

TEORIA. Conteste solo uno de los dos bloques.

Bloque A

A.1 Movimiento rectilíneo uniforme (MRU).

Ecuaciones y gráficas de la aceleración, velocidad y espacio frente al tiempo (1 punto)

A.2 Tercera ley de Newton y conservación del momento lineal. (1 punto)

Bloque B

B.1. Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA). Ecuaciones y gráficas de la aceleración, velocidad y espacio frente al tiempo. (1 punto)

B.2 Leyes de Newton. Newton's Laws (1 punto)

CUESTIONES OPTATIVAS. Conteste solo uno de los dos bloques.

Bloque C C.1 Complete la siguiente tabla. (1 punto)

	Espacio		Velocidad		Aceleración tangencial	
	Lineal	Angular	Lineal	Angular	Lineal	Angular
Símbolo	s	θ	v	ω	a_T	α
Unidad	METRO (m)	RADIAN (rad)	METRO/SEGUNDO (m/s)	RADIAN/SEGUNDO (rad/s)	METRO/SEGUNDO ² (m/s ²)	RADIAN/SEGUNDO ² (rad/s ²)
Relación entre ambas	$s = \theta \cdot R$	$\theta = \frac{s}{R}$	$v = \omega \cdot R$	$\omega = \frac{v}{R}$	$a_T = \alpha \cdot R$	$\alpha = \frac{a_T}{R}$

ONDE EN TODOS LOS CASOS R ES EL RADIO DE LA CIRCUNFERENCIA DESCRITA

C.2. Un perro avanza en línea recta a una velocidad constante de 5 m/s. En un determinado instante salta sobre un monopatín de 500g que se encuentra en reposo. Si después del salto el perro y el monopatín se mueven a 4,7 m/s, calcule la masa del perro suponiendo despreciable el rozamiento. (1 punto)

EN ESTE PROBLEMA NO ACTUAN FUERZAS EXTERNAS $\rightarrow \vec{p} = \text{cte} \rightarrow \vec{p}_{\text{ANTES}} = \vec{p}_{\text{DESPUES}}$

ANTES

$$\vec{p}_{\text{ANTES}} = \vec{p}_p + \vec{p}_m = m_p \vec{v}_p + m_m \vec{v}_m = m_p \vec{v}_p = (m_p v_p) \vec{e} = m_p 5 \vec{e} \text{ m/s}$$

$$\vec{p}_{\text{DESPUES}} = (m_p + m_m) \vec{v} = (m_p + 0,5 \text{ kg}) \vec{v} = (m_p + 0,5 \text{ kg}) 4,7 \vec{e} \text{ m/s}$$

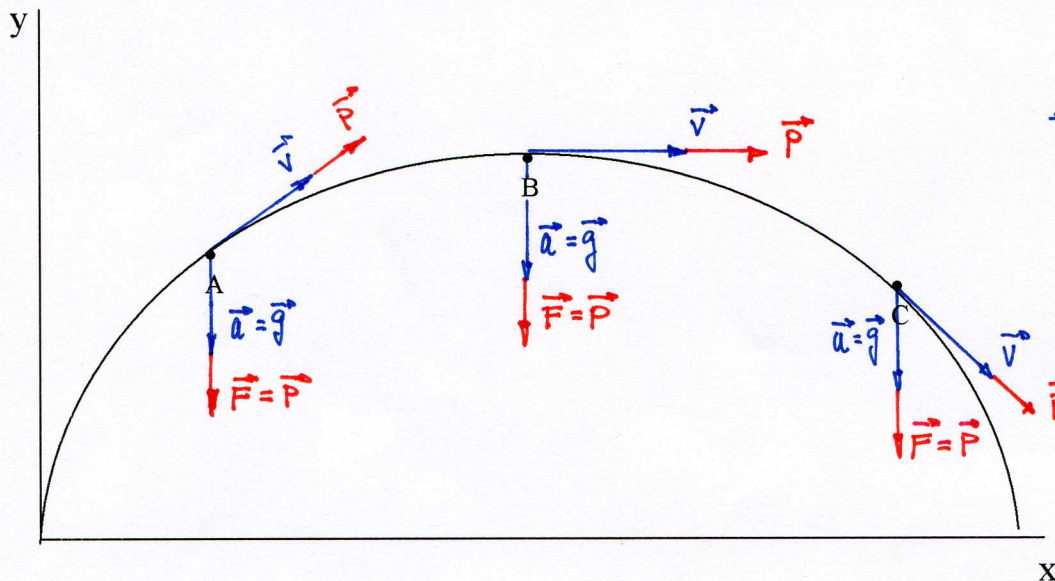
$$\text{IGUALANDO } m_p 5 \vec{e} \text{ m/s} = (m_p + 0,5 \text{ kg}) 4,7 \vec{e} \text{ m/s}$$

