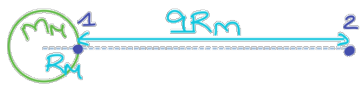
RESERVA 4
OPCIÓN A

1. **a)** Determine cuánto varía la masa, el peso y la energía potencial de un cuerpo cuando pasa de estar en la superficie marciana a elevarse sobre la superficie a una altura igual a nueve veces el radio de Marte.

a)



• La masa no varía.

Masa es una magnitud escalar propia de cada cuerpo que indica la resistencia que este ofrece a ser acelerado. Es una constante independiente del lugar en que se encuentre el cuerpo y se mide en kg en el SI.

Aprender

• $$p = m \cdot g = m \cdot G \frac{M_m}{(R_m + h)^2}$$

En la superficie: $$p_0 = G \frac{m M_m}{(R_m)^2}$$

Con $h = 9R_m$: $$p = G \frac{m \cdot M_M}{(R_m + 9R_m)^2} = G \frac{m M_M}{(10R_m)^2}$$

$$\frac{p}{p_0} = \frac{G \frac{m M_M}{(10R_m)^2}}{G \frac{m M_M}{(R_m)^2}} = \frac{1}{10^2} \Longrightarrow p = \frac{1}{100} p_0$$

A esa altura el peso será la centésima parte del peso en la superficie

• $$E_p = -G \frac{m \cdot M_M}{R_m + h}$$

En la superficie: $$E_{p_0} = -G \frac{m M_m}{R_m}$$

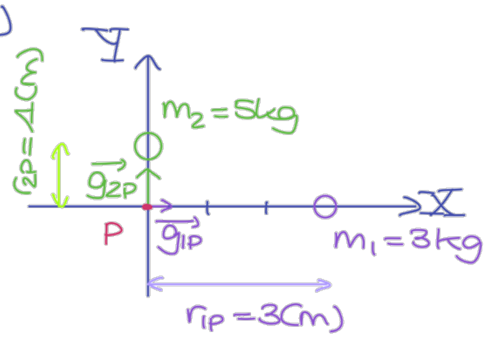
Con $h = 9R_m$: $$E_p = -G \frac{m M_M}{R_m + 9R_m} = -G \frac{m M_M}{10 R_m}$$

$$\frac{E_p}{E_{p_0}} = \frac{-G \frac{m M_M}{10R_m}}{-G \frac{m M_M}{R_m}} = \frac{1}{10} \Longrightarrow E_p = \frac{1}{10} E_{p_0}$$

La E_p es la décima parte de la E_p en la superficie

b) Se coloca una masa de 3kg en el punto (3,0) m y otra masa de 5kg en el punto (0,1) m. **i)** Calcule el campo gravitatorio en el origen de coordenadas. **ii)** Calcule el trabajo necesario para llevar la masa de 3kg desde donde se encontraba inicialmente hasta el punto (-3,0) m. $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} Nm^2kg^{-2}$

b) i)



Principio de superposición:

$\vec{g_P} = \vec{g_{1P}} + \vec{g_{2P}}$

$\vec{g_{1P}}$ Módulo:

$$g_{1P} = G\frac{m_1}{r_{1P}^2} = 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{3}{3^2} = 2'22 \cdot 10^{-11} \ (N/kg)$$

Dirección: $\vec{g_{1P}} = 2'22 \cdot 10^{-11}\,\vec{i} \ (N/kg)$

$\vec{g_{2P}}$ Módulo:

$$g_{2P} = G\frac{m_2}{r_{2P}^2} = 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5}{1^2} = 3'34 \cdot 10^{-10} \ (N/kg)$$

Dirección: $\vec{g_{2P}} = 3'34 \cdot 10^{-10}\,\vec{j} \ (N/kg)$

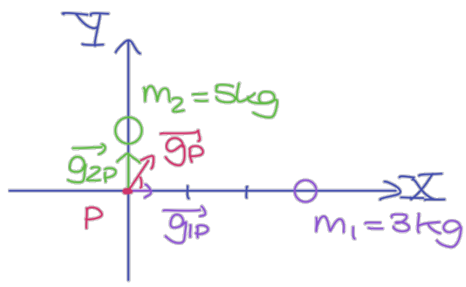
$$\Longrightarrow \vec{g_P} = \vec{g_{1P}} + \vec{g_{2P}} = 2'22 \cdot 10^{-11}\,\vec{i} + 3'34 \cdot 10^{-10}\,\vec{j} \ (N/kg)$$

↳ módulo:

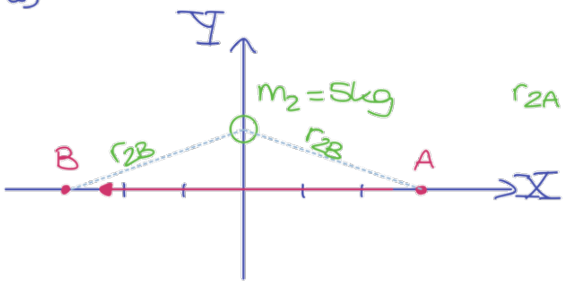
$$|\vec{g_P}| = \sqrt{(2'22 \cdot 10^{-11})^2 + (3'34 \cdot 10^{-10})^2} = 3'35 \cdot 10^{-10} \ (N/kg)$$

↳ Dirección:

$$\alpha_{gP} = \arctan\left(\frac{3'34 \cdot 10^{-10}}{2'22 \cdot 10^{-11}}\right) = 86'2^{\circ}$$



ii)



