ORIENTACIONES: Comente sus planteamientos de tal modo que demuestre que entiende lo que hace. Tenga en cuenta que la extensión de sus respuestas está limitada por el tiempo y el papel de que dispone. Recuerde expresar todas las magnitudes físicas con sus unidades.

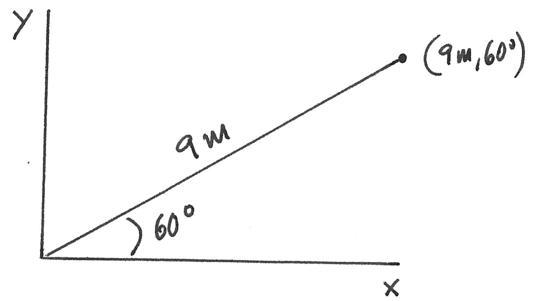
TEORIA

T.1 Vectores posición, velocidad y aceleración instantáneos de un cuerpo. Definición y unidades. **(1 punto)**

T.2 Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA). Ecuaciones y gráficas de la aceleración, velocidad y espacio frente al tiempo. **(1 punto)**

CUESTIONES

C.1 Las coordenadas polares (9m, 60º). Obtenga sus coordenadas rectangulares (x,y): **(1 punto)**



$x = r\cos\theta = 9m\cos 60^\circ = 9m\,\frac{1}{2} = 4{,}5m$

$y = r\,\text{sen}\,\theta = 9m\,\text{sen}\,60^\circ = 9m\,\frac{\sqrt{3}}{2} = 4{,}5\sqrt{3}\,m$

$(x, y) = (4{,}5\ ,\ 7{,}8)\,m$

C.2. Dados los vectores $\vec{A} = -2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$ y $\vec{B} = -6\vec{i} + 2\vec{j} + 4\vec{k}$ calcule su producto vectorial **(1 punto)**

$$\vec{A}\wedge\vec{B} = \left(-2\vec{i}+3\vec{j}+\vec{k}\right)\wedge\left(-6\vec{i}+2\vec{j}+4\vec{k}\right)$$

$$\vec{A}\wedge\vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -2 & 3 & 1 \\ -6 & 2 & 4 \end{vmatrix} = (12-2)\vec{i} - (-8+6)\vec{j} + (-4+18)\vec{k}$$

$$\vec{A}\wedge\vec{B} = 10\vec{i} + 2\vec{j} + 14\vec{k}$$

PROBLEMAS

P.1. El movimiento de una partícula viene dado por el vector posición $\vec{r}(t) = (4t^2 + 2t)\vec{i} + (2t^3)\vec{j} + 5\vec{k}$ m encuentre:

a) Vector velocidad y su módulo en función de t. Valor de ambos a los 10 s. **(1 punto).**

$\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt} = (8t+2)\vec{i} + 6t^2\vec{j}$ m/s $\quad |\vec{V}| = \sqrt{(8t+2)^2 + (6t^2)^2} = \sqrt{64t^2 + 4 + 32t + 36t^4}$ m/s

A los 10s

$\vec{V}(10s) = 82\vec{i} + 600\vec{j}$ m/s

$|\vec{V}|(10s) = \sqrt{6400 + 4 + 320 + 360000} = 605{,}58$ m/s

b) Vector aceleración y su módulo en función de t. Valor de ambos a los 10 s. **(1 punto).**

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = 8\vec{i} + 12t\,\vec{j}\ \ m/s^2 \qquad |\vec{a}| = \sqrt{8^2+(12t)^2}\ \ m/s^2 = \sqrt{64+144t^2}\ \ m/s^2$$

Valores a los 10 s

$$\vec{a}(10s) = 8\vec{i} + 120\,\vec{j}\ \ m/s^2$$

$$|\vec{a}|(10s) = \sqrt{64+14400}\ \ m/s^2 = 120,27\ m/s^2$$

c) Módulos de la aceleración tangencial y normal a los 5 s. **(1 punto).**

$$a_T = \frac{dv}{dt} = \frac{128t+32+144t^3}{2\sqrt{64t^2+4+32t+36t^4}}\ \ m/s^2 \qquad a_T(5s) = \frac{640+32+18000}{2\cdot 155,77}\ m/s^2 = \frac{18672}{311,54}\ m/s^2$$

