TITULAR JUNIO

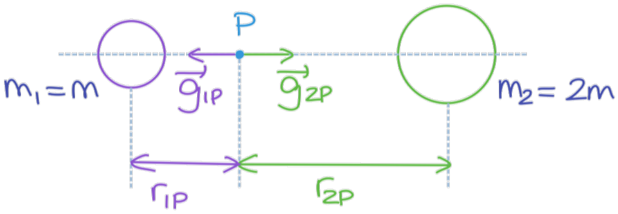
1. **a) i)** ¿Puede ser nulo el campo gravitatorio en alguna región del espacio cercano a dos partículas sabiendo que la masa de una de ellas es el doble que la otra? **ii)** ¿Y el potencial gravitatorio? Razone las respuestas apoyándose en un esquema.

a) i) Por el Principio de Superposición: $\vec{g}_P = \vec{g}_{1P} + \vec{g}_{2P} = 0$

$\vec{g}_{1P} = -\vec{g}_{2P}$

¡Esto quiere decir que $\vec{g}_{1P}$ y $\vec{g}_{2P}$ deben tener sentidos contrarios pero mismo módulo!

La primera condición se cumple ✓



$$\boxed{g_{1P} = G\frac{m_1}{r_{1P}^2} = G\frac{m}{r_{1P}^2} \qquad g_{2P} = G\frac{m_2}{r_{2P}^2} = G\frac{2m}{r_{2P}^2}}$$

$g_{1P} = g_{2P}$ Los igualo

$$\cancel{G}\frac{\cancel{m}}{r_{1P}^2} = \cancel{G}\frac{2\cancel{m}}{r_{2P}^2}$$

$$\frac{1}{r_{1P}^2} = \frac{2}{r_{2P}^2} \longrightarrow r_{2P}^2 = 2r_{1P}^2 \longrightarrow r_{2P} = +\sqrt{2}\cdot r_{1P}$$

Existe un punto del espacio en el que el campo gravitatorio provocado por ambas masas se anula, y se encuentra sobre la línea que une los centros de las masas. Al estar los campos de las masas en la misma dirección con sentido opuesto, el campo total se anulará en el punto en que sus módulos se igualen. Ello ocurre en: $r_{2P} = +\sqrt{2}\cdot r_{1P}$ (m)

ii) Por el Principio de Superposición: $V_P = V_{1P} + V_{2P} = 0$

Como los potenciales son números (no vectores) sólo ha de cumplirse que sean contrarios.

$V_{1P} = -V_{2P}$

$$-\cancel{G}\frac{\cancel{m}}{r_{1P}} = -\left(-\cancel{G}\frac{2\cancel{m}}{r_{2P}}\right)$$

$$\boxed{V_{1P} = -G\frac{m_1}{r_{1P}} = -G\frac{m}{r_{1P}} \qquad V_{2P} = -G\frac{m_2}{r_{2P}} = -G\frac{2m}{r_{2P}}}$$

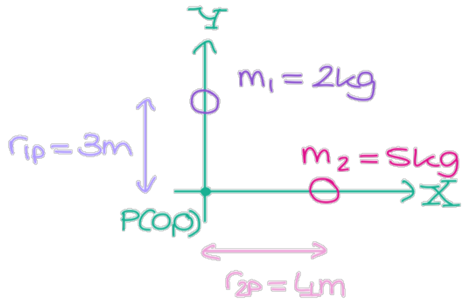
$$-\frac{1}{r_{1P}} = +\frac{2}{r_{2P}}$$

$$r_{2P} = -2r_{1P}$$

Lo cual es imposible (distancia negativa)

b) Dos masas de 2kg y 5kg se encuentran situadas en los puntos (0,3) m y (4,0)m, respectivamente. Calcule: **i)** El potencial gravitatorio en el origen de coordenadas. **ii)** El trabajo necesario para desplazar una masa de 10kg desde el origen de coordenadas al punto (4,3) m y comente el resultado obtenido. $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} Nm^2kg^{-2}$

b) i)



Principio de Superposición:

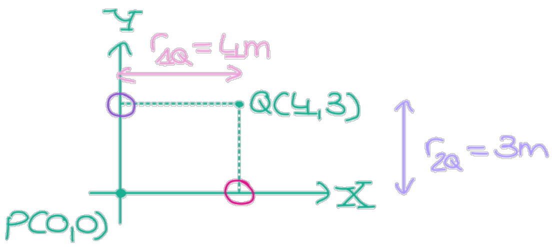
$$V_P = V_{1P} + V_{2P}$$

$$V_{1P} = -G\frac{m_1}{r_{1P}} = -6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{2}{3} = -4'45 \cdot 10^{-11} \, (J/kg)$$

$$V_{2P} = -G\frac{m_2}{r_{2P}} = -6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5}{4} = -8'34 \cdot 10^{-11} \, (J/kg)$$

$$\Longrightarrow V_P = V_{1P} + V_{2P} = -1'28 \cdot 10^{-10} \, (J/kg)$$

ii)