$r_{2A} = \sqrt{1^2+3^2} = \sqrt{10} = r_{2B}$

Trabajo para desplazar m_1 de A a B:

$W_{A\to B} = m_1(V_A - V_B)$ donde V_A y V_B son los potenciales en los puntos A y B creados por la otra masa m_2

$$V_A = -G\frac{m_2}{r_{2A}} = -6'67\cdot 10^{-11}\frac{5}{\sqrt{10}} = -1'05\cdot 10^{-10}\ (J/kg)$$

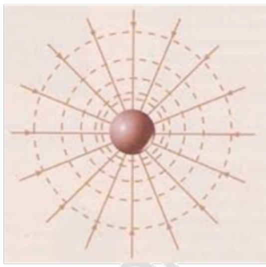
$$V_B = -G\frac{m_2}{r_{2B}} = -1'05\cdot 10^{-10}\ (J/kg)$$

$$\Longrightarrow W_{A\to B} = 3\cdot(-1'05\cdot 10^{-10} + 1'05\cdot 10^{-10}) = 0\ (J)$$

Que el trabajo sea cero se debe a que se está desplazando la masa entre dos zonas de igual potencial. En otras palabras, se mueve en una superficie equipotencial.

Para terminar este apartado, señalar que las **superficies equipotenciales** son superficies formadas por puntos de igual potencial. Como los puntos a igual distancia de la masa tienen igual potencial, las superficies equipotenciales serán esferas concéntricas y, además, perpendiculares a las **líneas de fuerza** del campo gravitatorio.

El trabajo realizado por el campo gravitatorio para trasladar una masa desde un punto a otro de la misma superficie es nulo.

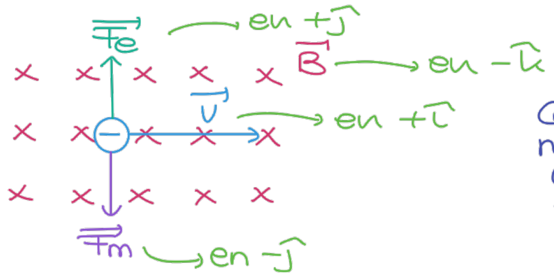


RESERVA 4
OPCIÓN A

2. **a)** Un electrón atraviesa en línea recta una región en la que coexisten un campo eléctrico y un campo magnético uniformes. Discuta la relación, ayudándose de esquemas, entre los vectores *v*, *B* y *E*, si: **i)** El electrón mantiene fija su velocidad. **ii)** El electrón sigue un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado.

a) i) Suponemos la siguiente situación, en donde obtengo $\vec{F}_m$ por la Fuerza de Lorentz:

$$\vec{F}_m = \underbrace{q_{e^-}}_{\ominus} \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$$



Como me dicen que la carga no se desvía, la $\vec{F}_e$ debe ir en la misma dirección pero sentido contrario que $\vec{F}_m$.

$$\underbrace{\vec{F}_m}_{-\vec{j}} = \underbrace{-}_{-} \underbrace{\vec{F}_e}_{\vec{j}}$$

¡muy pro

Si el e^- mantiene una velocidad constante la aceleración será nula ($\vec{a} = 0$). En tal caso, se cumple la 1ª ley de Newton o ley de la inercia y el cuerpo se mantiene en equilibrio siendo la $F_{total} = 0$.
Por ello, el e^- sigue un movimiento rectilíneo uniforme. ¡ponlo en el examen!

Además, sus módulos deben ser iguales:

$$|\vec{F}_m| = |\vec{F}_e|$$

$$\cancel{|q|} \cdot v \cdot B \cdot \underbrace{\operatorname{sen} 90^\circ}_{1} = \cancel{|q|} \cdot E \longrightarrow vB = E \longrightarrow v = \frac{E}{B}$$

Si la velocidad posee ese valor la partícula no se desvía de la trayectoria

ii) Si el e^- presenta un MRUA ahora por la 2ª ley de Newton o ley fundamental de la dinámica se cumple que $\vec{F}_{TOTAL} = m \cdot \vec{a}$
No obstante, sabemos por la Fuerza de Lorentz que F_m es perpendicular a $\vec{v}$ y $\vec{B}$ ($\vec{F}_m = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$).

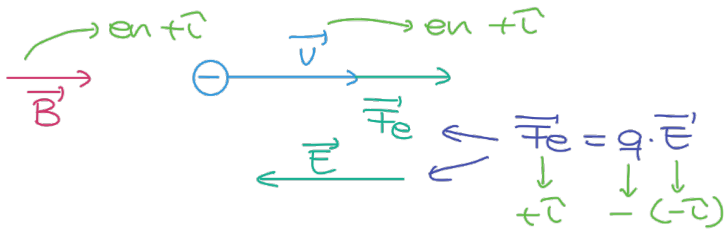
Ya que la fuerza magnética que actúa sobre la carga q es siempre perpendicular a su velocidad (o lo que es lo mismo, a su trayectoria) dicha fuerza no realizará trabajo sobre la carga.

* **REMEMBER**

$$\boxed{W = \int \vec{F_m} \cdot d\vec{r} = \vec{F_m} \cdot \Delta\vec{r} = F_m \cdot \Delta r \cdot cos(90°) = 0}$$

Consecuentemente, esta fuerza **no modificará el módulo de la velocidad** de la carga (o, en otras palabras, $a_t = 0$) aunque **sí puede variar la dirección de esta** (o, en otras palabras, $a_n \neq 0$).

