

ORIENTACIONES: Comente sus planteamientos de tal modo que demuestre que entiende lo que hace. Tenga en cuenta que la extensión de sus respuestas está limitada por el tiempo y el papel de que dispone. Recuerde expresar todas las magnitudes físicas con sus unidades.

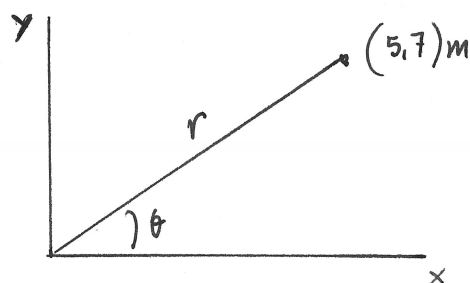
TEORIA

T.1 Producto escalar de vectores. Condición de perpendicularidad y ángulo entre vectores.. (1 punto)

T.2 Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA). Ecuaciones y gráficas de la aceleración, velocidad y espacio frente al tiempo. (1 punto)

CUESTIONES

C.1 Las coordenadas rectangulares de un punto son (5,7)m. Obtenga sus coordenadas polares (r, θ): (1 punto)



Se cumple $r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{25 + 49} \text{ m} = 8,6 \text{ m}$

$$\theta = \arctan \frac{y}{x} = \arctan \frac{7}{5} = 54,5^\circ$$

$$(r, \theta) = (8,6 \text{ m}, 54,5^\circ)$$

C.2. Dados los vectores $\vec{A} = -2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$ y $\vec{B} = -6\vec{i} + 2\vec{j} + 4\vec{k}$ calcule su diferencia y su producto escalar (1 punto)

$$\vec{A} - \vec{B} = (-2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}) - (-6\vec{i} + 2\vec{j} + 4\vec{k}) = (-2+6)\vec{i} + (3-2)\vec{j} + (1-4)\vec{k}$$

$$\vec{A} - \vec{B} = 4\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = (-2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}) \cdot (-6\vec{i} + 2\vec{j} + 4\vec{k}) = 12 + 6 + 4 = 22$$

PROBLEMAS

P.1. El movimiento de una partícula viene dado por el vector posición $\vec{r}(t) = (4t^2 + 2t)\vec{i} + (2t^3)\vec{j} + 5\vec{k}$ m encuentre:

a) Vector velocidad y su módulo en función de t. Valor de ambos a los 10 s. (1 punto).

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt} \left((4t^2 + 2t)\vec{i} + (2t^3)\vec{j} + 5\vec{k} \right) = (8t + 2)\vec{i} + 6t^2\vec{j} \text{ m/s}$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{(8t+2)^2 + 36t^4} = \sqrt{64t^2 + 4 + 32t + 36t^4} \text{ m/s}$$

Valores a los 10 s

$$\vec{v}(10\text{s}) = 82\vec{i} + 600\vec{j} \text{ m/s}$$

$$|\vec{v}|(10\text{s}) = \sqrt{6400 + 4 + 320 + 360000} \text{ m/s} = 605,6 \text{ m/s}$$

b) Vector aceleración y su módulo en función de t. Valor de ambos a los 10 s. (1 punto).

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = 8\vec{i} + 12t\vec{j} \text{ m/s}^2 \quad |\vec{a}| = \sqrt{64 + 144t^2} \text{ m/s}^2$$

Valores a los 10 s

$$\vec{a}(10\text{s}) = 8\vec{i} + 120\vec{j} \text{ m/s}^2$$

$$|\vec{a}|(10\text{s}) = \sqrt{64 + 14400} \text{ m/s}^2 = 120,3 \text{ m/s}^2$$

c) Módulos de la aceleración tangencial y normal a los 5 s. (1 punto).

$$a_T = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\sqrt{64t^2 + 4 + 32t + 36t^4} \frac{m}{s} \right) = \frac{128t + 32 + 144t^3}{2\sqrt{64t^2 + 4 + 32t + 36t^4}} \frac{m}{s^2}$$

A los 5 s

$$a_T(5s) = \frac{128 \cdot 5 + 32 + 144 \cdot 125}{2\sqrt{64 \cdot 25 + 4 + 32 \cdot 5 + 36 \cdot 625}} \frac{m}{s^2} = \frac{18672}{2 \cdot 155,8} \frac{m}{s^2} \approx 59,9 \frac{m}{s^2}$$