$$5 m_p = 4,7 m_p + 2,35 \text{ kg} \rightarrow (5 - 4,7) m_p = 2,35 \text{ kg}$$

$$m_p = \frac{2,35 \text{ kg}}{0,3} = 7,8 \text{ kg}$$

Bloque D

D.1. Dibuje, en los puntos A B y C, los vectores velocidad, aceleración, momento lineal y fuerza. (1 punto)

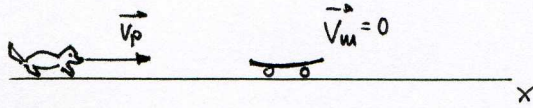


$\vec{p} = m\vec{v}$
 AMBOS $\vec{p}$ y $\vec{v}$ SON SIEMPRE TANGENTES A LA TRAYECTORIA
 $\vec{F} = m\vec{a} = m\vec{g} = \vec{p}$
 $\vec{F}$ y $\vec{a}$ LLEVAN LA MISMA DIRECCIÓN Y SENTIDO

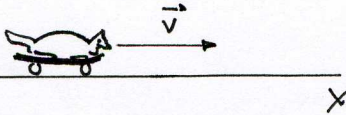
D.2. Un perro de 15 kg avanza en línea recta a una velocidad constante de 7 m/s. En un determinado instante salta sobre un monopatín de 700g que se encuentra en reposo. Calcule la velocidad del perro y el monopatín juntos después del salto suponiendo despreciable el rozamiento (1 punto)

EN ESTE PROBLEMA NO ACTÚAN FUERZAS EXTERNAS $\rightarrow \vec{P} = \text{cte} \rightarrow \vec{P}_{\text{ANTES}} = \vec{P}_{\text{DESPUES}}$

ANTES



DESPUES



$$\vec{P}_{\text{ANTES}} = m_p \vec{v}_p + m_m \vec{v}_m = m_p \vec{v}_p = (m_p v_p) \vec{e} = 15 \text{ kg} \cdot 7 \text{ m/s} \vec{e} = 105 \vec{e} \text{ kg m/s}$$

$$\vec{P}_{\text{DESPUES}} = (m_p + m_m) \vec{v} = 157 \text{ kg} \vec{v}$$

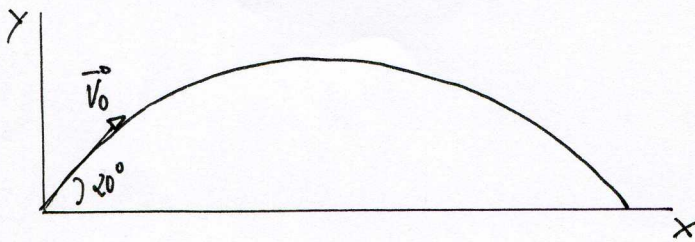
Iguando $15,7 \vec{v} = 105 \vec{e} \text{ kg m/s}$

$$\vec{v} = \frac{105 \vec{e} \text{ m/s}}{15,7} = 6,7 \vec{e} \text{ m/s}$$

PROBLEMAS. Se resolverán sólo dos problemas.