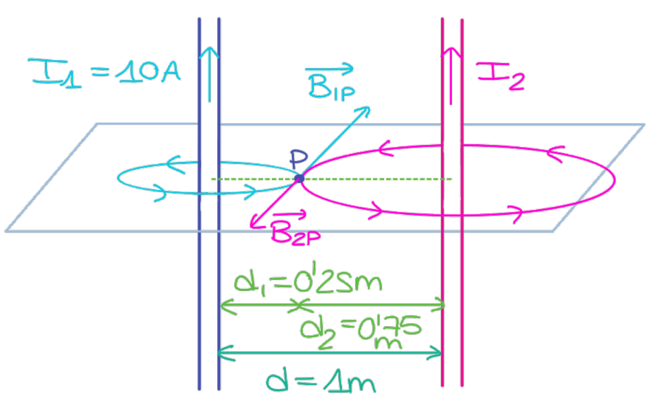
Como el enunciado nos dice que es un movimiento MRUA (rectilíneo), $\vec{F_m}$ no puede actuar sobre el e^-, pues variaría su trayectoria. Por tanto, el ángulo entre $\vec{v}$ y $\vec{B}$ debe ser 0° o 180° (han de ser paralelos).
Así, sólo actúa la $\vec{F_e}$ sobre el e^- que es la que lo acelera. Una posible situación se ilustra a continuación:



b) Por el hilo A circula la corriente $I_A = 10A$. **i)** Determine, razonadamente, el valor y sentido de la intensidad I_B, si el campo magnético total es cero en el punto P, situado a 0,25m a la derecha del hilo A. **ii)** Calcule la fuerza magnética que ejercen los dos hilos conductores sobre un electrón que se moviera en el mismo plano XY, con una velocidad de $5 \cdot 10^3\ m \cdot s^{-1}$ verticalmente hacia arriba, 0,05m a la derecha del hilo B.

b) i) Principio de superposición: $\vec{B_P} = \vec{B_{1P}} + \vec{B_{2P}}$

Para que $\vec{B_P} = 0$, $\vec{B_{1P}} = -\vec{B_{2P}}$, es decir, deben tener misma dirección pero sentidos contrarios, y sus módulos han de ser iguales, lo que consigue con corrientes de igual sentido.



MÓDULOS:

$$B_{1P} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d_1} \qquad B_{2P} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d_2}$$

Los igualo y despejo I_2: $\frac{\cancel{\mu_0} I_1}{\cancel{2\pi} d_1} = \frac{\cancel{\mu_0} I_2}{\cancel{2\pi} d_2}$

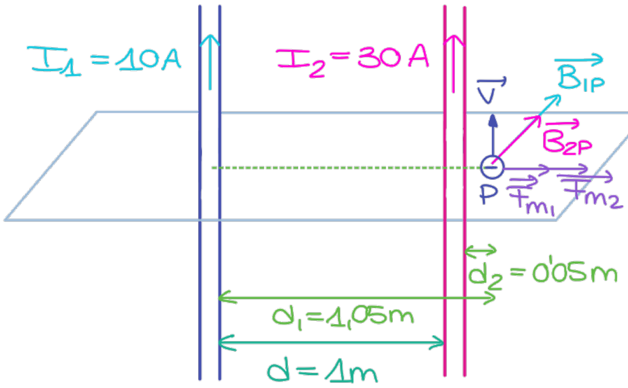
$$I_2 = \frac{d_2}{d_1} I_1 = \frac{0'75}{0'25} \cdot 10 = 30 (A)$$

ii) Principio de superposición: $\vec{F}_{mP} = \vec{F}_{m1} + \vec{F}_{m2}$

donde la F_m se calcula por la Fuerza de Lorentz:

$$\vec{F}_m = q_{e^-} \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$$

Calcularemos primero los campos magnéticos y luego $\vec{F}_m$.



MÓDULOS:

$$B_{1P} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d_1} = \frac{4\cancel{\pi} \cdot 10^{-7} \cdot 10}{2\cancel{\pi} \cdot 1{,}05} = 1'9 \cdot 10^{-6} (T)$$

$$B_{1P} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d_2} = \frac{4\cancel{\pi} \cdot 10^{-7} \cdot 30}{2\cancel{\pi} \cdot 0'05} = 1{,}2 \cdot 10^{-4} (T)$$

CARÁCTER VECTORIAL:

$$\vec{B}_{1P} = -1'9 \cdot 10^{-6}\,\hat{k} \qquad \vec{B}_{2P} = -1'2 \cdot 10^{-4}\,\hat{k}$$

FUERZAS MAGNÉTICAS

$$\vec{F}_{m1} = q_{e^-} \cdot (\vec{v} \times \vec{B}_{1P}) =$$
$$= -1'6 \cdot 10^{-19} \cdot (5 \cdot 10^3\,\hat{j} \times (-1'9 \cdot 10^{-6}\,\hat{k})) = 1'52 \cdot 10^{-21}\,\hat{i}\,(N)$$

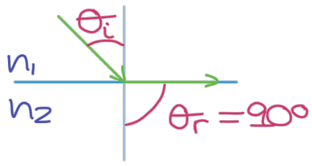
$$\vec{F}_{m2} = q_{e^-} \cdot (\vec{v} \times \vec{B}_{2P}) =$$
$$= -1'6 \cdot 10^{-19} \cdot (5 \cdot 10^3\,\hat{j} \times (-1'2 \cdot 10^{-4}\,\hat{k})) = 9'6 \cdot 10^{-20}\,\hat{i}\,(N)$$

$$\Longrightarrow \vec{F}_m = \vec{F}_{m1} + \vec{F}_{m2} = 9'752 \cdot 10^{-20}\,\hat{i}\,(N)$$

RESERVA 4
OPCIÓN A

3. **a)** Explique con la ayuda de un dibujo en qué consiste la reflexión total y las condiciones en que se produce.

a)



La reflexión total se produce cuando todo el rayo se refleja y nada se refracta.

