

ORIENTACIONES: Comente sus planteamientos de tal modo que demuestre que entiende lo que hace. Tenga en cuenta que la extensión de sus respuestas está limitada por el tiempo y el papel de que dispone. Recuerde expresar todas las magnitudes físicas con sus unidades.

TEORIA

T.1 Producto vectorial de vectores. Condición de paralelismo. (1 punto)

T.2. Componentes intrínsecas de la aceleración. Significado físico. (1 punto)

CUESTIONES

C.1 Dados los vectores $\vec{A} = 4\vec{i} + 3\vec{j}$ y $\vec{B} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ calcule el ángulo que forman (1 punto)

C.2 En una gráfica **a-t**, **v-t** y **e-t**. ¿Cómo representarías el **MRU** y **MRUA**, es decir, con qué tipo de curva? (1 punto)

PROBLEMAS

P.1. . La posición de una partícula viene dada por las ecuaciones paramétricas: $x = 4t^3 + 8t^2$ $y = 6t^2 + 4$ $z = 5$ donde x e y vienen expresadas en metros cuando t se expresa en segundos. Encuentre:

- Vector de posición de la partícula en función del tiempo. Calcule el módulo y los cosenos directores del vector a los 5s. (1 punto).
- Calcule el vector velocidad para cualquier instante. Calcule el vector velocidad en el instante inicial (1 punto).
- Calcule el vector aceleración y el producto vectorial de los vectores velocidad y aceleración a los 5s (1 punto).

P.2. Dos amigos pretenden calcular la altura de un edificio de 100 pisos. Uno se sitúa en el piso 6º y el otro en el 2º. Desde el piso sexto sueltan una bola y miden el tiempo que emplea en llegar al 2º obteniendo 1,51s. Datos: $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ Resistencia del aire despreciable.

- Haga un esquema de la situación física, elija un sistema de referencia y plantee las ecuaciones del espacio y la velocidad de la bola correspondiente al sistema elegido. (1 punto)
- ¿Cuál es la altura de un piso? ¿Qué altura tiene el edificio? (1 punto)
- ¿Qué velocidad llevaba la bola al pasar por el 2º piso? ¿Con qué velocidad tendría que lanzarla desde el 2º piso para que llegara al 6º? (1 punto)

TEORÍA

T1 y T2 → VER APUNTES Y LIBRO DE TEXTO

CUESTIONES

C1. $\vec{A} = 4\vec{i} + 3\vec{j}$ $\vec{B} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ ¿ÁNGULO QUE FORMAN?

SE CUMPLE $\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cos \alpha$ $\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$ $|\vec{A}|/|\vec{B}| \cos \alpha = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$

$$\cos \alpha = \frac{A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z}{|\vec{A}| |\vec{B}|}$$

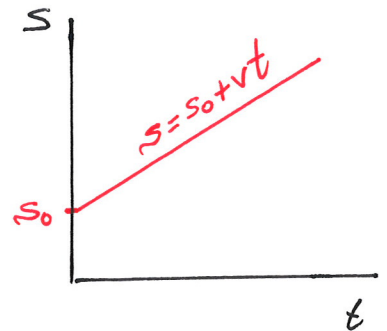
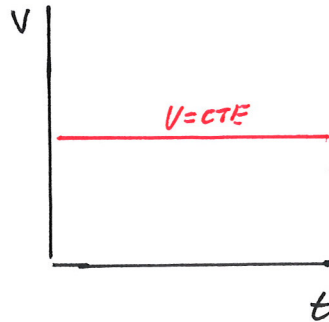
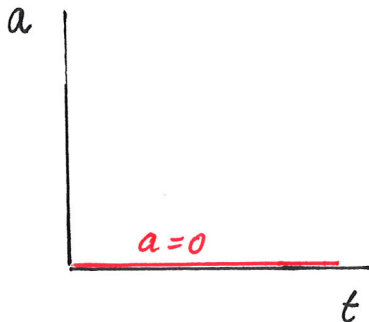
$$|\vec{A}| = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$$

