

ORIENTACIONES: Comente sus planteamientos de tal modo que demuestre que entiende lo que hace. Tenga en cuenta que la extensión de sus respuestas está limitada por el tiempo y el papel de que dispone. Recuerde expresar todas las magnitudes físicas con sus unidades.

TEORIA

T.1. Leyes de Kepler. (1 punto).

T.2. Principio de conservación de la energía. (1 punto).

CUESTIONES

C.1. Un ascensor sube con una aceleración de 2 m/s^2 . Calcula el peso aparente de una persona de masa 70 kg que se encuentra en su interior. Y si el ascensor baja con la misma aceleración, cuál sería su peso aparente. Y en el caso que se rompiera el cable y cayera en caída libre. $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ (1 punto).

C.2. La elongación de una partícula que describe un movimiento armónico es: $x(t) = 0,45 \sin(\pi t + 3\pi/2)$. Encuentre el valor de la elongación máxima, periodo, frecuencia y fase inicial. (1 punto).

PROBLEMAS

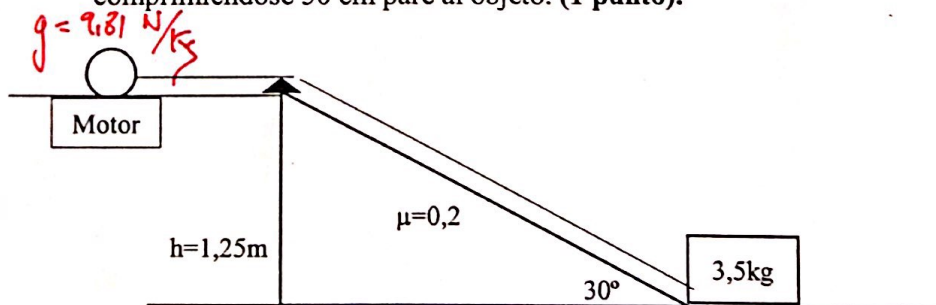
P.1. Tres bolas con superficie pegadiza. Una bola C se encuentra en reposo en el origen de coordenadas, una bola B se lanza con una velocidad v_B en la dirección $-j$ (sentido negativo del eje de ordenadas y) y una bola A con una velocidad v_A en la dirección i (sentido positivo del eje de abscisas x). Al colisionar las tres bolas quedan pegadas las tres. El valor de la gravedad es $g = 9,81 \text{ m/s}^2$. Sabemos que la relación de masas y velocidades iniciales están dadas por $m_C = 2 m_A = 4 m_B$, $v_B = 2 v_A = 494,97 \text{ m/s}$.

Calcule:

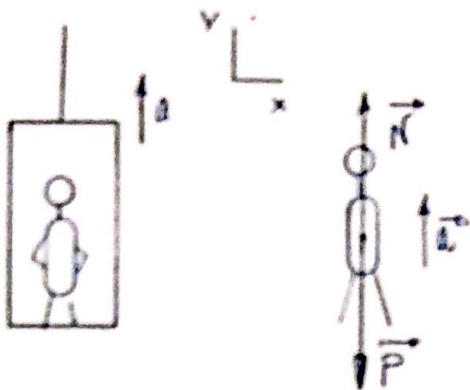
- Ángulo de salida después del choque del conjunto formado por las tres bolas. (1 punto).
- Velocidad de salida después del choque del conjunto formado por las tres bolas. (1 punto).
- ¿Cuántas veces la velocidad de la bola B debería ser mayor que la velocidad de la bola A para que el ángulo de salida después del choque sea de 30° (IV cuadrante). (1 punto).

P.2. En la situación mostrada en la figura, calcule:

- Trabajo realizado por la fuerza de rozamiento cuando el motor sube el objeto. (1 punto).
- El motor deja el objeto en la parte alta del plano con una velocidad de $1,25 \text{ m/s}$. ¿Qué trabajo ha realizado? (1 punto).
- En la parte alta no hay rozamiento. Calcule la constante elástica del muelle que hay que situar para que comprimiéndose 50 cm pare al objeto. (1 punto).



C.1



$$\vec{P}_{\text{APARENTE}} \equiv \vec{N}$$

$$N - mg = ma$$

$$N = m(g + a) = 70 \text{ kg} (9.81 + 2) \text{ N/kg}$$

$$N = 8.3 \cdot 10^2 \text{ kg}$$

$$\boxed{P_{\text{APARENTE}} = 8.3 \cdot 10^2 \text{ N}} \quad \begin{matrix} \text{SUBIENDO} \\ a = 2 \text{ m/s}^2 \end{matrix}$$

Cuando baja $\vec{a} = -a\vec{j}$

$$N = m(g - a) = 70 \text{ kg} \cdot 7.81 \text{ N/kg} = 547 \text{ N}$$

$$\boxed{P_{\text{APARENTE}} = 5.5 \cdot 10^2 \text{ N}} \quad \begin{matrix} \text{BAJANDO} \\ a = 2 \text{ m/s}^2 \end{matrix}$$