Para que el rayo refractado se aleje de la normal hasta convertirse en 90° el rayo debe pasar de un medio más denso a otro menos denso ($n_1 > n_2$). En este caso, la vprop aumenta de un medio a otro.

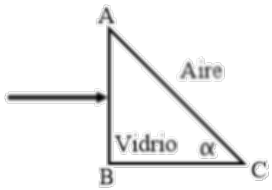
El ángulo de incidencia límite se calcula con la Ley de Snell:

$$n_1 \operatorname{sen} \theta_i = n_2 \operatorname{sen} 90^\circ$$

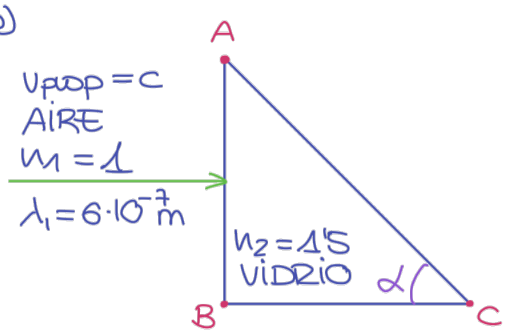
$$\theta_i = \operatorname{arc\,sen}\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

Para ángulos igual o mayores se produce reflexión total.

b) Perpendicularmente a la cara AB de un prisma de vidrio con índice de refracción 1,5 incide desde el aire un rayo de luz de longitud de onda $6 \cdot 10^{-7} m$, como se ilustra en la figura. Calcule: **i)** La longitud de onda y frecuencia del rayo dentro del prisma. **ii)** El valor más grande que puede tener el ángulo α para que no se refracte el rayo hacia fuera del prisma por la cara AC. $c = 3 \cdot 10^8\ m \cdot s^{-1}; n_{aire} = 1$.



b)



i) La frecuencia de la onda no varía al cambiar de medio porque únicamente depende de las características del foco emisor.

En el aire: $c = \lambda_1 \cdot f$

$$f = \frac{c}{\lambda_1} = \frac{3 \cdot 10^8}{6 \cdot 10^{-7}} = 5 \cdot 10^{14}\ (Hz)$$

En el vidrio:

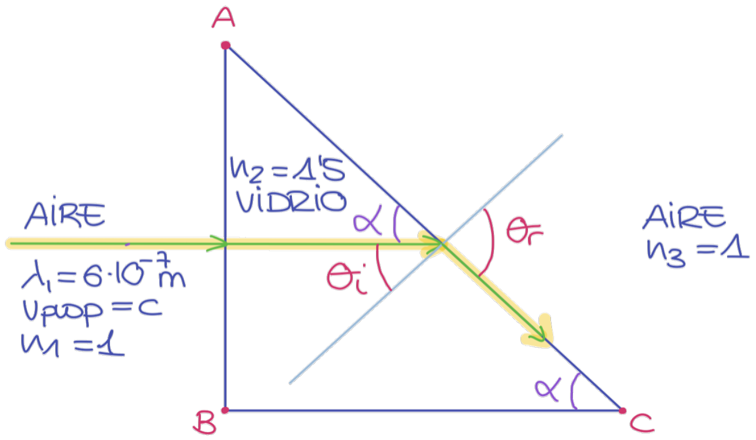
$$n_2 = \frac{c}{v_{prop}^2} \rightsquigarrow v_{prop}^2 = \frac{c}{n_2} = \frac{3\cdot 10^8}{1'5} = 2\cdot 10^8 \ (m/s)$$

$$v_{prop}^2 = \lambda_2 \cdot f \rightsquigarrow \lambda_2 = \frac{v_{prop}^2}{f} = \frac{2\cdot 10^8}{5\cdot 10^{14}} = 4\cdot 10^{-7} \ (m)$$

"Para que no se refracte" ⟷ "Para que todo el rayo se refleje" ⟷ "Reflexión total" *explicado en el apartado a)*

En nuestro caso, el rayo pasa por la primera cara sin desviarse porque llega con un ángulo de incidencia de 0°: Ley de Snell

$$\underset{\neq 0}{n_1} \operatorname{sen}\theta_i = \underset{\neq 0}{n_2} \operatorname{sen}\theta_r \implies \text{si } \theta_i = 0 \text{ también lo será } \theta_r = 0$$



El ángulo de incidencia límite se calcula con la Ley de Snell:

$$n_2 \operatorname{sen}\theta_i = n_3 \operatorname{sen} 90^\circ$$

$$\theta_i = \arcsin\left(\frac{n_3}{n_2}\right) = \arcsin\left(\frac{1}{1'5}\right) = 41'81^\circ$$

Para ángulos igual o mayores se produce reflexión total.