1. Un corredor de salto de longitud describe una parábola en su salto. Si su velocidad en el momento del salto es 11 m/s y el ángulo con el que salta es 20° . Despreciando el rozamiento del aire, calcule:

a) Ecuaciones paramétricas y ecuación de la trayectoria de su movimiento. (1 punto).



VELOCIDADES INICIALES

$$v_{0x} = v_0 \cos 20^\circ = 11 \text{ m/s} \cdot 0,94 = 10,34 \text{ m/s}$$

$$v_{0y} = v_0 \sin 20^\circ = 11 \text{ m/s} \cdot 0,34 = 3,76 \text{ m/s}$$

ECUACIONES DE LA VELOCIDAD

$$v_x = v_{0x} = 10,34 \text{ m/s}$$

$$v_y = v_{0y} - g t = (3,76 - 9,8 t) \text{ m/s}$$

ECUACIONES PARAMÉTRICAS

$$x = v_x t = v_{0x} t = 10,34 t \text{ m}$$

$$y = v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2 = (3,76 t - 4,9 t^2) \text{ m}$$

ECUACION TRAYECTORIA $y = f(x)$

Despejamos el tiempo en la ecuación de $x(t)$
 $t = \frac{x}{10,34} \rightarrow t^2 = \frac{x^2}{106,9}$ y sustituimos en la ecuación de y

$$y = \frac{3,76}{10,34} x - \frac{4,9}{106,9} x^2$$

$$y = 0,36 x - 0,0458 x^2$$

b) ¿Qué distancia alcanza? ¿Cuál es su altura máxima. (1 punto).

$$x_{\text{MAX}} \rightarrow y = 0 \rightarrow 0 = 3,76 t - 4,9 t^2 = t(3,76 - 4,9 t) \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \text{ (posición inicial)} \\ 3,76 - 4,9 t = 0 \end{cases}$$

De la 2ª $t = \frac{3,76}{4,9} \text{ s} = 0,77 \text{ s}$

SUSTITUYENDO EN $x(t)$

$$x_{\text{MAX}} = 10,34 \cdot 0,77 \text{ m} = 7,96 \text{ m}$$

NOTA: También se puede hacer $y = 0$ en la ecuación de la trayectoria

$$0 = x(0,36 - 0,0458 x) \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ (posición inicial)} \\ 0,36 - 0,0458 x = 0 \end{cases}$$

$$\rightarrow x = \frac{0,36}{0,0458} \text{ m} = 7,94 \text{ m}$$

$$y_{\text{MAX}} \rightarrow v_y = 0 \rightarrow 3,76 - 9,8 t = 0 \rightarrow t = \frac{3,76}{9,8} = 0,38 \text{ s}$$

Sustituyendo en $y \rightarrow y_{\text{MAX}} = (3,76 \cdot 0,38 - 4,9 \cdot 0,38^2) \text{ m}$ (se ve que es la mitad de tiempo que emplea en x_{MAX})

$$y_{\text{MAX}} = 1,43 \text{ m} - 0,71 \text{ m} = 0,72 \text{ m}$$

c) Obtenga los vectores $\vec{r}$ y $\vec{v}$ a los 0,6s (1 punto).

$$\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} \rightarrow \vec{r}(0,6) = x(0,6)\vec{i} + y(0,6)\vec{j}$$

$$x(0,6) = 10,34 \cdot 0,6 \text{ m} = 6,20 \text{ m} \quad y(0,6) = (3,76 \cdot 0,6 - 4,9 \cdot 0,6^2) \text{ m} = (2,256 - 1,764) \text{ m} = 0,492 \text{ m}$$

$$\vec{r}(0,6) = 6,20\vec{i} + 0,49\vec{j} \text{ m}$$

$$\vec{v}(t) = v_x(t)\vec{i} + v_y(t)\vec{j} \rightarrow \vec{v}(0,6) = v_x(0,6)\vec{i} + v_y(0,6)\vec{j}$$

$$v_x(0,6) = v_{0x} = 10,34 \text{ m/s} \quad v_y(0,6) = (3,76 - 9,8 \cdot 0,6) \text{ m/s} = (3,76 - 5,88) \text{ m/s} = -2,12 \text{ m/s}$$

$$\vec{v}(0,6) = 10,34\vec{i} - 2,12\vec{j} \text{ m/s}$$

2. El tambor de una máquina lavadora está girando a 500 r.p.m. Calcule:

a) Periodo y frecuencia del movimiento que realiza. Número de vueltas dadas en 20s (1 punto).