Principio de Superposición:

$$V_Q = V_{1Q} + V_{2Q}$$

$$V_{1Q} = -G\frac{m_1}{r_{1Q}} = -6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{2}{4} = -3'34 \cdot 10^{-11} \, (J/kg)$$

$$V_{2Q} = -G\frac{m_2}{r_{2Q}} = -6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5}{3} = -1'11 \cdot 10^{-10} \, (J/kg)$$

$$\Longrightarrow V_Q = V_{1Q} + V_{2Q} = -1'45 \cdot 10^{-10} \, (J/kg)$$

Trabajo:

$$W_{P \to Q} = m \cdot (V_P - V_Q) =$$

$$= 10 \cdot (-1'28 \cdot 10^{-10} + 1'45 \cdot 10^{-10}) =$$

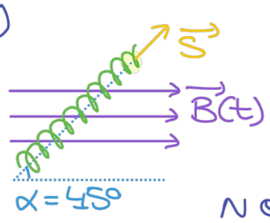
$$= 1'7 \cdot 10^{-10} \, (J)$$

$W_{A \to B} > 0 \; \rightarrow \; E_{PA} > E_{PB}$
La masa m se desplaza por acción de las fuerzas del campo gravitatorio
La masa m disminuye su energía potencial gravitatoria con la distancia
Esto ocurre cuando se acercan dos masas
Es un proceso espontáneo

TITULAR JUNIO

2. **a)** Un solenoide de N espiras se encuentra inmerso en un campo magnético variable con el tiempo. El eje del solenoide forma un ángulo de 45° con el campo. Razone, apoyándose de un esquema, qué ocurriría con la fuerza electromotriz inducida si: **i)** el número de espiras fuera el doble. **ii)** El ángulo entre el eje y el campo fuera el doble del inicial.

a)



El flujo magnético se define como:

$$\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos\alpha$$

En el caso de tratarse de un solenoide con N espiras, el flujo queda:

$$\Phi_B = N \cdot B \cdot S \cdot \cos\alpha$$

En este problema: $\Phi_B = N \cdot B(t) \cdot S \cdot \cos(45°)$

↳ varía con el tiempo → variará el Φ_B con el tiempo → aparece una I_{ind} ← que lleva asociada una fem

Ley de Lenz – Faraday:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}\left[N \cdot B(t) \cdot S \cdot \cos\alpha\right] =$$

↳ saco lo que es constante (lo que no depende de 't')

$$= -N \cdot S \cdot \cos 45° \cdot \frac{dB(t)}{dt}$$

i) Si ahora tenemos 2N en lugar de N:

$$\varepsilon = -2N \cdot S \cdot \cos\alpha \frac{dB(t)}{dt}$$

Si duplicamos el nº de espiras, duplicamos la fem inducida

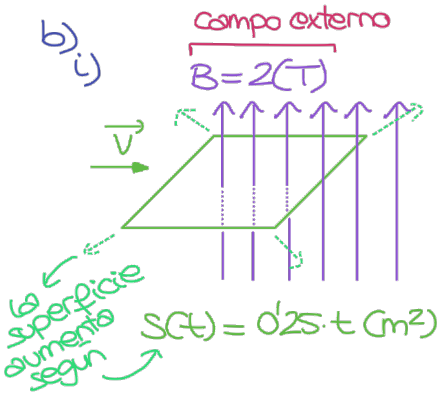
ii) Si ahora tenemos 2α en lugar de α: $2\alpha = 2 \cdot 45° = 90°$

$$\varepsilon = -N \cdot S \cdot \cos(90°) \frac{dB(t)}{dt} = 0$$

Si duplicamos el ángulo, la fem se anula ya que $\vec{B}$ y $\vec{S}$ son perpendiculares.

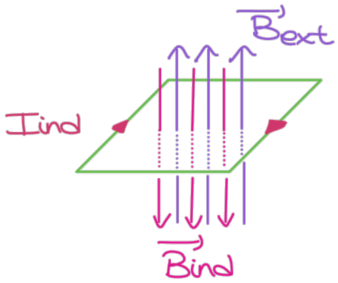
b) Una espira cuadrada penetra en un campo magnético uniforme de 2T, perpendicular al plano de la espira. Mientras entra, la superficie de la espira afectada por el campo magnético aumenta según la expresión $S(t) = 0{,}253t\ m^2$. **i)** Realice un esquema que muestre el sentido de la corriente inducida en la espira y los campos magnéticos implicados (externo e inducido). **ii)** Calcule razonadamente la fuerza electromotriz inducida en la espira.

b)
i)



$S(t) = 0'25 \cdot t\ (m^2)$

Cuando empieza a aumentar S el nº de líneas de campo $\vec{B}$ que atraviesan la espira aumenta (el Φ_B aumenta). Entonces, la corriente inducida tiene un sentido tal que el Bind se oponga a ese aumento.



Como muestra el dibujo la Iind tendrá sentido horario (visto desde arriba).
↳ regla de la mano derecha

ii) Flujo magnético: $\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos(\alpha)$

En nuestro ejercicio: $\Phi_B = B \cdot S(t) \cdot \cos\alpha$
↳ varía con el tiempo → variará el Φ_B con el tiempo → aparece una Iind ← que lleva asociada una fem

Ley de Lenz - Faraday:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}\left[B \cdot S(t) \cos\alpha\right] =$$