Nos piden α y por trigonometría: $\theta_r = \alpha + \theta_i$

$$\alpha = \theta_r - \theta_i = 90 - 41'81 = \underbrace{48'19^\circ}_{\text{máximo ángulo del prisma}}$$

RESERVA 4
OPCIÓN A

4. **a)** Explique los procesos de fisión y fusión nuclear y justifique el origen de la energía desprendida en cada uno de los casos.

a) Las **reacciones nucleares** son procesos en los que intervienen directamente los núcleos atómicos transformándose en otros distintos. En toda reacción nuclear **se cumple siempre** la **conservación de la carga** y la **conservación del número de nucleones**.

La **fisión nuclear** es una reacción nuclear en la que **un núcleo de masa elevada se divide en otros dos más ligeros al ser bombardeado con neutrones**. En el proceso se liberan más neutrones y gran cantidad de energía.

La **fusión nuclear** es una reacción nuclear en la que **dos núcleos ligeros se unen para formar otro más pesado**. La masa de los productos de la fusión es ligeramente inferior a la masa de los reactivos, lo que determina la liberación de la cantidad equivalente de energía.

b) Calcule la energía liberada en la fisión de 1kg de $^{235}_{92}U$ según la reacción siguiente: $^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{141}_{56}Ba + ^{92}_{36}Kr + 3^{1}_{0}n$
$m(^{235}_{92}U) = 235{,}043930u; m(^{141}_{56}Ba) = 140{,}914403u; m(^{92}_{36}Kr) = 1{,}008665u; 1u = 1{,}66 \cdot 10^{-27}kg; c = 3 \cdot 10^{8} m\, s^{-1}$.

b) $^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \longrightarrow ^{141}_{56}Ba + ^{92}_{36}Kr + 3^{1}_{0}n$

OJO. Antes de nada comprueba que se cumple la ley de conservación del número de nucleones y la ley de conservación de la carga eléctrica. Si no, has de ajustar la reacción.

di algo de esto

Defecto de masa: este Δm es la diferencia entre la masa total de los reactivos y la de los productos:

$$\Delta m = [m(^{235}_{92}U) + m_n] - [m(^{141}_{56}Ba) + m(^{92}_{36}Kr) + 3m_n] =$$

$$= [235'043930 + 1{,}008665] - [140{,}914403 + 91{,}926173 +$$

$$+ 3 \cdot 1{,}008665] = 0'186024u \cdot \frac{1'66 \cdot 10^{-27}}{1u} = 3'09 \cdot 10^{-28} kg$$

Ecuación de Einstein: energía liberada en $\boxed{1}$ núcleo de $^{235}_{92}U$

$$E_e = \Delta m \cdot c^2 = 3'09 \cdot 10^{-28} \cdot (3 \cdot 10^{8})^2 = 2'78 \cdot 10^{-11} \text{ (J)}$$

Nos dicen que tenemos 1kg, ¿cuántos núcleos son?

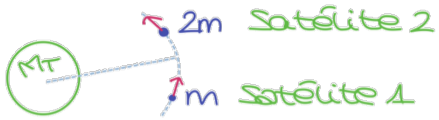
$$1kg \cdot \frac{1u}{1,66 \cdot 10^{-27} kg} \cdot \frac{1 at}{235,043930 u} = 2'56 \cdot 10^{24} \text{ át} =$$
$$= 2'56 \cdot 10^{24} \text{ núcleos}$$

$$\Longrightarrow E_{TOTAL} = 2'78 \cdot 10^{-11} \cdot 2'56 \cdot 10^{24} = 7'11 \cdot 10^{13} (J)$$

RESERVA 4
OPCIÓN B

1. **a)** Dos cuerpos de masa m y 2m se encuentran en una misma órbita circular alrededor de la Tierra. Deduzca la relación entre: **i)** las velocidades orbitales de los cuerpos. **ii)** Las energías totales en las órbitas.

a)



i) Velocidad orbital $\longrightarrow F_g = F_c = m \cdot a_n$

$$G\frac{\cancel{m}M_T}{R_0^{\cancel{2}}} = \cancel{m}\frac{V^2}{\cancel{R_0}}$$

$$V = \sqrt{G\frac{M_T}{R_0}}$$

$$\left.\begin{array}{l} V_1 = \sqrt{G\dfrac{M_T}{r}} \\ V_2 = \sqrt{G\dfrac{M_T}{r}} \end{array}\right\} \quad \frac{V_1}{V_2} = \frac{\sqrt{G\dfrac{M_T}{r}}}{\sqrt{G\dfrac{M_T}{r}}} = 1 \Longrightarrow V_1 = V_2$$

Son iguales porque no dependen de la masa del satélite

ii) Energía total = energía mecánica:

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2}mv^2 - G\frac{M_T m}{R_0} =$$

$$= \frac{1}{2}m\,G\frac{M_T}{R_0} - G\frac{mM_T}{R_0} = -\frac{1}{2}G\frac{mM_T}{R_0}$$