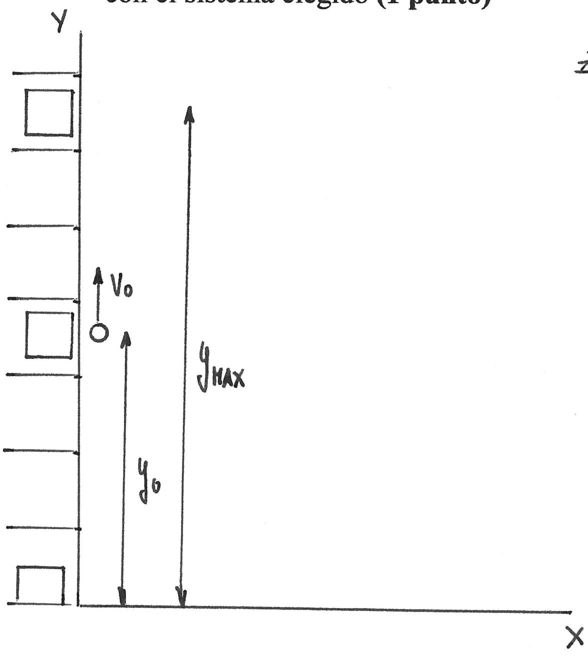
$$a_T(5s) = 59,93\ m/s^2$$

$$a(5s) = 60,53\ m/s^2 \qquad \text{Como} \quad a^2 = a_T^2 + a_N^2 \rightarrow a_N^2 = a^2 - a_T^2$$

$$a_N = \sqrt{60,53^2 - 59,93^2}\ \ m/s^2 = 8,5\ m/s^2$$

P.2. Desde la ventana del tercer piso de un edificio se lanza hacia arriba un objeto con una velocidad tal que llega hasta la ventana del sexto piso. Datos: La separación entre pisos es 3m. La ventana está situada a 1,5m del comienzo del piso. Considere despreciable la resistencia del aire. Determine:

a) Haga un esquema y elija un sistema de referencia para resolver el problema. Escriba las ecuaciones de $\vec{v}$ y $\vec{r}$ coherentes con el sistema elegido **(1 punto)**



ECUACIONES

$$\vec{v} = (v_0 - gt)\,\vec{j} = (v_0 - 9,8\,m/s^2\,t)\,\vec{j}$$

$$\vec{r} = (y_0 + v_0 t - \tfrac{1}{2} g t^2)\,\vec{j} = (10,5\,m + v_0 t - 4,9\,m/s^2\,t^2)\,\vec{j}$$

b) Encuentre la velocidad con que se ha lanzado. **(1 punto).**

Cuando llega a la altura máxima $V=0$ $\quad y_{MAX}=19{,}5\ m$

$$19{,}5\ m = 10{,}5\ m + V_0 t - 4{,}9\ m/s^2\, t^2$$
$$0 = V_0 - 9{,}8\ m/s^2\, t \longrightarrow t = \frac{V_0}{9{,}8\ m/s^2} \qquad t^2 = \frac{V_0^2}{96{,}04\ m^2/s^4}$$

sustituimos t y t^2 en la ecuación de la posición

$$19{,}5\ m = 10{,}5\ m + V_0 \frac{V_0}{9{,}8\ m/s^2} - 4{,}9\ m/s^2 \frac{V_0^2}{96{,}04\ m^2/s^4} = 10{,}5\ m + V_0^2\left(\frac{1}{9{,}8\ m/s^2} - \frac{1}{19{,}6\ m/s^2}\right)$$

$$(19{,}5-10{,}5)\ m = V_0^2\, 0{,}0510\ \frac{s^2}{m} \qquad V_0^2 = \frac{9\ m^2}{0{,}0510\ s^2} \qquad V_0 = 13{,}28\ m/s$$

c) Tiempo que emplea en volver a pasar por delante de la ventana desde la que se lanzó. Tiempo que tarda en impactar con el suelo. **(1 punto)**

Cuando vuelve a pasar por la ventana $y = y_0$

$$\cancel{10{,}5\ m} = \cancel{10{,}5\ m} + 13{,}28\ m/s\, t - 4{,}9\ m/s^2\, t^2$$

$$0 = \left(13{,}28\ m/s - 4{,}9\ m/s^2\, t\right) t$$

$t = 0$ Al inicio

$13{,}28\ m/s - 4{,}9\ m/s^2\, t = 0$

Resolviendo la segunda $\quad t = \dfrac{13{,}28\ m/s}{4{,}9\ m/s^2} = 2{,}71\ s$

TIEMPO EN IMPACTAR CON EL SUELO $\rightarrow y = 0$

$$0 = 10{,}5\ m + 13{,}28\ m/s\, t - 4{,}9\ m/s^2\, t^2 \rightarrow 4{,}9t^2 - 13{,}28t - 10{,}5 = 0$$

$$t = \frac{13{,}28 \pm \sqrt{13{,}28^2 + 4 \cdot 4{,}9 \cdot 10{,}5}}{9{,}8} = \frac{13{,}28 \pm 19{,}55}{9{,}8} \xrightarrow[\text{solución positiva}]{\text{tomando la}} t = \frac{32{,}83}{9{,}8}\ s$$

$$t = 3{,}35\ s$$