Se rompe el cable $\vec{a} = \vec{g} = -g\vec{j}$

$$N = m(g - g) = 0 \text{ N}$$

$$\boxed{P_{\text{APARENTE}} = 0 \text{ N}}$$

C.2

$$x(t) = 0.45 \cos(\pi t + 3\pi/2) \text{ m}$$

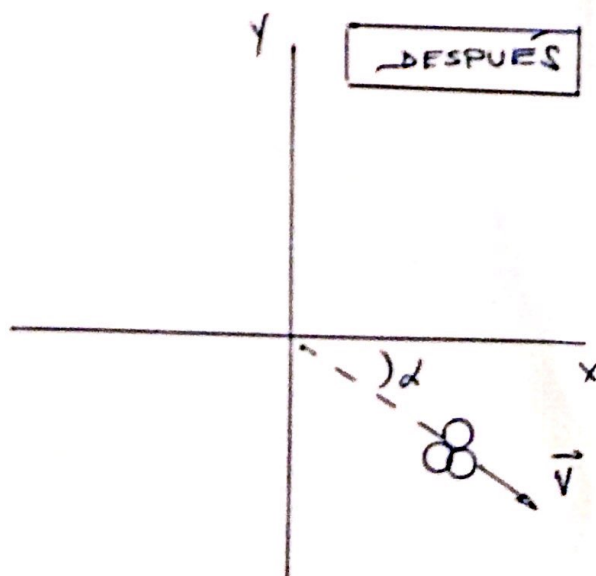
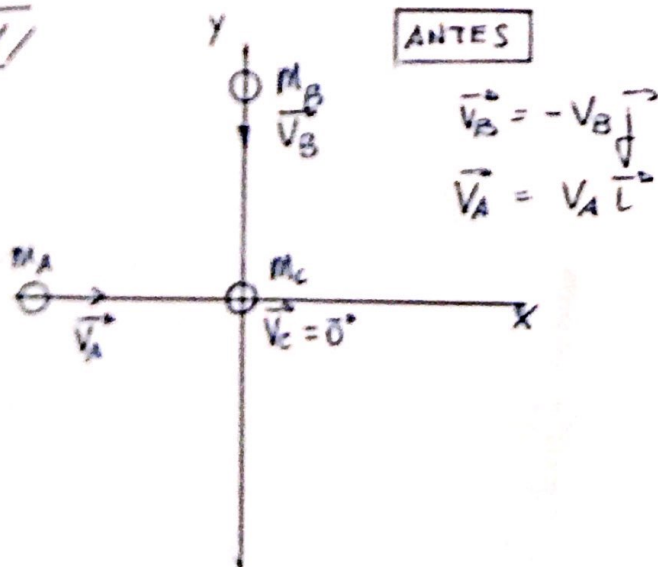
$$x(t) = x_0 \cos(\omega t + \delta) \quad \left\{ \begin{array}{l} x_0 = 0.45 \text{ m} \\ \omega = \pi \text{ rad/s} \\ \delta = \frac{3\pi}{2} \text{ rad} \end{array} \right.$$

$$\boxed{\text{AMPLITUD MÁXIMA} = x_0 = 0.45 \text{ m}}$$

$$\boxed{\text{Período } T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi \text{ rad}}{\pi \text{ rad/s}} = 2 \text{ s} \quad \text{Frecuencia } \nu = \frac{1}{T} = 0.5 \text{ Hz}}$$

$$\boxed{\text{FASE INICIAL} = \delta = \frac{3\pi}{2} \text{ rad}}$$

P.1



a) No actúan fuerzas externas $\rightarrow \vec{P} = \text{cte}$

-2-

$$\vec{P}_{\text{ANTES}} = \vec{P}_{\text{DESPUES}}$$

$$\vec{P}_{\text{ANTES}} = \vec{P}_A + \vec{P}_B + \vec{P}_C = m_A \vec{V}_A + m_B \vec{V}_B + m_C \vec{V}_C = *$$

Se cumple $m_A = 2m_B$

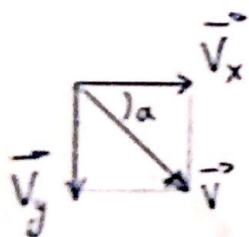
Se cumple $v_B = 2v_A$

$$\begin{aligned} * &= 2m_B \vec{V}_A + m_B \vec{V}_B = m_B (2\vec{V}_A + \vec{V}_B) = m_B (2v_A \vec{i} - v_B \vec{j}) = \\ &= m_B (2v_A \vec{i} - 2v_A \vec{j}) = 2m_B v_A (\vec{i} - \vec{j}) \end{aligned}$$

$$\vec{P}_{\text{DESPUES}} = (m_A + m_B + m_C) \vec{V} = (2m_B + m_B + 4m_B) \vec{V} = 7m_B \vec{V}$$