$$|\vec{B}| = \sqrt{3^2 + (-2)^2 + 1^2} = \sqrt{9 + 4 + 1} = \sqrt{14} = 3,7$$

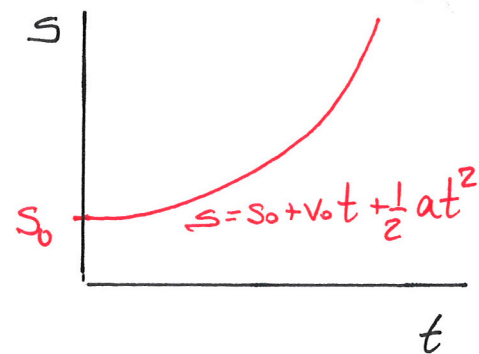
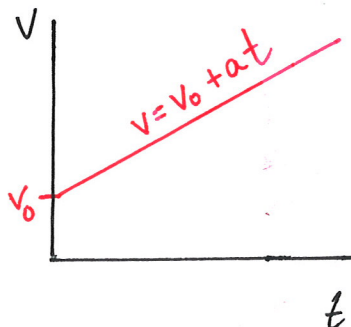
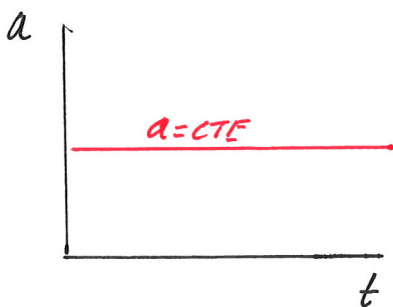
$$\cos \alpha = \frac{(4 \cdot 3) + (3 \cdot (-2)) + 0 \cdot 1}{5 \cdot 3,7} = \frac{12 - 6}{18,5} = \frac{6}{18,5} = 0,324$$

$$\alpha = \arccos 0,324 = 71,1^\circ$$

C2. MRU (MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME)



MRUA (MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE ACELERADO)



PROBLEMAS

P1

DATOS

EC. PARAMÉTRICAS

$$x = 4t^3 + 8t^2 \text{ m}$$

$$y = 6t^2 + 4 \text{ m}$$

$$z = 5 \text{ m}$$

$$a) \vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$$

$$\vec{r}(t) = (4t^3 + 8t^2)\vec{i} + (6t^2 + 4)\vec{j} + 5\vec{k} \text{ m}$$

$$\begin{aligned} \vec{r}(5s) &= (4 \cdot 5^3 + 8 \cdot 5^2)\vec{i} + (6 \cdot 5^2 + 4)\vec{j} + 5\vec{k} \text{ m} \\ &= 700\vec{i} + 154\vec{j} + 5\vec{k} \text{ m} \end{aligned}$$

MÓDULO

$$|\vec{r}(5s)| = \sqrt{(700 \text{ m})^2 + (154 \text{ m})^2 + (5 \text{ m})^2} = \sqrt{513741 \text{ m}^2} =$$

$$= 716,8 \text{ m}$$

COSENO DIRECTORES

$$\cos \alpha = \frac{700 \text{ m}}{716,8 \text{ m}} = 0,977$$

$$\cos \beta = \frac{154 \text{ m}}{716,8 \text{ m}} = 0,215$$

$$\cos \gamma = \frac{5 \text{ m}}{716,8 \text{ m}} = 7 \cdot 10^{-3}$$

$$b) \vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} = \frac{d}{dt} [(4t^3 + 8t^2)\vec{i} + (6t^2 + 4)\vec{j} + 5\vec{k}] =$$

$$= (12t^2 + 16t)\vec{i} + (12t)\vec{j} \text{ m/s}$$

INSTANTE INICIAL $t=0$

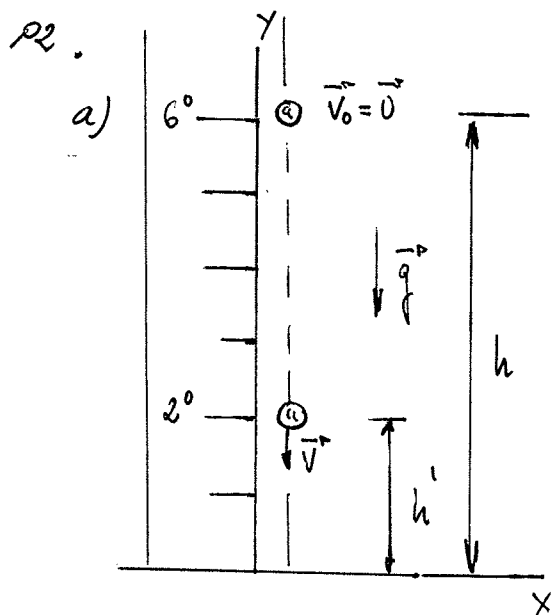
$$\vec{v}(0) = 0 \text{ m/s}$$

$$c) \vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = \frac{d}{dt} ((12t^2 + 16t)\vec{i} + (12t)\vec{j}) = (24t + 16)\vec{i} + 12\vec{j} \text{ m/s}^2$$