↳ saco lo que es constante (lo que no depende de 't')

$$= -B \cdot \cos\alpha \, \frac{dS(t)}{dt} =$$

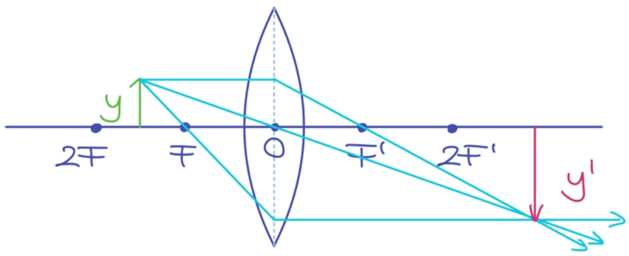
$$= -2 \cdot \cos 90^\circ \cdot \frac{d}{dt}(0'25 \cdot t) =$$

$$= -2 \cdot 1 \cdot 0'25 = -0'5\,(V)$$

TITULAR JUNIO

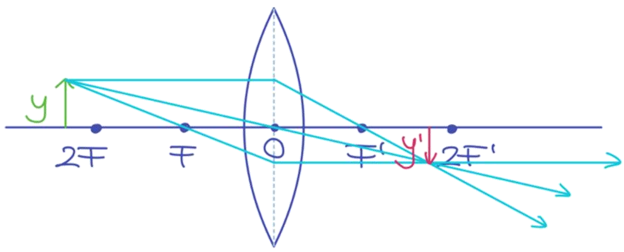
3. a) Determine, mediante trazado de rayos, la imagen que se produce en una lente convergente para un objeto situado a una distancia de la lente: **i)** Entre una y dos veces la distancia focal. **ii)** A más de dos veces la distancia focal. Indique razonadamente, la naturaleza de la imagen en ambos casos.

a) i)



- Imagen real
- Imagen invertida
- Imagen de mayor tamaño que el objeto

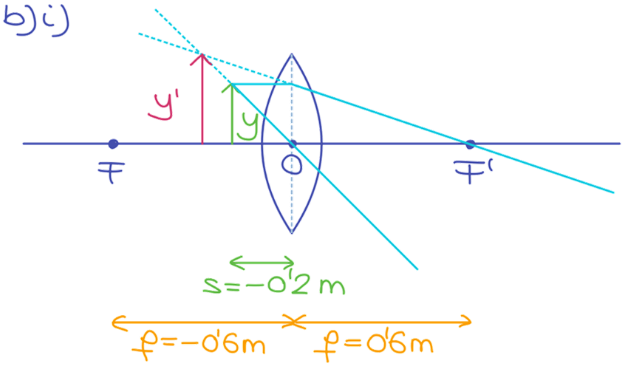
ii)



- Imagen real
- Imagen invertida
- Imagen de menor tamaño que el objeto

b) Situamos un objeto de 0,4m de altura a 0,2m de una lente convergente de 0,6m de distancia focal. **i)** Realice la construcción geométrica del trazado de rayos. **ii)** Calcule de forma razonada: la posición, el tamaño la naturaleza de la imagen formada.

b) i)



ii) Ley de Gauss para las lentes delgadas:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{-0'2} = \frac{1}{0'6}$$

$$\frac{1}{s'} + 5 = 1'67$$

$$\frac{1}{s'} = 1'67 - 5 = -3'33$$

$$s' = -0'3\,m$$

Aumento lateral:

$$m_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \; ; \; \frac{y'}{0'4} = \frac{-0'3}{-0'2} \; ;$$

$$y = 0'6\,m$$

Imagen virtual (se forma por prolongación de los rayos), derecha y de mayor tamaño.

TITULAR JUNIO

4. **a)** Dos partículas de diferente masa tienen asociada una misma longitud de onda de De Broglie. Sabiendo que la energía cinética de una de ellas es el doble que la otra, determine la relación entre sus masas.

a) El Principio de De Broglie dice: ¡ponlo, es muy corto *

Toda partícula en movimiento tiene una onda asociada cuya longitud de onda viene dada por la expresión

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v}$$

Si tenemos: PARTÍCULA 1: λ_1, Ec_1 — PARTÍCULA 2: $\lambda_2 = \lambda_1$, $Ec_2 = 2Ec_1$

Entonces: $Ec_2 = 2Ec_1$

$$\cancel{\tfrac{1}{2}} m_1 v_2^2 = 2 \cdot \cancel{\tfrac{1}{2}} m_2 v_1^2 \qquad \text{sustituyo} \qquad v = \frac{h}{m \cdot \lambda}$$

$$m_1 \cdot \left(\frac{h}{m_1 \cdot \lambda_1}\right)^2 = 2 \cdot m_2 \cdot \left(\frac{h}{m_2 \cdot \lambda_2}\right)^2$$

$$\cancel{m_1} \cdot \frac{\cancel{h^2}}{m_1^{\cancel{2}} \cancel{\lambda_1^2}} = 2 \cdot \cancel{m_2} \cdot \frac{\cancel{h^2}}{m_2^{\cancel{2}} \cancel{\lambda_2^2}}$$

$$\frac{1}{m_1} = 2 \cdot \frac{1}{m_2} \; ; \quad m_2 = 2 \cdot m_1$$

La masa de la partícula 2 es el doble de la masa de la partícula 1.

b) Se acelera un protón desde el reposo mediante una diferencia de potencial de 1000V. Determine: **i)** La velocidad que adquiere el protón. **ii)** Su longitud de onda de De Broglie. $m_p = 1{,}7 \cdot 10^{-27} kg$; $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34} J\,s$; $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19} C$.

b) i) Si dicen que se aplica una diferencia de potencial para acelerar una partícula, estamos ante una transformación de energía potencial eléctrica en energía cinética. ¡ponlo!