$$\omega = 500 \text{ rpm} = 500 \frac{2\pi \text{ rad}}{60 \text{ s}} = \frac{1000\pi}{60} \text{ rad/s} = \frac{50\pi}{3} \text{ rad/s}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi \text{ rad}}{\frac{50\pi}{3} \text{ rad/s}} = \frac{6}{50} \text{ s} = \frac{3}{25} \text{ s} = 0,12 \text{ s}; \quad \nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{T} = \frac{25}{3} \text{ Hz} = 8,3 \text{ Hz}$$

$$N^{\circ} \text{ VUELTAS} = \frac{\text{ÁNGULO GIRADO}}{2\pi \text{ rad}} = \frac{\theta}{2\pi \text{ rad}} = \frac{\omega \cdot t}{2\pi \text{ rad}} = \frac{\frac{50\pi}{3} \text{ rad/s} \cdot 20 \text{ s}}{2\pi \text{ rad}} = \frac{500}{3} = 166,6$$

b) En un instante determinado comienza a centrifugar pasando a 900 r.p.m en 30 s. ¿Cuál ha sido su aceleración angular suponiéndola constante? (1 punto).

$$\omega = 900 \text{ rpm} = 900 \cdot \frac{2\pi}{60} \text{ rad/s} = \frac{1800\pi}{60} \text{ rad/s} = 30\pi \text{ rad/s}$$

$$\omega = \omega_0 + \alpha t \rightarrow \alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t} = \frac{30\pi \text{ rad/s} - \frac{50\pi}{3} \text{ rad/s}}{30 \text{ s}} = \frac{90\pi - 50\pi}{90} \text{ rad/s}^2$$

$$\alpha = \frac{40\pi}{90} \text{ rad/s}^2 = \frac{4\pi}{9} \text{ rad/s}^2$$

c) Durante el tiempo de aceleración ¿Cuántas vueltas ha dado? (1 punto).

$$N^{\circ} \text{ DE VUELTAS} = \frac{\text{ÁNGULO GIRADO}}{2\pi \text{ rad}} = \frac{\theta}{2\pi \text{ rad}}$$

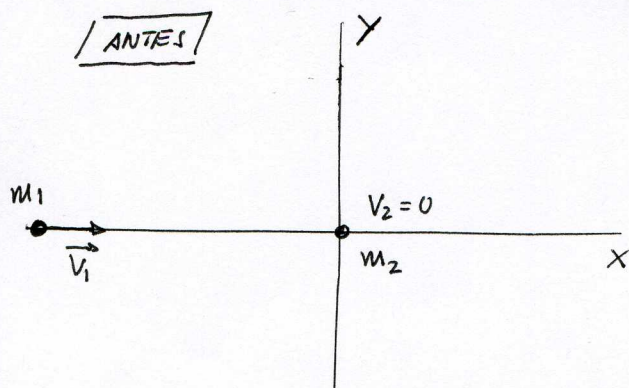
$$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2 = \frac{50\pi}{3} \text{ rad/s} \cdot 30 \text{ s} + \frac{1}{2} \frac{4\pi}{9} \text{ rad/s}^2 \cdot 900 \text{ s}^2 = (500\pi + 200\pi) \text{ rad}$$

$$\theta = 700\pi \text{ rad}$$

$$N^{\circ} \text{ DE VUELTAS} = \frac{700\pi \text{ rad}}{2\pi \text{ rad}} = 350$$

3. Una partícula de 0,5 kg avanza en línea recta con una velocidad de 10 m/s y choca con otra de 0,75 kg que se encuentra en reposo. Después del choque la bola que se movía lo hace con una velocidad de 7 m/s pero formando un ángulo de 25° con la dirección que traía antes del choque. Calcule:

a) Momento lineal del conjunto antes y después del choque. (1 punto).



