

TEORIA. Conteste solo uno de los dos bloques.

Bloque A

A.1 Tercera ley de Newton y conservación del momento lineal. (1 punto)

A.2 Trabajo mecánico: definición y unidades. Relación entre trabajo y energía cinética. (1 punto)

Bloque B

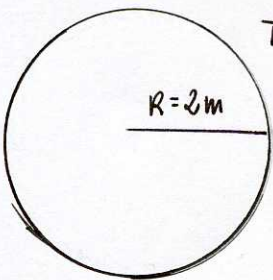
B.1. Relación entre el impulso mecánico y el momento lineal. (1 punto)

B.2 Conservación de la energía mecánica cuando solo actúan fuerzas conservativas. (1 punto)

CUESTIONES OPTATIVAS. Conteste solo uno de los dos bloques.

Bloque C

C.1 Un objeto realiza un movimiento circular uniforme describiendo una circunferencia de 2m de radio con un periodo de 4s. Obtenga: velocidad lineal y aceleración normal. (1 punto)

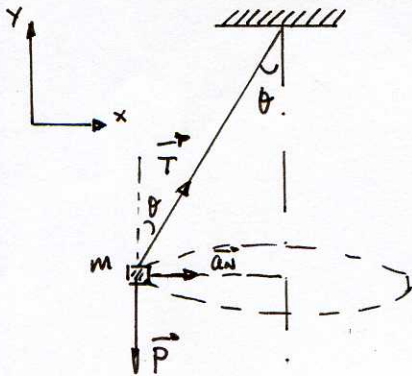


$$T = 4s \quad \longrightarrow \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{4} \frac{10^3}{s} = \frac{\pi}{2} \frac{10^3}{s}$$

$$v = \omega \cdot R = \frac{\pi}{2} \frac{10^3}{s} \cdot 2m = \pi \frac{10^3}{s} = 3,1416 \frac{m}{s}$$

$$a_N = \frac{v^2}{R} = \frac{\pi^2 \frac{m^2}{s^2}}{2m} = \frac{\pi^2}{2} \frac{m}{s^2} \approx 4,9 \frac{m}{s^2}$$

C.2. Péndulo cónico. Dibuje las fuerzas que actúan sobre el mismo y obtenga sus ecuaciones. (1 punto)



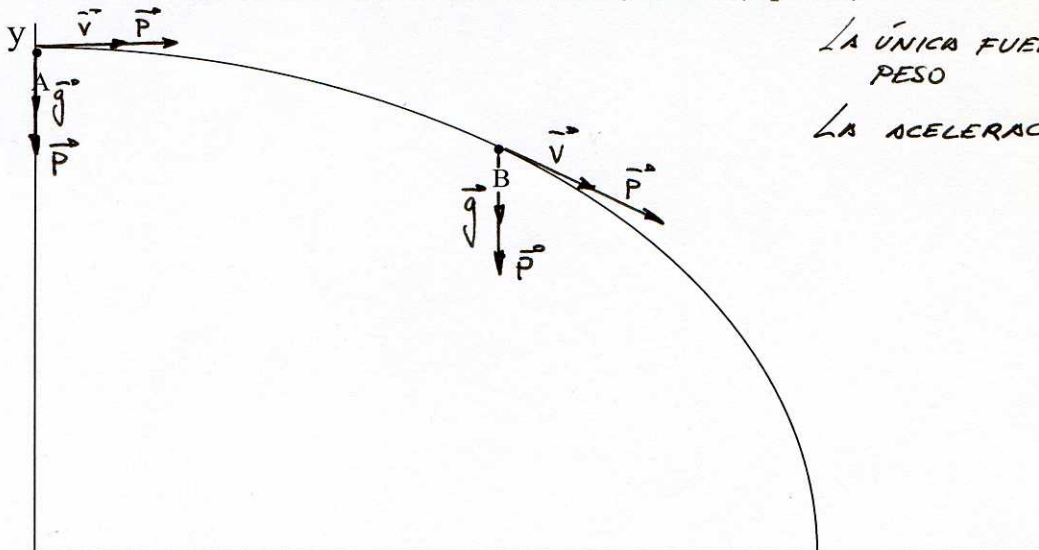
SOLO ACTUAN LA TENSION Y EL PESO Y SOLO HAY ACELERACIÓN NORMAL

$$\Sigma \vec{F} = m \vec{a} = m \vec{a}_N \quad \Rightarrow \quad \vec{T} + \vec{P} = m \vec{a}_N$$

$$\begin{aligned} \vec{T} &= T \sin \theta \vec{i} + T \cos \theta \vec{j} \\ \vec{P} &= -mg \vec{j} \\ \vec{a}_N &= \frac{v^2}{R} \vec{i} \end{aligned} \quad \left| \quad \begin{aligned} (T \sin \theta) \vec{i} + (T \cos \theta - mg) \vec{j} &= m \frac{v^2}{R} \vec{i} \\ T \sin \theta &= m \frac{v^2}{R} \quad (1) \\ T \cos \theta - mg &= 0 \quad (2) \end{aligned} \right.$$