Teorema de Conservación de la Energía Mecánica:

$$W^{FNC} = \Delta E_m = E_{m2} - E_{m1}$$

Como solo hay fuerzas conservativas (fuerza eléctrica) entonces $W_{FNC} = 0$:

$$E_{m1} = E_{m2}$$

$$q \cdot \Delta V = \frac{1}{2} m \cdot v_2^2$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot q \cdot \Delta V}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1'6 \cdot 10^{-19} \cdot 1000}{1,7 \cdot 10^{-27}}} = 433860,92 \ (m/s)$$

ii) Relación de De Broglie:

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v} = \frac{6'63 \cdot 10^{-34}}{1,7 \cdot 10^{-27} \cdot 433860,92} = 8'99 \cdot 10^{-13} \ (m)$$

TITULAR JUNIO

5. a) ¿Se cumple siempre que el aumento de energía cinética es igual a la disminución de energía potencial? Justifique la respuesta.

Una fuerza conservativa es aquella en la que el trabajo que realiza cuando se desplaza una partícula de un punto a otro no depende del camino seguido, sino solo de los puntos final e inicial.

Toda fuerza conservativa (como la gravitatoria, elástica y eléctrica) lleva asociada una energía potencial que se relaciona con el trabajo así:

El trabajo total de todas las fuerzas conservativas que actúan sobre una partícula se invierte en variar su energía potencial:

$$W_{A\to B}^{F_c} = \int_A^B \vec{F_c}\cdot d\vec{r} = |\vec{F_c}|\cdot|\Delta\vec{r}|\cdot\cos\alpha =$$

$$= -\Delta E_p = -(E_{pB} - E_{pA}) = E_{pA} - E_{pB}$$

En cambio, en una fuerza no conservativa (como la de rozamiento), el trabajo depende del camino seguido y no se les puede asociar una energía potencial. El trabajo de estas fuerzas hace variar la energía mecánica del cuerpo según:

El trabajo total de todas las fuerzas no conservativas que actúan sobre una partícula se invierte en variar su energía mecánica:

$$W_{A\to B}^{F_{nc}} = \int_A^B \vec{F_{nc}}\cdot d\vec{r} = |\vec{F_{nc}}|\cdot|\Delta\vec{r}|\cdot\cos\alpha =$$

$$= \Delta E_M = E_{MB} - E_{MA}$$

Por último, el Teorema de la Energía Cinética o Fuerzas Vivas dice:

El trabajo total de todas las fuerzas que actúan sobre una partícula se invierte en variar su energía cinética:

$$W_{A\to B}^{F_T} = \int_A^B \vec{F_T}\cdot \vec{dr} = |\vec{F_T}|\cdot|\vec{\Delta r}|\cdot \cos\alpha =$$

$$= \Delta E_c = E_{cB} - E_{cA}$$

Juntando las expresiones anteriores nos queda:

$$W_{A\to B}^{F_T} = W_{A\to B}^{F_C} + W_{A\to B}^{F_{NC}}$$

o dicho de otro modo:

$$\Delta E_c = \Delta E_m - \Delta E_p$$

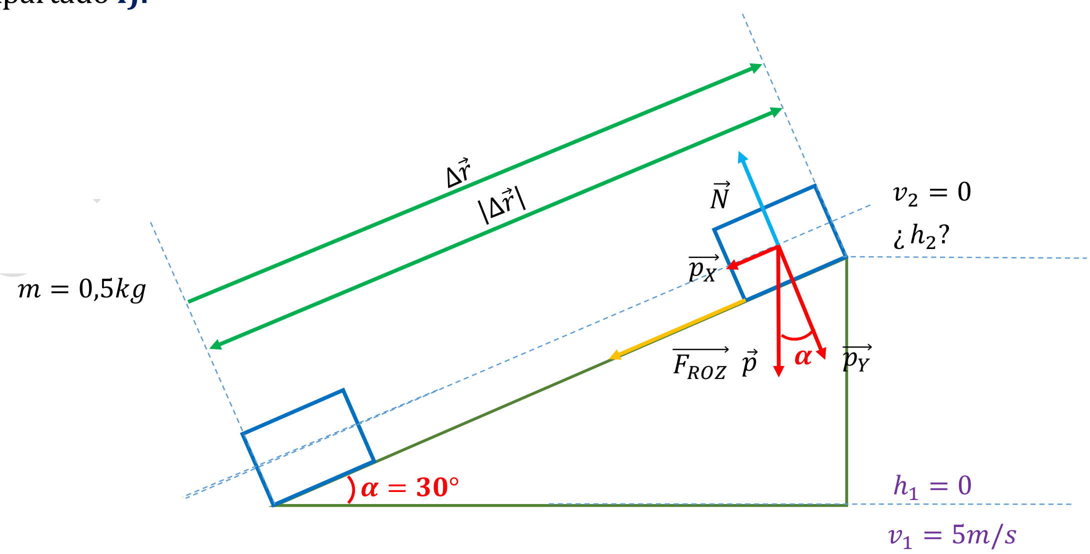
Así pues, como se observa, $\Delta E_c = -\Delta E_p$ solo se cumplirá cuando:

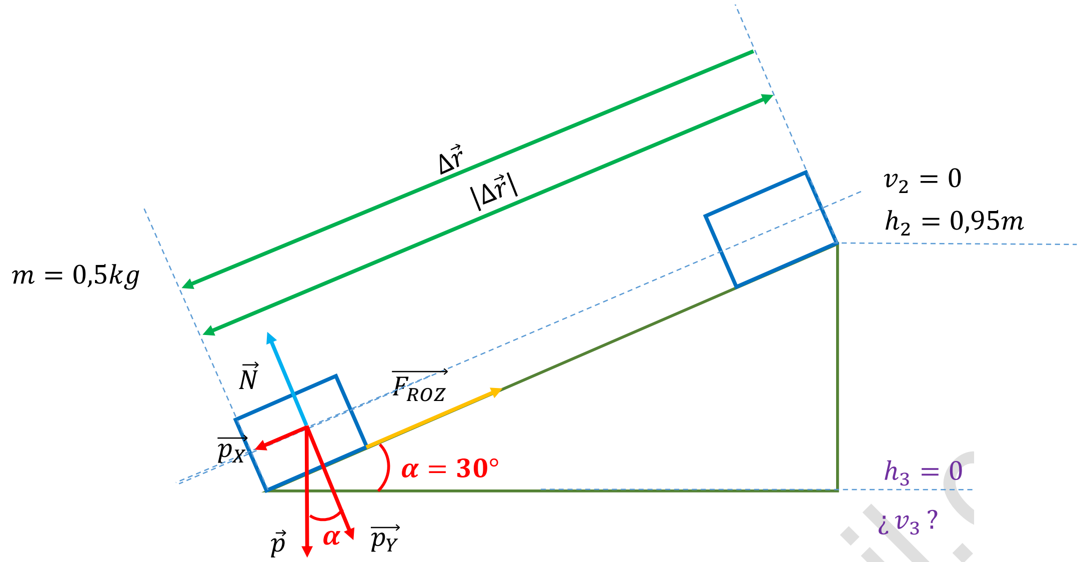
- no existan fuerzas no conservativas ($\vec{F_{NC}} = 0$)
- el trabajo de estas sea igual a cero ($W_{A\to B}^{F_{NC}} = 0$)

ya que en estos casos $\Delta E_m = 0$ (es E_m se conservará pues $E_{mA} = E_{mB}$).

b) Un cuerpo de 0,5kg se lanza hacia arriba por un plano inclinado, que forma 30° con la horizontal, con una velocidad inicial de $5ms^{-1}$. El coeficiente de rozamiento es 0,2. **i)** Dibuje en un esquema las fuerzas que actúan sobre el cuerpo, cuando sube y cuando baja por el plano. Determina, mediante consideraciones energéticas: **ii)** La altura máxima que alcanza el cuerpo. **iii)** La velocidad con la que vuelve al punto de partida.

Apartado **i):**





Apartado **ii):**

Fuerzas que actúan sobre el cuerpo:

- PESO:

$$p = m \cdot g = 0'5 \cdot 9'8 = 4'9N = |\vec{p}|$$
$$p_x = p \cdot \text{sen } 30° = 4'9 \cdot \text{sen } 30° = 2'45N$$
$$p_y = p \cdot \cos 30° = 4'9 \cdot \cos 30° = 4'24N$$

En forma vectorial: $\vec{p} = \vec{p_x} + \vec{p_y} = -2'45\hat{i} - 4'24\hat{j}\,(N)$

- NORMAL: Usando la II ley de Newton (1687, Principia) en el eje Y: $\Sigma\vec{F} = m \cdot \vec{a}$

$$N - p_y = 0 \longrightarrow N = p_y = 4'24 = |\vec{N}|$$

En forma vectorial: $\vec{N} = 4'24\hat{j}\,(N)$

- FUERZA DE ROZAMIENTO: $F_{roz} = \mu \cdot N = 0'2 \cdot 4'24 = 0'85 = |\vec{F_{roz}}|$

En forma vectorial: $\vec{F_{roz}} = -0'85\hat{i}\,(N)$

Por el Teorema de Conservación de la Energía mecánica:

$$W_{1\to2}^{F_{NC}} = \int_1^2 \vec{F_{NC}} \cdot d\vec{r} = |F_{NC}| \cdot |\Delta\vec{r}| \cdot \cos\alpha = \Delta E_m = E_{m2} - E_{m1}$$

$$|\vec{F_{roz}}| \cdot |\Delta\vec{r}| \cdot \underbrace{\cos 180°}_{-1} = (E_{c2} + E_{p2}) - (E_{c1} + E_{p1})$$

$$-|\vec{F}_{roz}|\cdot|\Delta\vec{r}| = \left(\frac{1}{2}m\cancel{v_2^2}+mgh_2\right)-\left(\frac{1}{2}mv_1^2+\cancel{mgh_1}\right)$$

$v_2=0$ $\qquad$ $h_1=0$

$$-|\vec{F}_{roz}|\cdot|\Delta\vec{r}| = mgh_2-\frac{1}{2}mv_1^2$$ Tengo dos incógnitas :(

* RELACIONAMOS LA ALTURA FINAL CON EL DESPLAZAMIENTO Y EL ÁNGULO DEL PLANO INCLINADO * :)

$$\text{sen } 30° = \frac{h_2}{|\Delta\vec{r}|} \longrightarrow |\Delta\vec{r}| = \frac{h_2}{\text{sen } 30°}$$

y sustituimos:

$$-|\vec{F}_{roz}|\cdot\frac{h_2}{\text{sen } 30°} = mgh_2-\frac{1}{2}mv_1^2$$

despejo h_2:

$$\frac{1}{2}mv_1^2-|\vec{F}_{roz}|\cdot\frac{h_2}{\text{sen } 30°} = mgh_2$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = mgh_2+|\vec{F}_{roz}|\cdot\frac{h_2}{\text{sen } 30°}$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = h_2\cdot\left(mg+\frac{|\vec{F}_{roz}|}{\text{sen } 30°}\right)$$

$$h_2 = \frac{\frac{1}{2}mv_1^2}{mg+\frac{|\vec{F}_{roz}|}{\text{sen } 30°}} = \frac{\frac{1}{2}\cdot 0'5\cdot 5^2}{0'5\cdot 9'8+\frac{0'85}{\text{sen } 30°}} = 0'95\text{ m}$$

