES $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$

Y COMO LA V_x ES SIEMPRE LA MISMA LA VELOCIDAD SERÁ MÍNIMA CUANDO V_y SEA MÍNIMA.

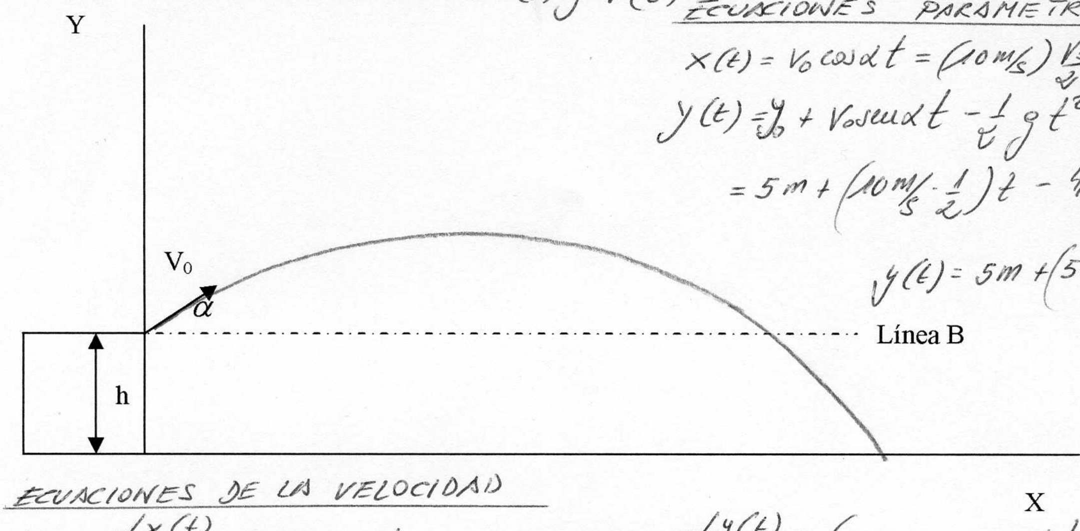
V_y ES MINIMA EN EL PUNTO MÁS ALTO DE LA TRAYECTORIA DONDE ES CERO

PROBLEMAS

P.1. Un objeto es lanzado desde una altura h=5m con una velocidad v_0=10m/s y un ángulo de 30°. Calcule:

a) Ecuaciones paramétricas del movimiento del objeto y ecuaciones de la velocidad. **(1 punto).**

CALCULE TAMBIEN LOS VECTORES $\vec{r}(t)$ y $\vec{v}(t)$



ECUACIONES PARAMÉTRICAS

$x(t) = V_0\cos\alpha\, t = (10\,m/s)\frac{\sqrt{3}}{2}\, t = (5\sqrt{3}\ m/s)\, t$

$y(t) = y_0 + V_0\,\text{sen}\,\alpha\, t - \frac{1}{2} g t^2 =$

$= 5m + (10\,m/s\cdot\frac{1}{2})t - 4{,}9\,m/s^2\, t^2$

$y(t) = 5m + (5\,m/s)t - (4{,}9\,m/s^2)t^2$

ECUACIONES DE LA VELOCIDAD

$V_x = \dfrac{dx(t)}{dt} = 5\sqrt{3}\ m/s$ $\qquad V_y(t) = \dfrac{dy(t)}{dt} = (5\,m/s - 9{,}8\,m/s^2\, t)$

VECTORES $\vec{r}(t)$ y $\vec{v}(t)$

$$\vec{r}(t) = (5\sqrt{3}\ m/s)\,t\,\vec{i} + (5m + 5\,m/s\,t - 4{,}9\,m/s^2\,t^2)\,\vec{j}$$

$$\vec{v}(t) = (5\sqrt{3}\ m/s)\,\vec{i} + (5\,m/s - 9{,}8\,m/s^2\,t)\,\vec{j}$$

b) Vector velocidad cuando el objeto vuelve a atravesar la línea B. **(1 punto).**

CUANDO ATRAVIESA LA LÍNEA B $y = h = 5\,m$

DE LA ECUACIÓN PARAMÉTRICA DE Y OBTENEMOS EL TIEMPO

$$5m = 5m + 5\,m/s\,t - 4{,}9\,m/s^2\,t^2 \longrightarrow 0 = t\,(5\,m/s - 4{,}9\,m/s^2\,t)$$

LA ECUACIÓN TIENE 2 SOLUCIONES

$$\begin{cases} t = 0 \longrightarrow \text{SITUACIÓN INICIAL (NO ES LA BUSCADA)} \\ 5\,m/s - 4{,}9\,m/s^2\,t = 0 \longrightarrow t = \dfrac{5\,m/s}{4{,}9\,m/s^2} = 1{,}02\,s \end{cases}$$

PARA ESE TIEMPO

$$\vec{v}(1{,}2s) = (5\sqrt{3})\,\vec{i} + (5 - 9{,}8 \cdot 1{,}02)\,\vec{j}\ m/s \qquad \vec{v}(1{,}2s) = 5\sqrt{3}\,\vec{i} - 5\,\vec{j}\ m/s$$

(EN MÓDULO COINCIDE CON LA V_0)

c) Cuando el objeto toca el suelo ¿Cuál es su vector posición? **(1 punto).**

AL TOCAR EL SUELO $y = 0\,m \longrightarrow 0\,m = 5m + 5\,m/s\,t - 4{,}9\,m/s^2\,t^2$

$$4{,}9t^2 - 5t - 5 = 0 \qquad t = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 5 \cdot 4{,}9 \cdot 4}}{9{,}8} = \frac{5 \pm \sqrt{123}}{9{,}8} = \frac{5 \pm 11{,}09}{9{,}8}$$

TOMAMOS LA SOLUCIÓN POSITIVA $t = 1{,}64\,s$

$$\vec{r}(1{,}64s) = (5\sqrt{3} \cdot 1{,}64)\,\vec{i} + (5 + 5 \cdot 1{,}64 - 4{,}9 \cdot 1{,}64^2)\,\vec{j}\ m = 14{,}2\,\vec{i} + 0\,\vec{j}\ m$$

P.2. Una rueda de 50 cm de radio gira a velocidad constante y ha girado 6π rad en un tiempo de 12s. Calcule:

a) Las vueltas que ha dado en ese tiempo. **(1 punto).**

$$N^{\circ}\text{ DE VUELTAS} = \frac{\theta}{2\pi\ rad} = \frac{6\pi\ rad}{2\pi\ rad} = 3\ \text{VUELTAS}$$

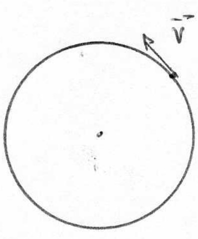
b) El periodo, la frecuencia y la velocidad angular. **(1 punto)**

PERIODO $T = \dfrac{t}{N^{\circ}\text{VUELTAS}} = \dfrac{12s}{3} = 4s$

FRECUENCIA $\nu = \dfrac{1}{T} = \dfrac{1}{4}\,s^{-1} = 0{,}25\,Hz$

VELOCIDAD ANGULAR $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = \dfrac{2\pi\ rad}{4\ s} = \dfrac{\pi}{2}\ rad/s$

c) Velocidad lineal de un punto de la periferia. **(1 punto)**



$$v = \omega \cdot R = \frac{\pi}{2}\,rad/s\ 0{,}5\,m = \frac{\pi}{4}\,m/s$$

$$v = 0{,}785\,m/s$$