Bloque D

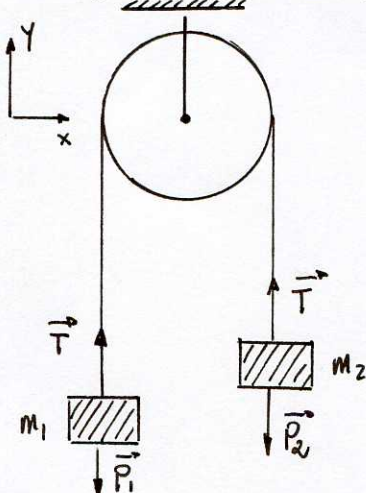
D.1. El dibujo representa la trayectoria de una partícula que realiza un lanzamiento horizontal. Dibuje, en los puntos A y B, los vectores velocidad, aceleración, momento lineal y fuerza. (1 punto)



LA ÚNICA FUERZA QUE ACTÚA ES EL PESO

LA ACELERACIÓN ES $g \rightarrow \vec{a} \equiv \vec{g}$

D.2. Máquina de Atwood. Dibuje las fuerzas que actúan sobre la misma y obtenga sus ecuaciones (1 punto)



SI CONSIDERAMOS LA POLEA IDEAL LA TENSION QUE SOPORTAN AMBOS CUERPOS ES LA MISMA

SUPONEMOS $m_1 > m_2 \rightarrow m_1$ baja m_2 sube.

$$T - m_1 g = -m_1 a \quad (1)$$

$$T - m_2 g = m_2 a \quad (2)$$

PROBLEMAS. Se resolverán sólo dos problemas.

1. Dos partículas de 5 kg y 7 kg viajan a velocidades $\vec{v}_1 = 25\vec{i}$ m/s y $\vec{v}_2 = 20\vec{j}$ m/s respectivamente, colisionando en el origen de coordenadas. Después del choque quedan unidas moviéndose en una dirección que forma un ángulo α con el eje x. Calcule:

a) Momento lineal del sistema de las dos partículas, antes y después del choque. (1 punto).

$$\vec{P}_{\text{ANTES}} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = 5 \text{ kg} (25\vec{i}) \text{ m/s} + 7 \text{ kg} (20\vec{j}) \text{ m/s} = 125\vec{i} + 140\vec{j} \text{ kg m/s}$$

COMO NO ACTUAN FUERZAS EXTERNAS $\vec{P} = \text{cte} \Rightarrow \vec{P}_{\text{ANTES}} = \vec{P}_{\text{DESPUES}}$

$$\vec{P}_{\text{DESPUES}} = 125\vec{i} + 140\vec{j} \text{ kg m/s}$$

b) Velocidad y ángulo con el eje x después del choque. (1 punto).

También se cumple $\vec{P}_{\text{DESP}} = \vec{P}_1' + \vec{P}_2' = (m_1 + m_2) \vec{V} \rightarrow \vec{V} = \frac{\vec{P}_{\text{DESP}}}{(m_1 + m_2)}$

$$\vec{V} = \frac{125\vec{i} + 140\vec{j} \text{ kg m/s}}{12 \text{ kg}} = 10,4\vec{i} + 11,6\vec{j} \text{ m/s}$$

$$|\vec{V}| = \sqrt{10,4^2 + 11,6^2} \text{ m/s} = 15,6 \text{ m/s}$$

$$\alpha = \arccos \frac{V_x}{V} = \arccos \frac{10,4}{15,6} = 48,2^\circ$$

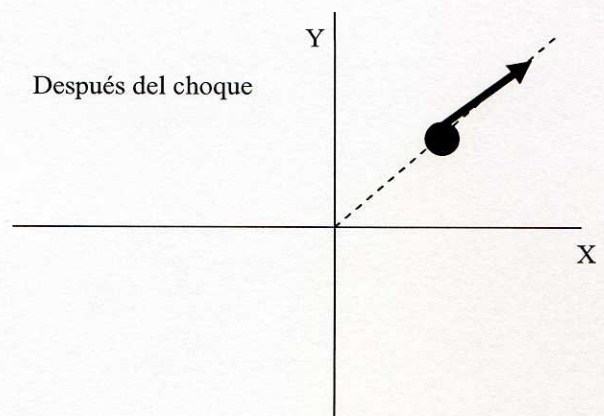
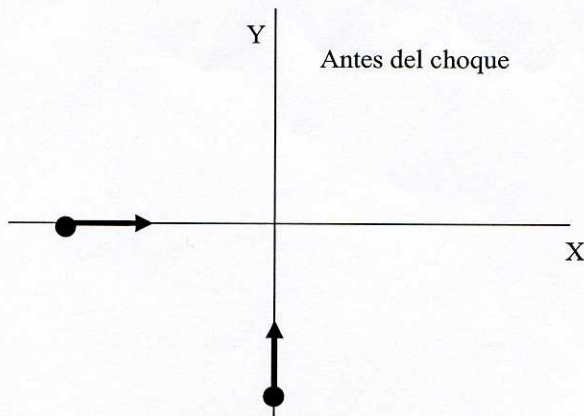
c) Valor del impulso mecánico que ha actuado sobre la partícula de 5kg. Si el choque ha durado 0,2s ¿Qué fuerza ha actuado sobre ella (1 punto).