Apartado **iii)**:

Fuerzas que actúan sobre el cuerpo:

- PESO: $\vec{P}=\vec{P}_x+\vec{P}_y=-2'45\hat{\imath}-4'24\hat{\jmath}$ (N)
- NORMAL: $\vec{N}=4'24\hat{\jmath}$ (N)
- FUERZA DE ROZAMIENTO: $\vec{F}_{roz}=-0'85\hat{\imath}$ (N)

Por el Teorema de Conservación de la Energía Mecánica:

$$W_{2\to 3}^{F_{NC}} = \int_2^3 \vec{F}_{NC}\cdot d\vec{r} = |\vec{F}_{NC}|\cdot|\Delta\vec{r}|\cdot\cos\alpha = \Delta E_m = E_{m3}-E_{m2}$$

$$|\vec{F}_{roz}|\cdot|\Delta\vec{r}|\cdot\underbrace{\cos 180°}_{-1} = (E_{c3}+E_{p3})-(E_{c2}+E_{p2})$$

$$-|\vec{F}_{roz}|\cdot|\Delta\vec{r}| = \left(\frac{1}{2}m\cdot v_3^2 + \cancel{mgh_3}\right) - \left(\frac{1}{2}\cancel{mv_2^2} + mgh_2\right)$$

$h_3 = 0$ $\quad$ $v_2 = 0$

$$-|\vec{F}_{roz}|\cdot|\Delta\vec{r}| = \frac{1}{2}mv_3^2 - mgh_2$$

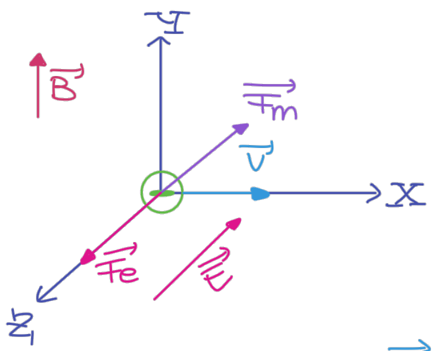
$$mgh_2 - |\vec{F}_{roz}|\cdot|\Delta\vec{r}| = \frac{1}{2}mv_3^2$$

$$v_3 = \sqrt{\frac{mgh_2 - |\vec{F}_{roz}|\cdot|\Delta\vec{r}|}{\frac{1}{2}\cdot m}} = \sqrt{\frac{0'5\cdot 9'8\cdot 0'95 - 0'85\cdot\frac{0'95}{\text{sen } 30^\circ}}{\frac{1}{2}\cdot 0'5}} = 3'49 \text{ m/s}$$

6. **a)** Un electrón se mueve por una región del espacio donde existen campos eléctrico y magnético uniformes, de forma que la fuerza neta que actúa sobre el electrón es nula. **i)** Discuta razonadamente, con la ayuda de un esquema, cómo deben ser las direcciones y sentidos de los campos. **ii)** Determine la expresión del módulo de la velocidad de la partícula para que esto ocurra.

a)

i) Suponemos la siguiente situación, en donde obtengo $\vec{F}_m$ por la Fuerza de Lorentz:



$$\underset{-\hat{k}}{\underset{\downarrow}{\vec{F}_m}} = \underset{-}{\underset{\downarrow}{q_e}} \cdot (\underset{+\hat{i}}{\underset{\downarrow}{\vec{v}}} \times \underset{+\hat{j}}{\underset{\downarrow}{\vec{B}}})$$

Como me dicen que la $\vec{F}_{neta} = 0$, la $\vec{F}_e$ debe ir en la misma dirección pero sentido contrario que $\vec{F}_m$.

$$\vec{F}_m + \vec{F}_e = 0 \longrightarrow \underset{-\hat{k}}{\underset{\downarrow}{\vec{F}_m}} = \underset{-}{\underset{\downarrow}{-}} \underset{\hat{k}}{\underset{\downarrow}{\vec{F}_e}}$$

✓ muy pro

El que la $\vec{F}_{neta}$ sea cero nos dice que el e^- se encuentra en equilibrio y su trayectoria será rectilínea con movimiento uniforme (1ª ley de Newton).

¡Ponlo en el examen!

Además, sus módulos deben ser iguales.

$$|\vec{F}_m| = |\vec{F}_e|$$

En cuanto al campo eléctrico: $\underset{\hat{k}}{\underset{\downarrow}{\vec{F}_e}} = \underset{-}{\underset{\downarrow}{q}} \cdot \underset{(-\hat{k})}{\underset{\downarrow}{\vec{E}}}$ irá en sentido negativo del eje OZ

ii) Igualando los módulos de las fuerzas:

