

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger **una** de las dos opciones propuestas y responder razonadamente a las cuestiones de la opción elegida.

Calificación: La valoración de cada ejercicio se especifica en el enunciado.

Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.

Tiempo: 45 minutos.

Ejercicio 1. Calificación máxima: 3.5 puntos.

Tenemos dos urnas, en la primera urna hay tres bolas rojas y siete verdes, mientras que la segunda urna contiene una bola roja y otra verde. Se saca al azar una bola de la primera urna, se introduce en la segunda urna y, a continuación, se extrae al azar una bola de la segunda urna:

- a) (1 punto) Calcule la probabilidad de que la bola extraída de la segunda urna sea verde.
- b) (1 punto) Calcule la probabilidad de que ambas bolas sean del mismo color.
- c) (1.5 puntos) Sabiendo que la bola extraída de la segunda urna ha resultado ser roja, obtenga la probabilidad que la bola extraída de la primera urna también lo haya sido.

Ejercicio 2. Calificación máxima: 3.5 puntos.

En segundo de Bachillerato de cierto instituto hay un total de 100 estudiantes, de los cuales 40 son hombres, 30 usan gafas y 15 son hombres y usan gafas. Si seleccionamos al azar un estudiante de dicho curso:

- a) (1 punto) ¿Qué probabilidad hay de que ni sea hombre ni use gafas?
- b) (1.5 puntos) Si sabemos que el estudiante seleccionado no usa gafas, ¿qué probabilidad hay de que sea hombre?
- c) (1 punto) ¿Son independientes los sucesos 'ser hombre' y 'usar gafas'? ¿E incompatibles? Razone las respuestas.

Ejercicio 3. Calificación máxima: 3 puntos.

En la Comunidad de Madrid el 92 % de los estudiantes presentados en la convocatoria de junio aprueban la selectividad. Se eligen a 7 estudiantes al azar en una convocatoria de junio:

- a) (2 puntos) Calcule la probabilidad de que al menos 6 de ellos aprueben la selectividad.
- b) (1 punto) Obtenga la probabilidad de que alguno de ellos apruebe selectividad.

Ejercicio 1. Tenemos dos urnas, en la primera urna hay tres bolas rojas y siete verdes, mientras que la segunda urna contiene una bola roja y otra verde. Se saca al azar una bola de la primera urna, se introduce en la segunda urna y, a continuación, se extrae al azar una bola de la segunda urna:

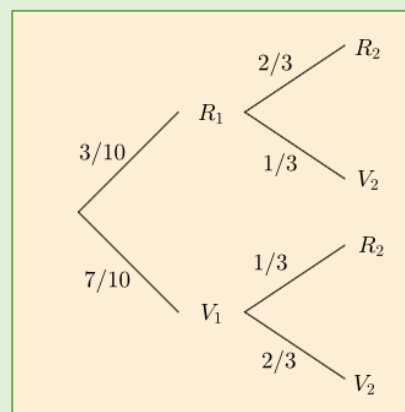
- Calcule la probabilidad de que la bola extraída de la segunda urna sea verde.
- Calcule la probabilidad de que ambas bolas sean del mismo color.
- Sabiendo que la bola extraída de la segunda urna ha resultado ser roja, obtenga la probabilidad que la bola extraída de la primera urna también lo haya sido.

$$a) \quad P(V_2) = P(R_1 \cap V_2) + P(V_1 \cap V_2) = P(R_1) \cdot P(V_2/R_1) + (V_1) \cdot P(V_2/V_1) = \frac{3}{10} \cdot \frac{1}{3} + \frac{7}{10} \cdot \frac{2}{3} = \frac{17}{30}$$

$$b) \quad P(\text{MISMO COLOR}) = P(R_1 \cap R_2) + P(V_1 \cap V_2) = P(R_1) \cdot P(R_2/R_1) + (V_1) \cdot P(V_2/V_1) = \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{3} + \frac{7}{10} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$$

- c) Aplicando el teorema de Bayes:

$$P(R_1/R_2) = \frac{P(R_2/R_1) \cdot P(R_1)}{P(R_2)} = \frac{\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{10}}{\frac{3}{10} \cdot \frac{2}{3} + \frac{7}{10} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{\frac{6}{30}}{\frac{13}{30}} = \frac{6}{13}$$



Ejercicio 2. En segundo de Bachillerato de cierto instituto hay un total de 100 estudiantes, de los cuales 40 son hombres, 30 usan gafas y 15 son hombres y usan gafas. Si seleccionamos al azar un estudiante de dicho curso:

- ¿Qué probabilidad hay de que ni sea hombre ni use gafas?
- Si sabemos que el estudiante seleccionado no usa gafas, ¿qué probabilidad hay de que sea hombre?
- ¿Son independientes los sucesos 'ser hombre' y 'usar gafas'? ¿E incompatibles? Razone las respuestas.

Se consideran los sucesos: H = "Ser hombre" G = "Usar gafas"

Se dan las probabilidades:

$$P(H) = \frac{40}{100} = 0,4 \quad ; \quad P(G) = \frac{30}{100} = 0,3 \quad ; \quad P(H \cap G) = \frac{15}{100} = 0,15$$

- a) $P(\bar{H} \cap \bar{G}) = 1 - P(H \cup G)$, donde:

$$P(H \cup G) = P(H) + P(G) - P(H \cap G) = 0,4 + 0,3 - 0,15 = 0,55$$

$$P(\bar{H} \cap \bar{G}) = 1 - 0,55 = 0,45$$

$$b) \quad P(H/\bar{G}) = \frac{P(H \cap \bar{G})}{P(\bar{G})} = \frac{P(H) - P(H \cap G)}{1 - P(G)} = \frac{0,4 - 0,15}{1 - 0,3} = \frac{0,25}{0,7} = \frac{25}{70} = \frac{5}{14}$$

- c) **No son independientes** pues $P(H \cap G) = 0,15$, distinto de $P(H) \cdot P(G) = 0,4 \cdot 0,3 = 0,12$

Como $P(H \cap G) \neq 0$ **no son incompatibles**

Ejercicio 3. En la Comunidad de Madrid el 92 % de los estudiantes presentados en la convocatoria de junio aprueban la selectividad. Se eligen a 7 estudiantes al azar en una convocatoria de junio:

- a) Calcule la probabilidad de que al menos 6 de ellos aprueben la selectividad.
- b) Obtenga la probabilidad de que alguno de ellos apruebe selectividad.

- a) Sea la distribución binomial $B(n, p) = B(7; 0.92)$, donde se considera como éxito aprobar la selectividad en junio ($p = 0.92$) y fracaso suspender la selectividad en junio ($q = 0.08$).

$$P(x \geq 6) = P(x = 6) + P(x = 7) = \binom{7}{6} 0,92^6 \cdot 0,08^1 + \binom{7}{7} 0,92^7 \cdot 0,08^0 = 0,3396 + 0,5578 =$$

0,8974

- b) $P(x > 0) = 1 - p(x = 0) = 1 - \binom{7}{0} 0,92^0 \cdot 0,08^7 = 1 - 1 \cdot 1 \cdot 0,08^7 =$ **0,999999979**