$$\vec{J} = \Delta \vec{p} = \vec{p}_1' - \vec{p}_1 = m_1 \vec{v}_1' - m_1 \vec{v}_1 = m_1 (\vec{v}_1' - \vec{v}_1) = 5 \text{ kg} (10,4\vec{i} + 11,6\vec{j} \text{ m/s} - 25\vec{i} \text{ m/s})$$

$$\vec{J} = 5 \text{ kg} (-14,6\vec{i} + 11,6\vec{j}) \text{ m/s} = -73\vec{i} + 58,3\vec{j} \text{ N} \cdot \text{s}$$

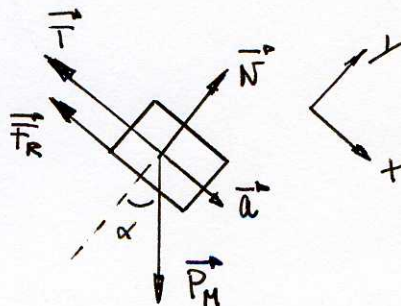
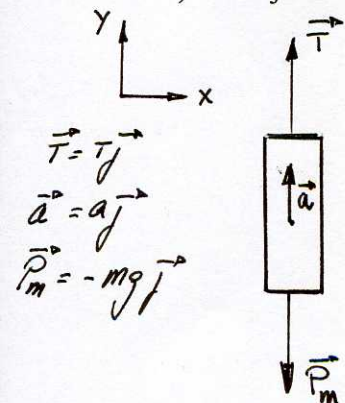
Como $\vec{J} = \vec{F} \cdot \Delta t \rightarrow \vec{F} = \frac{\vec{J}}{\Delta t} = \frac{-73\vec{i} + 58,3\vec{j} \text{ N} \cdot \text{s}}{0,2 \text{ s}}$

$$\vec{F} = -365\vec{i} + 291,5\vec{j} \text{ N}$$



2. En el sistema de la figura, la polea es ideal y la cuerda no tiene masa:

a) Dibuje los vectores fuerzas y aceleraciones que actúan sobre ambos cuerpos. (1 punto).



$$\begin{aligned} \vec{a} &= a\vec{L} \\ \vec{N} &= N\vec{j} \\ \vec{T} &= -T\vec{L} \\ \vec{P}_H &= Mg\sin\alpha\vec{L} - Mg\cos\alpha\vec{j} \\ \vec{F}_R &= -\mu N\vec{L} \end{aligned}$$

b) Obtenga la aceleración con que se mueve el sistema. (1 punto).

Ecuaciones de Newton para el cuerpo m

$$(T - mg)\vec{j} = ma\vec{j} \quad T - mg = ma \rightarrow T = ma + mg \quad (1)$$

Ecuaciones de Newton para el cuerpo M

$$\begin{aligned} (Mg\sin\alpha - \mu N - T)\vec{L} + (N - Mg\cos\alpha)\vec{j} &= Ma\vec{L} \\ Mg\sin\alpha - \mu N - T &= Ma \\ N - Mg\cos\alpha &= 0 \rightarrow N = Mg\cos\alpha \\ T &= Mg\sin\alpha - \mu Mg\cos\alpha - Ma \quad (2) \end{aligned}$$

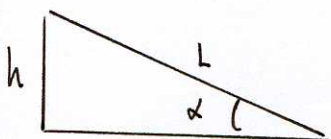
IGUALAMOS (1) y (2) $ma + mg = Mg\sin\alpha - \mu Mg\cos\alpha - Ma$

$$a = \frac{M\sin\alpha - \mu M\cos\alpha - m}{(m + M)} g = \frac{M(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) - m}{(m + M)} g = \frac{10\text{ kg}(\frac{1}{2} - 0,15\frac{\sqrt{3}}{2}) - 2\text{ kg}}{12\text{ kg}} 9,8\text{ m/s}^2 = 1,39\text{ m/s}^2$$

c) Obtenga el módulo de la tensión de la cuerda y tiempo que emplea en llegar a la parte baja del plano inclinado desde la altura h (1 punto).