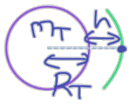
$$\left.\begin{array}{l} E_{m1} = -\dfrac{1}{2}G\dfrac{mM_T}{R_0} \\ E_{m2} = -\dfrac{1}{2}G\dfrac{2mM_T}{R_0} \end{array}\right\} \quad \frac{E_{m1}}{E_{m2}} = \frac{-\dfrac{1}{2}G\dfrac{mM_T}{R_0}}{-\dfrac{1}{2}G\dfrac{2mM_T}{R_0}} = \frac{1}{2}$$

$$E_{m1} = \frac{1}{2}E_{m2}$$

$$E_{m2} = 2E_{m1}$$

b) Una nave espacial se encuentra en una órbita circular a 2000km de altura sobre la superficie terrestre. **i)** Calcule el periodo y la velocidad de la nave. **ii)** ¿Qué energía se necesita comunicar a la nave para que pase a orbitar a 5200km de altura sobre la superficie de la Tierra si su masa es de 55000kg? $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} Nm^2kg^{-2}$

b)



$h = 2000km = 2 \cdot 10^6 m$

i) Del apartado a) sabemos que

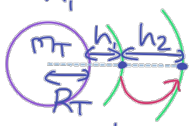
$$v = \sqrt{G\frac{M_T}{R_o}} = \sqrt{6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5'98 \cdot 10^{24}}{6370 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^6}} = 6903{,}21 \ (m/s)$$

$R_o = R_T + h$

Por otro lado: $v = \omega R_o = \frac{2\pi}{T} R_o$

$$\Longrightarrow T = \frac{2\pi R_o}{v} = \frac{2\pi(6370 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^6)}{6903{,}21} = 7618{,}23s$$

ii) $h_1 = 2000km = 2 \cdot 10^6 m$



$m = 55000kg$

$h_2 = 5200km = 5'2 \cdot 10^6 m$

Energías en h_2 y en h_1 (del apartado a)):

$$E_{m_1} = -\frac{1}{2} G \frac{m M_T}{R_{o1}} =$$

$$= -\frac{1}{2} 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{55000 \cdot 5'98 \cdot 10^{24}}{6370 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^6} = -1'31 \cdot 10^{12} (J)$$

$$E_{m_2} = -\frac{1}{2} G \frac{m M_T}{R_{o2}} =$$

$$= -\frac{1}{2} 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{55000 \cdot 5'98 \cdot 10^{24}}{6370 \cdot 10^3 + 5'2 \cdot 10^6} = -9'48 \cdot 10^{11} (J)$$

El trabajo necesario lo realiza una fuerza externa.
Por lo que usamos el Teorema de la Em:

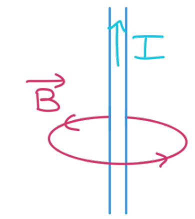
$$W_{1 \to 2} = E_{m_2} - E_{m_1} = 3'62 \cdot 10^{11} (J)$$

* (porque estamos separando dos masas) *

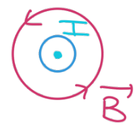
RESERVA 4
OPCIÓN B

2. **a)** Un hilo conductor rectilíneo se encuentra junto a una espira tal y como se indica en la figura. Se hace pasar una corriente continua eléctrica hacia arriba por el hilo. Justifique si se inducirá corriente en la espira en los casos siguientes: **i)** La espira se encuentra en reposo. **ii)** La espira se mueve hacia arriba paralelamente al hilo. **iii)** La espira se mueve hacia la derecha.

a)

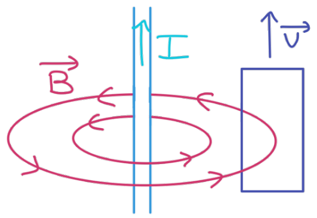


Por la regla de la mano derecha el campo magnético creado por la corriente I tendrá sentido antihorario visto desde arriba.



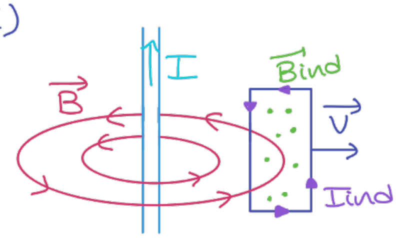
i) En reposo el nº de líneas de $\vec{B}$ que atraviesan la espira no cambia, por lo que no habrá variación de flujo magnético y no se inducirá corriente en ella.

ii)



Al moverse de esta forma, el nº de líneas de $\vec{B}$ que atraviesan la espira no cambia, por lo que no habrá variación de flujo magnético y no se inducirá corriente en ella.

iii)



Al alejarse disminuye el nº de líneas de campo magnético que atraviesan la espira

↳ el Φ_B disminuye

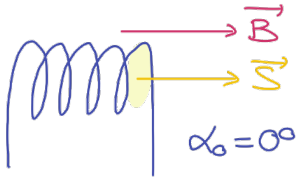
El $\vec{B}_{ind}$ asociado a la corriente inducida se opondrá a esa disminución

Aplicando la regla de la mano derecha, I_{ind} tendrá sentido antihorario.

b) Una bobina circular de 150 espiras y 0,12m de diámetro gira en el seno de un campo magnético uniforme de 0,4T inicialmente perpendicular al plano de la espira con una velocidad de $\pi\ rad \cdot s^{-1}$. **i)** Calcule el flujo magnético que atraviesa la bobina en función del tiempo. **ii)** Determine el valor máximo de la fuerza electromotriz inducida.

b) $N=150$ $D=0'12m \longrightarrow R=0'06m$
$B=0'4T$ $S=\pi R^2=\pi\cdot 0'06^2=0'011\ m^2$
$\omega=\pi\ rad/s$

