1. (1.50 pto) Simplifica las expresiones siguientes aplicando las propiedades de las potencias o raíces.

a) $\dfrac{\left(2^5 \cdot 3^{-4}\right)^4 \cdot \left((-3)^{-6} \cdot 2^2\right)^{-4}}{((-2^2)^{-3})^{-2} \cdot 3^7} = 3$

Desarrollo

$$= \frac{\left(2^{20} \cdot 3^{-16}\right) \cdot \left((-3)^{+24} \cdot 2^{-8}\right)}{(-2)^{+12} \cdot 3^7} = \frac{2^{20} \cdot 3^{-16} \cdot 3^{24} \cdot 2^{-8}}{2^{12} \cdot 3^7} =$$

$$= \frac{\cancel{2^{12}} \cdot 3^8}{\cancel{2^{12}} \cdot 3^{\cancel{7}}} = 3$$

b) $\dfrac{25^{\frac{2}{3}}}{\sqrt[5]{625^3}} = \dfrac{1}{5}\sqrt[15]{\dfrac{1}{5}} = \sqrt[15]{5^{-16}} = \sqrt[15]{\dfrac{1}{5^{16}}}$

Desarrollo

$$= \frac{\sqrt[3]{25^2}}{\sqrt[5]{5^{12}}} = \frac{\sqrt[3]{5^4}}{\sqrt[5]{5^{12}}} = \sqrt[15]{\frac{5^{20}}{5^{36}}} = \sqrt[15]{\frac{1}{5^{16}}} = \frac{1}{5}\sqrt[15]{\frac{1}{5}}$$

c) $\dfrac{\sqrt{10} \cdot \sqrt[4]{27}}{\sqrt[3]{300}} = \sqrt[12]{\dfrac{3^5}{2^2 \cdot 5^2}} = \sqrt[12]{3^5 \cdot 2^{-2} \cdot 5^{-2}} = \dfrac{\sqrt[12]{3^5}}{\sqrt[6]{10}}$

Desarrollo

$$= \frac{\sqrt{5 \cdot 2} \cdot \sqrt[4]{3^3}}{\sqrt[3]{2^2 \cdot 3 \cdot 5^2}} = \sqrt[12]{\frac{5^{\cancel{6}} \cdot 2^{\cancel{6}} \cdot 3^{\cancel{9}}}{2^{\cancel{8}} \cdot 3^{\cancel{4}} \cdot 5^{\cancel{8}}}} = \sqrt[12]{\frac{3^5}{2^2 \cdot 5^2}}$$

2. (1.50 pto) Indica si estas sucesiones son progresiones. En las que lo sean, indica de qué tipo, y halla el término general de cada una de ellas.

a) $\{-4, -1, 2, 5, 8, \ldots\}$

Desarrollo

Comprobar si es P.A

$a_2 = a_1 + d$; $-1 = -4 + d$; $d = 3$

$a_3 = a_2 + d$; $2 = -1 + d$; $2 = -1 + 3$; $2 = 2$

Es P.A cuya diferencia es 3

Demostración: $a_2 = a_1 + d;\ -1 = -4 + d;\ d = 3$

Se trata de una progresión aritmética, cuya diferencia es 3

Término general

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d;\quad a_n = -4 + (n-1) \cdot 3 = -4 + 3n - 3;\quad a_n = -7 + 3n$$

b) $\{2, 5, 10, 17, 26, \ldots\}$

Comprobar qué es. ? Si fuera PA, $5 = 2 + d \rightarrow d = 3$

$10 = 5 + 3 = 8$

No se cumple. Luego NO es P.A

Si fuera P.G.

$a_2 = a_1 \cdot r^{n-1} = a_1 \cdot r^{2-1} = a_1 \cdot r$

$5 = 2 \cdot r$, $r_1 = \frac{5}{2} = 2'5$

$10 = 5 \cdot r^2$ $r_2 = \sqrt{2}$, $r_1 \neq r_2$

No es P G

No es una progresión

3. (1.50 pto) Dada la sucesión $a_n = 3n + 5$, contesta a las siguientes cuestiones:

a) Calcula los 4 primeros términos

$a_1 = 3 \cdot 1 + 5 = 8$; $a_3 = 3 \cdot 3 + 5 = 14$

$a_2 = 3 \cdot 2 + 5 = 11$; $a_4 = 3 \cdot 4 + 5 = 17$

$\{8, 11, 14, 17 \ldots\}$

b) Indica si se trata de una progresión aritmética o geométrica, y por qué

$\{8, 11, 14, 17 \ldots\}$ $a_2 = a_1 + d$; $11 = 8 + d$; $d = 3$

$a_3 = a_2 + d$; $14 = 11 + d$; $d = 3$

se trata de una progresión aritmética

c) Calcula la diferencia o la razón, en caso de que sea una progresión aritmética o geométrica

