

Resolver la ecuación

$$4^{2x-1} = 5^{x+2}$$

Es una ecuación exponencial porque la incógnita se encuentra en el exponente.

Tomando logaritmos en ambos términos de la ecuación:

$$4^{2x-1} = 5^{x+2}$$

$$(2x - 1)\log 4 = (x + 2)\log 5$$

$$(2x - 1)\log 2^2 = (x + 2)\log \frac{10}{2}$$

$$(2x - 1)(2\log 2) = (x + 2)[\log 10 - \log 2] = (x + 2)(1 - \log 2)$$

$$(2x - 1)(2\log 2) = (x + 2)(1 - \log 2)$$

$$(2x - 1)(2 \times 0,301030) = (x + 2)(1 - 0,301030)$$

$$(2x - 1)(0,602060) = (x + 2)(0,69897)$$

$$1,20612x - 0,602060 = 0,69897x + 1,39794$$

$$0,50715x = 2,001$$

$$x = \frac{2,001}{0,50715} = \mathbf{3,94557}$$

Resolver la ecuación

$$3^{2x} \cdot 5^{6x-7} = 9^{x-2} \cdot 7^{1-x}$$

Es una ecuación exponencial porque la incógnita se encuentra en el exponente.

$$3^{2x} \cdot 5^{6x-7} = 9^{x-2} \cdot 7^{1-x}$$

$$\log(3^{2x} \cdot 5^{6x-7}) = \log(3^{2(x-2)} \cdot 7^{1-x})$$

$$\log 3^{2x} + \log 5^{6x-7} = \log 3^{2x-4} + \log 7^{1-x}$$

$$2x \log 3 + (6x - 7) \log 5 = (2x - 4) \log 3 + (1 - x) \log 7$$

$$\cancel{2x \log 3} + 6x \log 5 - 7 \log 5 = \cancel{2x \log 3} - 4 \log 3 + \log 7 - x \log 7$$

$$6x \log 5 + x \log 7 = -4 \log 3 + \log 7 + 7 \log 5$$

Mediante el uso de la calculadora o tabla de logaritmos hallamos el valor de aquéllos

$$\begin{aligned} 2x(0,698970) + x(0,845098) \\ = -4(0,477121) + 0,845098 + 7(0,698970) \end{aligned}$$

$$5,038918x = 3,829395$$

$$x = \frac{3,829395}{5,038918} = \mathbf{0,759963}$$

Resolver:

$$2^{x+x^2} = 64$$

$$2^{x+x^2} = 64$$

Hacemos la descomposición factorial de 64

$$64 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 1 = 2^6$$

$$2^{x+x^2} = 2^6$$

$$x^2 + x - 6 = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 + 4 \times 1 \times 6}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 24}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{-1 \pm 5}{2}$$

$$x_1 = \frac{-1 + 5}{2} = \frac{4}{2} = \mathbf{2 \text{ solución válida}}$$

$$x_2 = \frac{-1 - 5}{2} = \frac{-6}{2} = \mathbf{-3 \text{ solución válida}}$$

Resolver:

$$17^{x^2 - \frac{x}{2}} = 4913$$

$$17^{x^2 - \frac{x}{2}} = 4913$$

Hacemos la descomposición factorial de 4913

$$4913 = 17 \times 17 \times 17 \times 1 = 17^3$$

$$17^{x^2 - \frac{x}{2}} = 17^3$$

$$x^2 - \frac{x}{2} = 3$$

$$2x^2 - x = 6$$

$$2x^2 - x - 6 = 0$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1^2 + 4 \times 2 \times 6}}{4} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 48}}{4} = \frac{1 \pm \sqrt{49}}{4} = \frac{1 \pm 7}{4}$$

$$x_1 = \frac{1 + 7}{4} = \frac{8}{4} = 2 \text{ solución válida}$$

$$x_2 = \frac{1 - 7}{4} = \frac{-6}{4} = -\frac{3}{2} \text{ solución no válida}$$

$$2^{x^2+5x-12} = 4096$$

Hacemos la descomposición factorial de 4096

$$2^{x^2+5x-12} = 2^{12}$$

$$x^2 + 5x - 12 = 12$$

$$x^2 + 5x - 24 = 0$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 + 4 \times 1 \times 24}}{2} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 96}}{2} = \frac{-5 \pm \sqrt{121}}{2} = \frac{-5 \pm 11}{2}$$

$$x_1 = \frac{-5 + 11}{2} = \frac{6}{2} = 3 \text{ solución válida}$$

$$x_2 = \frac{-5 - 11}{2} = \frac{-16}{2} = -8 \text{ solución válida}$$

Resolver:

$$7^{(x+7)(x+8)} = 1$$

$$7^{(x+7)(x+8)} = 1$$

Sabemos que:

$$1 = 7^0$$

Luego podemos poner:

$$7^{(x+7)(x+8)} = 7^0$$

Por tanto,

$$(x + 7)(x + 8) = 1$$

$$x^2 + 7x + 8x + 56 = 0$$

$$x^2 + 15x + 56 = 0$$

$$x = \frac{-15 \pm \sqrt{15^2 - 4 \times 1 \times 56}}{2} = \frac{-15 \pm \sqrt{225 - 224}}{2} = \frac{-15 \pm \sqrt{1}}{2} =$$
$$= \frac{-15 \pm 1}{2}$$

$$x_1 = \frac{-15 + 1}{2} = \frac{-14}{2} = -7 \text{ solución válida}$$

$$x_2 = \frac{-15 - 1}{2} = \frac{-16}{2} = -8 \text{ solución válida}$$