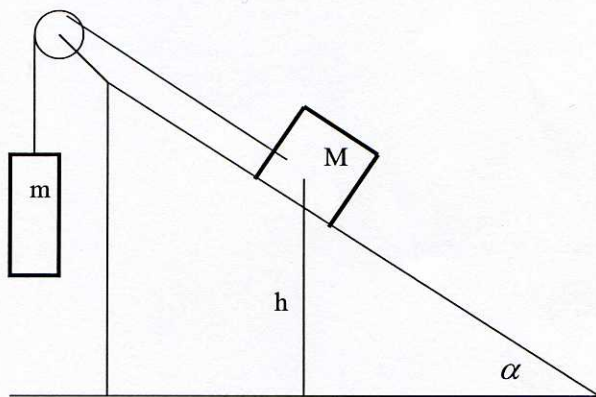
Datos: $M=10\text{ kg}$ $m=2\text{ kg}$ $\mu=0,15$ $h=2\text{ m}$ $\alpha=30^\circ$

DE LA ECUACIÓN (1) $T = m(a + g) = 2\text{ kg}(1,39 + 9,8)\text{ N/kg} = 22,38\text{ N}$



$L = \frac{h}{\sin\alpha} = \frac{2\text{ m}}{\sin 30} = 4\text{ m}$ La distancia la recorre con MRUA de $a = 1,39\text{ m/s}^2$

$L = \frac{1}{2}at^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2L}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 4\text{ m}}{1,39\text{ m/s}^2}} = \sqrt{\frac{8}{1,39}}\text{ s} = 2,4\text{ s}$



3. La bola de la figura se encuentra inicialmente parada en la posición A. La pista sobre la que desliza la bola es de hielo pulido ($\mu = 0$), calcule:

a) Energía mecánica de la bola. (1 punto).

Como solo actúan el peso $\vec{P}$ (fuerza conservativa) y $\vec{N}$ (fuerza no conservativa pero que no realiza trabajo) se conserva la energía mecánica $\rightarrow E_M = \text{cte}$ luego la podemos calcular en cualquier punto. Elegimos el punto (A)

$$E_M(A) = E_K(A) + E_P(A) = \frac{1}{2} m v_A^2 + m g h_A = m g h = 0,25 \text{ kg} \cdot 9,8 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot 1,5 \text{ m}$$

$v_A = 0$

$$E_M = 3,675 \text{ J}$$

b) Velocidad en el punto B y velocidad cuando la altura sobre el suelo es $h' = (h/2)$. (1 punto).

APLICAMOS CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA A LOS PUNTOS (A) Y (B)

$$E_M(A) = 3,675 \text{ J} = E_M(B)$$

$$\text{ADEMÁS } E_M(B) = E_K(B) + E_P(B) = \frac{1}{2} m v_B^2 + m g h_B = \frac{1}{2} m v_B^2 \quad \left(\begin{array}{l} v_B = \sqrt{\frac{2 E_M}{m}} = \\ \sqrt{\frac{2 \cdot 3,675 \text{ J}}{0,25 \text{ kg}}} = 5,4 \text{ m/s} \end{array} \right)$$

$h_B = 0$

c) PUNTO EN EL QUE LA ALTURA ES h'

$$E_M(A) = E_M(C) \Rightarrow m g h = m g \frac{h}{2} + \frac{1}{2} m v_C^2 \Rightarrow 2 g h - g h = v_C^2 \Rightarrow g h = v_C^2$$

$$v_C = \sqrt{g h} = \sqrt{9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1,5 \text{ m}} = 3,8 \text{ m/s}$$

c) Longitud que se comprime el muelle cuando la bola se para completamente al llegar a él. (1 punto).

Datos: $m = 0,25 \text{ kg}$ $h = 1,5 \text{ m}$ $K = 200 \text{ N/m}$



APLICAMOS LA CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA A LOS PUNTOS (B) Y (D) (punto en el que el muelle está comprimido)

$$E_M(B) = E_M(D)$$



h

(B)

(D)

K

$$E_P = 0$$

$$E_M(B) = E_K(B) + E_P(B)$$

$v_B = 0$

$$E_M(D) = E_K(D) + E_P(D)$$

$v_D = 0$

$$E_K(B) = E_P(D) \Rightarrow \frac{1}{2} m v_B^2 = \frac{1}{2} K \Delta x^2 \Rightarrow \Delta x^2 = \frac{m v_B^2}{K} = \frac{0,25 \text{ kg} \cdot 29,16 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{200 \text{ N/m}} = 0,036 \text{ m}^2$$

$$\Delta x = 0,19 \text{ m} = 19 \text{ cm}$$