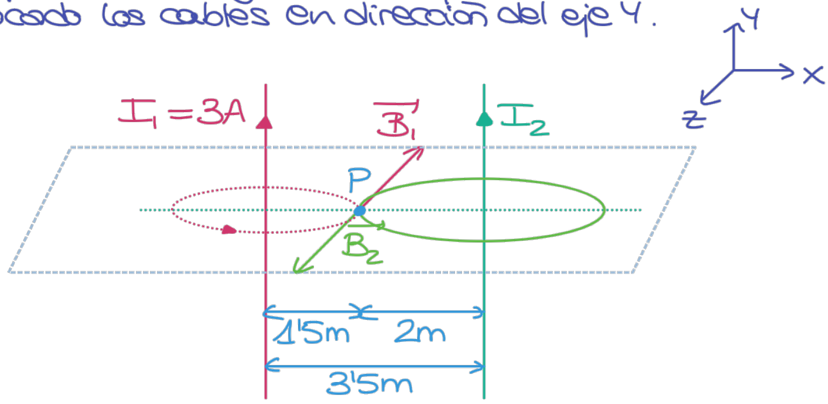
$$F_m = F_e$$

$$\cancel{|q|} \cdot v \cdot B \cdot \underbrace{\text{sen } 90^\circ}_{1} = \cancel{|q|} \cdot E \longrightarrow vB = E \longrightarrow v = \frac{E}{B}$$

b) Tenemos dos conductores rectilíneos verticales y muy largos, dispuestos paralelamente y separados 3,5m. Por el primero circula una intensidad de 3A hacia arriba. **i)** Calcule razonadamente el valor y el sentido de la corriente que debe circular por el segundo conductor para que el campo magnético en un punto situado entre los dos conductores y a 1,5m del primero sea nulo. **ii)** Realice un esquema representando las magnitudes implicadas. $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ T \cdot m \cdot A^{-1}$.

b) i) ii)

Suponemos el siguiente diagrama, en donde hemos colocado los cables en dirección del eje Y.



Por la regla de la mano derecha el campo magnético creado por $\vec{B_1}$ en el punto P tendrá sentido $-\vec{k}$.

Por el Principio de Superposición el campo total en P será:

$$\vec{B_T} = \vec{B_1} + \vec{B_2}$$

y si queremos que sea nulo: $\vec{B_1} + \vec{B_2} = 0$

$$\vec{B_1} = -\vec{B_2}$$

B_1 y B_2 deben de tener el mismo módulo pero sentido contrario

$\Longrightarrow$ $\vec{B_2}$ irá en sentido $\vec{k}$

Por la regla de la mano derecha, la corriente I_2 irá también hacia arriba y su valor es:

$B_1 = B_2$ los módulos deben ser iguales

$$\frac{\cancel{\mu_0} I_1}{\cancel{2\pi} d_1} = \frac{\cancel{\mu_0} I_2}{\cancel{2\pi} d_2}$$

$$\frac{I_1}{d_1} = \frac{I_2}{d_2}$$

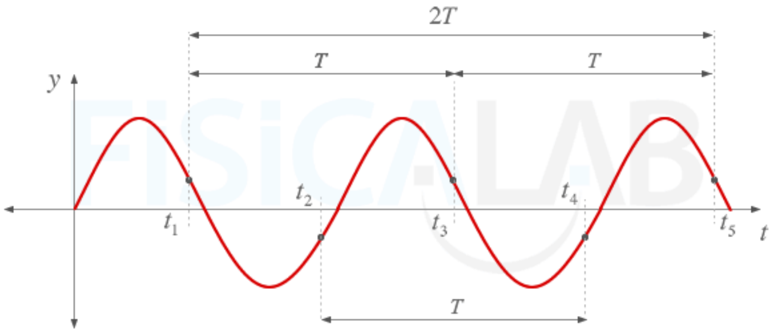
$$\Longrightarrow I_2 = I_1 \frac{d_2}{d_1} = 3 \cdot \frac{2}{1'5} = 4A$$

TITULAR JUNIO

7. **a)** ¿Qué significa que una onda armónica viajera tenga doble periodicidad? Realice las gráficas necesarias para representar ambas periodicidades.

- **Una onda armónica es periódica en el tiempo con un periodo T**

Esto quiere decir que la elongación de una partícula determinada ‘x’ toma el mismo valor en los tiempos $t, t+T, t+2T$, etc.



Demo:

- Elongación de la partícula ‘x’ en ‘t’:

$$y(x,t) = A \cdot sen(\omega t - kx + \phi_0) = A \cdot sen(2\pi f t - kx + \phi_0)$$

- Elongación de la misma partícula ‘x’ en ‘$t + nT$’:

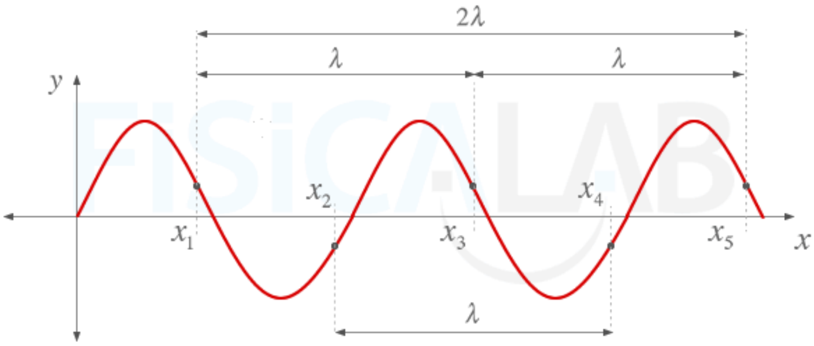
$$\begin{gathered} y(x, t+nT) = A \cdot sen(2\pi f(t+nT) - kx + \phi_0) = \\ = A \cdot sen\left(2\pi f t + 2\pi f n T - kx + \phi_0\right) = \\ = A \cdot sen\left(2\pi f t + 2\pi n - kx + \phi_0\right) \end{gathered}$$

y como $sen(\propto) = sen(\propto + 2\pi n)$, nos queda:

$$y(x, t+nT) = A \cdot sen(2\pi f t - kx + \phi_0) = y(x,t)$$

- **Una onda armónica es periódica en el espacio con distancia λ**

Esto quiere decir que, en un instante dado, el estado de vibración de las partículas separadas $x, x+\lambda, x+2\lambda$, etc. es el mismo. Dicho de otro modo, esas partículas están en fase (mientras que si estuvieran separadas $\lambda/2$ estrían en oposición de fase como indica el dibujo).