ANTES DE CHOQUE $\vec{P}_{\text{ANTES}} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2$

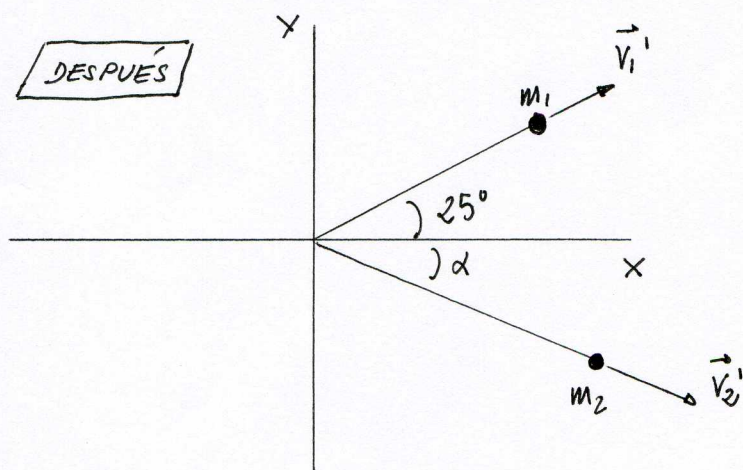
$$\vec{P}_{\text{ANTES}} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}_1$$

$$\vec{P}_{\text{ANTES}} = 0,5 \text{ kg} \cdot 10 \vec{e}_x \text{ m/s} = 5 \vec{e}_x \text{ kg m/s}$$

COMO NO ACTUAN FUERZAS EXTERNAS

$$\vec{P}_{\text{DESPUES}} = \vec{P}_{\text{ANTES}} = 5 \vec{e}_x \text{ kg m/s}$$

b) Componentes de la velocidad de la segunda partícula (la que estaba en reposo) después del choque. (1 punto).



$$\vec{P}_{\text{DESPUES}} = m_1 \vec{v}_1' + m_2 \vec{v}_2'$$

$$\vec{v}_2' = \frac{\vec{P}_{\text{DESPUES}} - m_1 \vec{v}_1'}{m_2}$$

$$\vec{v}_2' = \frac{5 \vec{e}_x \text{ kg m/s} - 0,5 \text{ kg} (7 \cos 25^\circ \vec{e}_x + 7 \sin 25^\circ \vec{e}_y) \text{ m/s}}{0,75 \text{ kg}}$$

$$\vec{v}_2' = \frac{1}{0,75} [(5 - 3,17) \vec{e}_x - (1,48) \vec{e}_y] \text{ m/s}$$

$$\vec{v}_2' = 2,44 \vec{e}_x - 1,97 \vec{e}_y \text{ m/s}$$

c) Valor del impulso mecánico que ha actuado sobre la segunda partícula. Si el choque dura una milésima de segundo qué fuerza se han ejercido las partículas (1 punto).

$$\vec{J} = \Delta \vec{P} = \vec{P}_2' - \vec{P}_2 = \vec{P}_2' = m_2 \vec{v}_2' = 0,75 \text{ kg} (2,44 \vec{e}_x - 1,97 \vec{e}_y) \text{ m/s} =$$

$$\vec{J} = 1,83 \vec{e}_x - 1,48 \vec{e}_y \text{ kg m/s} = 1,83 \vec{e}_x - 1,48 \vec{e}_y \text{ N} \cdot \text{s}$$

Como $\vec{J} = \vec{F} \cdot t \rightarrow \vec{F} = \frac{\vec{J}}{t} = \frac{1,83 \vec{e}_x - 1,48 \vec{e}_y \text{ N} \cdot \text{s}}{10^{-3} \text{ s}}$

$$\vec{F} = (1,83 \vec{e}_x - 1,48 \vec{e}_y) \cdot 10^3 \text{ N}$$