Inicialmente, $\longrightarrow$
y va girando
con velocidad 'ω'



$\alpha_0=0°$

i) Como gira con MCU: $\alpha=\underbrace{\cancel{\alpha_0}}+\omega t=\omega t$

nos dice el enunciado que es inicialmente 0°
(otras veces, ni lo dice y se asume)

Flujo magnético:

$$\Phi_B=N\cdot\vec{B}\cdot\vec{S}=N\cdot B\cdot S\cdot\cos\alpha=N\cdot B\cdot S\cdot\cos(\omega t)$$

ii) f.e.m. inducida: Ley de Lenz-Faraday

$$\varepsilon=-\frac{d\Phi_B}{dt}=-\frac{d}{dt}\left[N\cdot B\cdot S\cdot\cos(\omega t)\right]=-N\cdot B\cdot S\cdot\frac{d(\cos(\omega t))}{dt}=$$

$$=+N\cdot B\cdot S\cdot\omega\cdot\text{sen}(\omega t)$$

Será máxima cuando $\text{sen}(\omega t)=+1$, resultando:

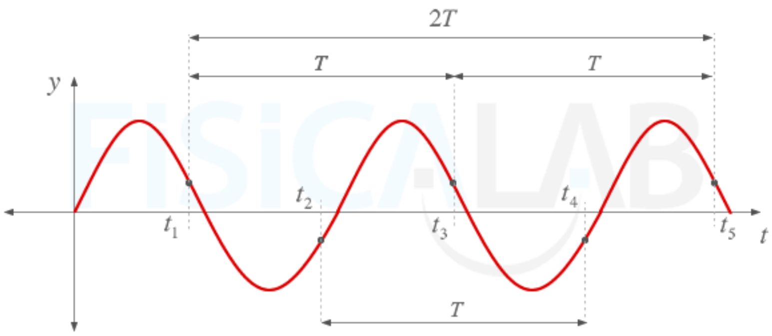
$$\varepsilon_{max}=+N\cdot B\cdot S\cdot\omega=150\cdot 0'4\cdot 0'011\cdot\pi=2'07\ (V)$$

RESERVA 4
OPCIÓN B

3. **a)** Explique la doble periodicidad de una onda. Indique las magnitudes que la describe y realice esquemas.

- **Una onda armónica es periódica en el tiempo con un periodo T**

Esto quiere decir que la elongación de una partícula determinada 'x' toma el mismo valor en los tiempos $t, t+T, t+2T$, etc.



Demo:

- Elongación de la partícula 'x' en 't':

$$y(x,t) = A \cdot sen(\omega t - kx + \phi_0) = A \cdot sen(2\pi f t - kx + \phi_0)$$

- Elongación de la misma partícula 'x' en '$t + nT$':

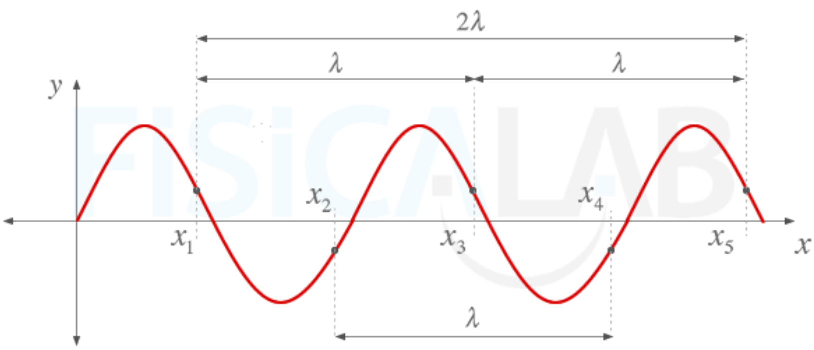
$$y(x, t+nT) = A \cdot sen(2\pi f(t+nT) - kx + \phi_0) =$$
$$= A \cdot sen\left(2\pi f t + 2\pi f n T - kx + \phi_0\right) =$$
$$= A \cdot sen\left(2\pi f t + 2\pi n - kx + \phi_0\right)$$

y como $sen(\propto) = sen(\propto + 2\pi n)$, nos queda:

$$y(x, t+nT) = A \cdot sen(2\pi f t - kx + \phi_0) = y(x,t)$$

- **Una onda armónica es periódica en el espacio con distancia λ**

Esto quiere decir que, en un instante dado, el estado de vibración de las partículas separadas $x, x+\lambda, x+2\lambda$, etc. es el mismo. Dicho de otro modo, esas partículas están en fase (mientras que si estuvieran separadas $\lambda/2$ estrían en oposición de fase como indica el dibujo).



Demo:

- Elongación de la partícula 'x' en 't':

$$y(x,t) = A \cdot sen(\omega t - kx + \phi_0) = A \cdot sen(2\pi f t - kx + \phi_0)$$

- Elongación de la partícula '$x + n\lambda$' en el mismo instante 't':

$$y(x+n\lambda, t) = A \cdot sen(2\pi f t - k(x + n\lambda) + \phi_0) =$$
$$= A \cdot sen\left(2\pi f t - kx - kn\lambda + \phi_0\right) =$$
$$= A \cdot sen\left(2\pi f t - kx - 2\pi n + \phi_0\right)$$

y como $sen(\propto) = sen(\propto + 2\pi n)$, nos queda:

$$y(x+n\lambda, t) = A \cdot sen(2\pi f t - kx + \phi_0) = y(x,t)$$

b) Una onda viene dada por la ecuación: $y(x,t) = 0{,}4 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right) \cos\,(2\pi t)$ (SI). Indique de qué tipo de onda se trata y calcule su longitud de onda, frecuencia, y la velocidad y aceleración de oscilación de un punto situado en $x = 2m$ para $t = 0{,}25s$.

b) $y(x,t) = 0'4 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right) \cdot \cos(2\pi t)$ (m)

Se trata de una onda estacionaria pues existen funciones sinuidales separadas para la posición de la partícula del medio y para el tiempo.