d=3 (han de demostrarlo)

d) Calcula el término general, si fuera una progresión

$$a_n = 8 + (n-1) \cdot 3 = 8 + 3n - 3 = 3n + 5$$

4. (1.00 pto) Dados los polinomios $A(x) = x^2 - 4$ y $B(x) = 5x^2 - 3x + 2$, calcula:

a) A(x) · [-2·B(x)]= $-10x^4 + 6x^3 + 36x^2 - 24x + 16$

$(x^2 - 4) \cdot [-2(5x^2 - 3x + 2)] = (x^2 - 4) \cdot (-10x^2 + 6x - 4) =$

$= -10x^4 + 6x^3 - 4x^2 + 40x^2 - 24x + 16 =$

$= -10x^4 + 6x^3 + 36x^2 - 24x + 16$

5. (1.50 pto) Factoriza e indica las raíces del siguiente polinomio:

a) $R(x) = 10x^5 + 57x^4 + 96x^3 + 47x^2 + 6x \quad = \quad x(x+2)(x+3)(5x+1)(2x+1) = 10x(x+2)(x+3)(x+\frac{1}{5})(x+\frac{1}{2})$

FACTORIZAR NO ES SÓLO SACAR FACTOR COMÚN,
ES EXPRESAR R(x) como producto de FACTORES
Para ello como es de Grado 5, aplicamos
Ruffini, pero hay que tener término independiente

$$R(x) = x(\underbrace{10x^4 + 57x^3 + 96x^2 + 47x + 6}_{\downarrow \text{ Ruffini}})$$

	10	57	96	47	6
a=-3		-30	-81	-45	-6
	10	27	15	2	0
a=-2		-20	-14	-2	
	10	7	1	0	

$\underbrace{10 \quad 7 \quad 1}$ Ya no se puede más por Ruffini (Raíces Enteras)

$$R(x) = x(x+3)(x+2)(\underbrace{10x^2 + 7x + 1}_{\text{ec 2º grado}})$$

No olvidar multiplicar

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{49-40}}{20} = \frac{-7 \pm 3}{20} = \begin{cases} \frac{-10}{20} = -\frac{1}{2} \\ \frac{-4}{20} = -\frac{1}{5} \end{cases}$$

Raíces Polinomio $x = -1/2$

$x = -1/5$

$$R(x) = x \cdot (x+3)(x+2) \cdot \left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{1}{5}\right) \cdot 10 \quad //$$

$$= x(x+3)(x+2)\left(\frac{2x+1}{2}\right)\left(\frac{5x+1}{5}\right) \cdot 10 =$$

$$= x(x+3)(x+2)\left(\frac{(2x+1)(5x+1)}{\cancel{10}}\right) \cdot \cancel{10} =$$

$$= x(x+3)(x+2)(2x+1)(5x+1) \quad //$$

Raíces: $x = 0$; $x = -3$; $x = -2$; $x = -\frac{1}{2}$; $x = -\frac{1}{5}$

6. (1.50 pto) Simplifica la siguiente fracción algebraica: $\frac{3x^3-3x^2-6x}{x^3-2x^2-x+2} = \frac{3x}{x-1}$

Ruffini

Ruffini

$\rightarrow 3x^3-3x^2-6x = 3x(x^2-\cancel{x}-2) =$

↳ Ec. 2º grado / Ruffini

$= 3x(x-2)(x+1)$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2} = \frac{1 \pm 3}{2} = \begin{cases} 2 \\ -1 \end{cases}$$

$\rightarrow x^3-2x^2-x+2 =$

$= (x-1)\cdot(x+1)(x-2)$

	1	-2	-1	2
1		1	-1	-2
	1	-1	-2	$\boxed{0}$
-1		-1	2	
	1	-2	$\boxed{0}$	
2		2		
	1	$\boxed{0}$		

$$= \frac{3x\,\cancel{(x-2)}\,\cancel{(x+1)}}{(x-1)\cancel{(x+1)}\,\cancel{(x-2)}} = \frac{3x}{x-1}$$ //

7. (1.50 pto) Realiza las operaciones y simplifica el resultado: $\frac{1}{x+2}+\frac{x+1}{x^2-x-6}\cdot\frac{2x^2-2x-12}{x^2-4}=\frac{3x}{x^2-4}$

$$\frac{1}{x+2}+\frac{x+1}{\cancel{x^2-x-6}}\cdot\frac{2(\cancel{x^2-x-6})}{x^2-4}=\frac{1}{x+2}+\frac{(x+1)\cdot 2}{x^2-4}=$$

$$=\frac{(x-2)\quad+\quad 2(x+1)}{(x-1)(x+1)}=\frac{x-2+2x+2}{x^2-4}=$$

$$=\frac{3x}{x^2-4}\;//$$