Iguálamos $7m_B \vec{V} = 2m_B v_A (\vec{i} - \vec{j})$

$$\vec{V} = \frac{2}{7} v_A (\vec{i} - \vec{j}) = \frac{2}{7} v_A \vec{i} - \frac{2}{7} v_A \vec{j}$$



$$\tan \alpha = \frac{v_y}{v_x} = \frac{\frac{2}{7} v_A}{\frac{2}{7} v_A} = 1 \rightarrow \boxed{\alpha = 45^\circ}$$

b) $2v_A = 494,97 \text{ m/s} \rightarrow v_A = 247,48 \text{ m/s}$

$$\vec{V} = \frac{2}{7} 247,48 (\vec{i} - \vec{j}) \text{ m/s} = 70,709 (\vec{i} - \vec{j}) \text{ m/s}$$

Módulo $|\vec{V}| = \sqrt{2 \cdot 70,709^2} \text{ m/s} = 70,709 \sqrt{2} \text{ m/s} \approx 100 \text{ m/s}$

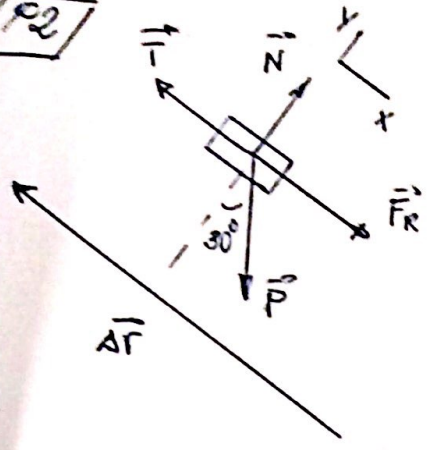
c) $m_B (2v_A \vec{i} - v_B \vec{j}) = 7m_B \vec{V}$

$$\vec{V} = \frac{1}{7} (2v_A \vec{i} - v_B \vec{j}) \quad \text{Como el ángulo debe ser } 30^\circ$$

$$\begin{aligned} \tan 30^\circ &= \frac{v_B}{2v_A} \\ \tan 30^\circ &= \frac{v_B}{2v_A} \end{aligned} \quad \left(\frac{v_B}{2v_A} = \frac{\sqrt{3}}{3} \right) \quad \boxed{v_B = \frac{2\sqrt{3}}{3} v_A}$$

P2

a)



$$\angle \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$L = \frac{h}{\sin 30} = \frac{1,25 \text{ m}}{\frac{1}{2}} = 2,50 \text{ m}$$

$$\vec{A_R} = -2,50 \vec{i} \text{ m}$$

$$\begin{aligned} \vec{F_R} &= +\mu N \vec{i} = \mu mg \cos 30^\circ \vec{i} = \\ &= 0,2 \cdot 3,5 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ N/kg} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \vec{i} = \\ &= 6,0 \vec{i} \text{ N} \end{aligned}$$

$$[W(\vec{F_R}) = \vec{F_R} \cdot \vec{A_R} = (6,0 \vec{i} \text{ N}) \cdot (-2,50 \vec{i} \text{ m}) = -15 \text{ J}]$$

b) Aplicamos la conservación de la energía entre la parte bajo del plano (punto A) y la alta (punto B)

$$E_M(A) + W_{AB}^{NC} = E_M(B) \quad (*) \quad \text{nivel de } E_p = 0 \text{ punto A}$$

$$E_M(A) = E_C(A) + E_p(A) = \frac{1}{2} m v_A^2 + m g h_A = 0$$

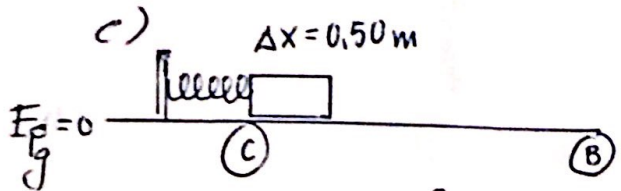
$$\begin{aligned} E_M(B) &= E_C(B) + E_p(B) = \frac{1}{2} m v_B^2 + m g h_B = m \left(\frac{v_B^2}{2} + g h_B \right) = \\ &= 3,5 \text{ kg} \left(\frac{1,25^2 \text{ m}^2/\text{s}^2}{2} + 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 1,25 \text{ m} \right) = 3,5 (0,781 + 12,3) \text{ J} = \\ &= 45,8 \text{ J} \end{aligned}$$

$$W_{AB}^{NC} = W_{AB}(\text{Motor} = \vec{T}) + W_{AB}(\vec{F_R}) = W_{AB}(\text{Motor}) - 15 \text{ J}$$

Aplicamos (*) $0 + W_{AB}(\text{Motor}) - 15 \text{ J} = 45,8 \text{ J}$

$$[W_{AB}(\text{Motor}) = (45,8 + 15) \text{ J} = 61 \text{ J}]$$

c)



Como no hay rozamiento ni ninguna otra fuerza no conservativa $E_M(B) = E_M(C)$

$$[k = \frac{1,56 \text{ m}^2/\text{s}^2 \cdot 3,5 \text{ kg}}{0,25 \text{ m}^2} = 22 \text{ N/m}]$$