$$\vec{a}(5s) = (24 \cdot 5 + 16)\vec{i} + 12\vec{j} \text{ m/s}^2 = 136\vec{i} + 12\vec{j} \text{ m/s}^2$$

$$\vec{v}(5s) = (12 \cdot 5^2 + 16 \cdot 5)\vec{i} + (12 \cdot 5)\vec{j} \text{ m/s} = 380\vec{i} + 60\vec{j} \text{ m/s}$$

$$\begin{aligned} \vec{v}(5s) \wedge \vec{a}(5s) &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 380 & 60 & 0 \\ 136 & 12 & 0 \end{vmatrix} = (380 \cdot 12 - 136 \cdot 60)\vec{k} = (4560 - 8160)\vec{k} = \\ &= -3600\vec{k} \text{ m}^2/\text{s}^3 \end{aligned}$$



Ecuaciones

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g}t = \vec{g}t = (-9,81 \text{ m/s}^2) \vec{j} t$$

$$\vec{v} = - (9,81 \text{ m/s}^2 t) \vec{j}$$

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{g} t^2 = \left(h - \frac{1}{2} 9,81 \text{ m/s}^2 t^2 \right) \vec{j}$$

$$\vec{r} = y \vec{j} = \left(h - 4,90 \text{ m/s}^2 t^2 \right) \vec{j}$$

Ecuaciones Escalares

$$v = -9,81 \text{ m/s}^2 t \quad (1)$$

$$y = h - 4,90 \text{ m/s}^2 t^2 \quad (2)$$

b) llamamos h_p a la altura de un piso.

Por tanto $h = 6 h_p$ $h' = 2 h_p$

Cuando han pasado 1,51 s $y = 2 h_p$, aplicamos la ecuación (2)

$$2 h_p = 6 h_p - 4,90 \text{ m/s}^2 t^2 \rightarrow 2 h_p - 6 h_p = -4,90 \text{ m/s}^2 t^2$$

$$-4 h_p = -4,90 \text{ m/s}^2 t^2$$

$$h_p = \frac{4,90 \text{ m/s}^2 \cdot 1,51^2 \text{ s}^2}{4} = 2,79 \text{ m}$$

ALTURA DE UN PISO = 2,79 m

ALTURA DEL EDIFICIO = 101 h_p = 101 · 2,79 m = 282 m

c) Utilizamos la ecuación (1) para el tiempo 1,51 s

$$v = -9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 1,51 \text{ s} = -14,8 \text{ m/s}$$

el signo meno indica que apunta hacia abajo.

Velocidad con que hay que lanzarla para que llegue al 6º piso
Demostraremos que esta velocidad es 14,8 m/s

Ahora la velocidad inicial no es cero $v = v_0 - 9,81 \text{ m/s}^2 t$

y cuando llega al 6º piso $v = 0 \rightarrow 0 = v_0 - 9,81 \text{ m/s}^2 t \rightarrow t = \frac{v_0}{9,81 \text{ m/s}^2}$

La ecuación del espacio $y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$

$$6 h_p = 2 h_p + v_0 \frac{v_0}{9,81 \text{ m/s}^2} - 4,90 \text{ m/s}^2 \frac{v_0^2}{(9,81 \text{ m/s}^2)^2} ; 4 h_p = v_0^2 \left(\frac{1}{9,81 \text{ m/s}^2} - \frac{4,90 \text{ m/s}^2}{96,2 \text{ m}^2/\text{s}^4} \right)$$

$$14,16 \text{ m} = v_0^2 \left(0,1019 \frac{\text{s}^2}{\text{m}} - 0,051 \frac{\text{s}^2}{\text{m}} \right) = v_0^2 0,0509 \frac{\text{s}^2}{\text{m}} \rightarrow v_0 = \pm \sqrt{\frac{14,16 \text{ m}^2}{0,0509 \text{ s}^2}} = \pm 14,8 \text{ m/s}$$