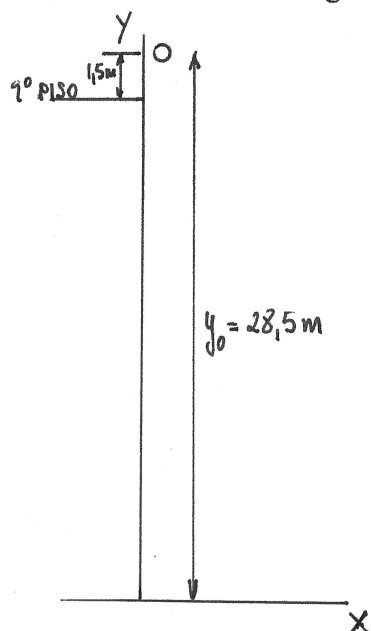
SE CUMPLE $a^2 = a_T^2 + a_N^2$

$$a(5s) = \sqrt{64 + 144 \cdot 25} \frac{m}{s^2} = 60,53 \frac{m}{s^2}$$

$$a_N^2 = a^2 - a_T^2 \rightarrow a_N = \sqrt{60,53^2 - 59,9^2} \frac{m}{s^2} = \sqrt{75,9} \frac{m}{s^2} = 8,7 \frac{m}{s^2}$$

P.2. Desde la ventana del noveno piso de un edificio se deja caer un objeto. Datos: La separación entre pisos es 3m. La ventana está situada a 1,5m del comienzo del piso. Considere despreciable la resistencia del aire. Determine:

a) Haga un esquema y elija un sistema de referencia para resolver el problema. Escriba las ecuaciones de $\vec{v}$ y $\vec{r}$ coherentes con el sistema elegido (1 punto)



Ecuaciones

$$\vec{v} = (-gt)\vec{j} = (-9,8 \frac{m}{s^2} t)\vec{j}$$

$$\vec{r} = (y_0 - \frac{1}{2}gt^2)\vec{j} = (28,5m - 4,9 \frac{m}{s^2} t^2)\vec{j}$$

b) Encuentre el tiempo que emplea en llegar a suelo y su velocidad en ese instante. (1 punto).

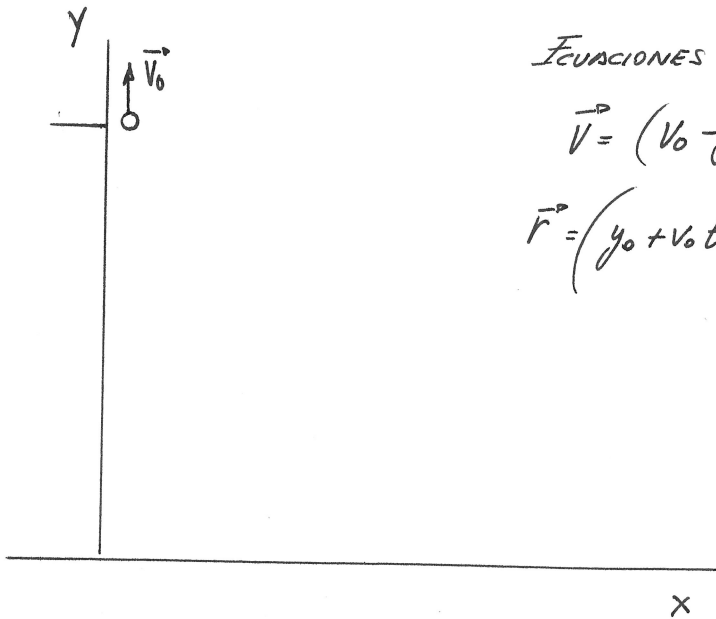
Cuando llega al suelo $y=0 \rightarrow 0 = 28,5m - 4,9 \frac{m}{s^2} t^2 \rightarrow t^2 = \frac{28,5m}{4,9 \frac{m}{s^2}}$

$$t^2 = 5,82s^2 \rightarrow t = 2,41s$$

Para ese instante la velocidad $v = -9,8 \frac{m}{s^2} \cdot 2,41s = -23,6 \frac{m}{s}$

El signo menos indica que la velocidad va dirigida hacia abajo.

- d) ¿Con qué velocidad tendríamos que haberlo lanzado hacia arriba para que llegase al suelo en el mismo instante de tiempo? (1 punto)



Ecuaciones ahora

$$\vec{v} = (v_0 - gt)\vec{j} = \left(v_0 - 9,8 \frac{m}{s^2} t\right)\vec{j}$$

$$\vec{r} = \left(y_0 + v_0 t - \frac{1}{2}gt^2\right)\vec{j} = \left(28,5m + v_0 t - 4,9 \frac{m}{s^2} t^2\right)\vec{j}$$

Debemos que $y=0$ para $2,41s$

$$0 = 28,5m + v_0 2,41s - 4,9 \frac{m}{s^2} 5,81s^2$$

$$0 = 28,5m + v_0 2,41s - 28,47m$$

$$v_0 2,41s = (28,47 - 28,5)m \approx 0 \quad \rightarrow v_0 = 0$$

Lo que nos indica que no es posible lanzarlo hacia arriba y que caiga en el mismo tiempo