Demo:

- Elongación de la partícula 'x' en 't':

$$y(x,t) = A \cdot sen(\omega t - kx + \phi_0) = A \cdot sen(2\pi f t - kx + \phi_0)$$

- Elongación de la partícula '$x + n\lambda$' en el mismo instante 't':

$$y(x+n\lambda, t) = A \cdot sen(2\pi f t - k(x + n\lambda) + \phi_0) =$$
$$= A \cdot sen\left(2\pi f t - kx - kn\lambda + \phi_0\right) =$$
$$= A \cdot sen\left(2\pi f t - kx - 2\pi n + \phi_0\right)$$

y como $sen(\propto) = sen(\propto + 2\pi n)$, nos queda:

$$y(x+n\lambda, t) = A \cdot sen(2\pi f t - kx + \phi_0) = y(x,t)$$

b) Una onda viajera viene dada por la ecuación: $y(x,t) = 20\cos\,(10t - 50x)$ (SI). Calcule: **i)** Su velocidad de propagación. **ii)** La ecuación de la velocidad de oscilación y su valor máximo. **iii)** La ecuación de la aceleración y su valor máximo.

$y(x,t) = 20\cos(10t - 50x)$ (m)

a) $\omega = 10 = 2\pi f \longrightarrow f = \frac{10}{2\pi} = \frac{5}{\pi}$ (Hz)

$k = 50 = \frac{2\pi}{\lambda} \longrightarrow \lambda = \frac{2\pi}{50} = \frac{\pi}{25}$ (m)

$v_{prop} = \lambda \cdot f = \frac{\pi}{25} \cdot \frac{5}{\pi} = \frac{5}{25} = \frac{1}{5} = 0'2$ (m/s)

b) $v = \frac{dy(x,t)}{dt} = -20 \cdot 10 \cdot sen(10t - 50x) =$
$= -200 \cdot sen(10t - 50x)$ (m/s)

'v' es máxima cuando $sen(10t - 50x) = \pm 1$. En tal caso:
$v_{max} = \pm 200$ (m/s)

c) $a = \dfrac{dv(x,t)}{dt} = -200 \cdot 10 \cdot \cos(10t - 50x) =$

$= -2000 \cdot \cos(10t - 50x)\ (m/s^2)$

'a' es máxima cuando $\cos(10t - 50x) = \pm 1$. En tal caso:

$a_{max} = \pm 2000\ (m/s^2)$

TITULAR JUNIO

8. **a)** El $^{214}_{82}Pb$ emite una partícula alfa y se transforma en mercurio (Hg) que, a su vez, emite una partícula beta y se transforma en talio (Tl). Escriba, razonadamente, las reacciones de desintegración descritas.

a)
$$^{214}_{82}Pb \longrightarrow \underbrace{^{210}_{80}Hg}_{} + {}^{4}_{2}He$$

su número másico es 4 unidades menor y
su número atómico es 2 unidades menor

$$^{210}_{80}Hg \longrightarrow \underbrace{^{210}_{81}Tl}_{} + {}^{0}_{-1}\beta$$

su número másico no cambia y
su número atómico es 1 unidad mayor

b) Se dispone inicialmente de una muestra radiactiva que contiene $6 \cdot 10^{21}$ átomos de un isótopo de Co, cuyo periodo de semidesintegración es de 77,27días. Calcule: **i)** La constante de desintegración radiactiva del isótopo de Co. **ii)** La actividad inicial de la muestra. **iii)** El número de átomos que se han desintegrado al cabo de 180 días.

b) $N_{0\,Co} = 6 \cdot 10^{21}$ átomos

lo mismo es decir núcleos: 1 átomo tiene 1 núcleo

$$T_{1/2} = 77'27 \text{ días} \cdot \frac{24\,h}{1\,\text{día}} \cdot \frac{3600\,s}{1\,h} = 6676128\,s$$

i) Del periodo de semidesintegración:

$$T_{1/2} = \frac{\ln(2)}{\lambda} \quad ; \quad \lambda = \frac{\ln(2)}{T_{1/2}} = \frac{\ln(2)}{6676128} = 1{,}04 \cdot 10^{-7}\,s^{-1}$$

ii) $A_0 = \lambda \cdot N_0 = 1{,}04 \cdot 10^{-7} \cdot 6 \cdot 10^{21} = 6{,}24 \cdot 10^{14}$ Bq

significa $\frac{\text{desint.}}{s}$

escribe todo, no solo el resultado

iii) $t = 180 \text{ días} \cdot \frac{24\,h}{1\,\text{día}} \cdot \frac{3600\,s}{1\,h} = 15552000\,s$

Ley de desintegración radiactiva: $N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$

$$N = 6 \cdot 10^{21} \cdot e^{-1'04 \cdot 10^{-7} \cdot 15552000} = 1{,}19 \cdot 10^{21} \text{ átomos}$$

estos son los que quedan

OJO

se han desintegrado:

$$6 \cdot 10^{21} - 1{,}19 \cdot 10^{21} = 4{,}81 \cdot 10^{21} \text{ átomos}$$