Una onda estacionaria (OE) se forma por interferencia de dos ondas armónicas de igual amplitud y frecuencia que se propagan en la misma dirección, pero sentido contrario.

Longitud de onda:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{2} \rightsquigarrow \lambda = \frac{2\pi}{\pi/2} = 4\,(m)$$

Frecuencia:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \rightsquigarrow f = 1\,(Hz)$$

Velocidad de vibración:

$$v(x,t) = \frac{dy(x,t)}{dt} = -0'4 \cdot 2\pi \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right) \operatorname{sen}(2\pi t)$$

$$v(2, 0'25) = -0'4 \cdot 2\pi \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot 2\right) \operatorname{sen}(2\pi \cdot 0'25) =$$

$$= \frac{4}{5}\pi = 2'51 \ (m/s)$$

La partícula se mueve hacia arriba

Aceleración de vibración:

$$a(x,t) = \frac{dv(x,t)}{dt} = -0'4 \cdot (2\pi)^2 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right) \cdot \cos(2\pi t)$$

$$a(2, 0'25) = -0'4 \cdot (2\pi)^2 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot 2\right) \cdot \cos(2\pi \cdot 0'25) =$$

$$= 0 \ (m/s^2)$$

La partícula se encuentra en el centro de oscilación

RESERVA 4
OPCIÓN B

4. **a)** Explique el significado de los términos frecuencia umbral, trabajo de extracción y la relación entre ellos. ¿Cómo cambiarían dichas magnitudes si disminuyen la longitud de onda de una radiación que al incidir sobre un metal produce emisión de electrones?

a) La frecuencia umbral es la frecuencia mínima característica de cada metal que debe ser superada para que se dé efecto fotoeléctrico en él (el haz incidente debe tener una frecuencia superior).

[redacted] el **trabajo necesario** para arrancar el electrón del metal depende de su energía de enlace con este. La energía más pequeña, correspondiente a los electrones más débilmente unidos, recibe el nombre de **función trabajo del metal** o **trabajo de extracción** y se mide en electrón-voltio ($1eV = 1{,}602 \cdot 10^{-19} J$):

Relación entre ambos: $W_{ext} = h \cdot f_u$

Como son magnitudes que dependen exclusivamente del metal con el que se trabaje, no se verán afectadas al variar la longitud de onda de la radiación incidente.

b) Una lámina de sodio metálico cuyo trabajo de extracción es de 2,3eV, es iluminada por una radiación de longitud de onda $4 \cdot 10^{-7} m$. ¿Cuál será la velocidad de los electrones emitidos? ¿Cuál sería la velocidad de los electrones si se ilumina con una radiación de longitud de onda $6 \cdot 10^{-7} m$? $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34} Js; c = 3 \cdot 10^{8} m\, s^{-1}; e = 1{,}6 \cdot 10^{-19} C, m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31} kg$.

b) $W_{ext} = 2'3 eV \cdot \frac{1'6 \cdot 10^{-19} J}{1 eV} = 3{,}68 \cdot 10^{-19} (J)$, $\lambda = 4 \cdot 10^{-7} (m)$

Ecuación fotoeléctrica de Einstein:

$E_{fotón\_incidente} = W_{extracción\_electrón} + E_{c\,electrón\_arrancado}$

$$h \cdot f = W_{ext} + \frac{1}{2} m_e \cdot v_e^2$$

$$h \cdot \frac{c}{\lambda} - W_{ext} = \frac{1}{2} m_e \cdot v_e^2$$

$$v_e = \sqrt{\frac{h \cdot \frac{c}{\lambda} - W_{ext}}{\frac{1}{2} m_e}} = \sqrt{\frac{6'63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^{8}}{4 \cdot 10^{-7}} - 3'68 \cdot 10^{-19}}{0'5 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}}} =$$

$= 532978{,}36 (m/s)$

Para $\lambda = 6\cdot 10^{-7}$ (m):

$$v_e = \sqrt{\frac{h\cdot\frac{c}{\lambda} - W_{ext}}{\frac{1}{2}m_e}} = \sqrt{\frac{6'63\cdot 10^{-34}\cdot\frac{3\cdot 10^8}{6\cdot 10^{-7}} - 3'68\cdot 10^{-19}}{0'5\cdot 9{,}1\cdot 10^{-31}}} = \nexists$$

No existe velocidad de escape. Ello es debido a que $E_{fotón} < W_{ext}$ tal y como puede comprobarse:

$$E_{fotón} = h\frac{c}{\lambda} = 6'63\cdot 10^{-34}\cdot\frac{3\cdot 10^8}{6\cdot 10^{-7}} = 3{,}32\cdot 10^{-19}\ (J) < W_{ext}$$

La energía necesaria para arrancar un electrón es mayor que la de los fotones que inciden en el metal.