

EJERCICIOS DE NÚMEROS COMPLEJOS

1) Resuelve las siguientes multiplicaciones:

a) $-3i * 7i =$

b) $12i * 5i =$

c) $4i^{20} * 8i^{37} =$

d) $-i^{131} * 6i^{52} =$

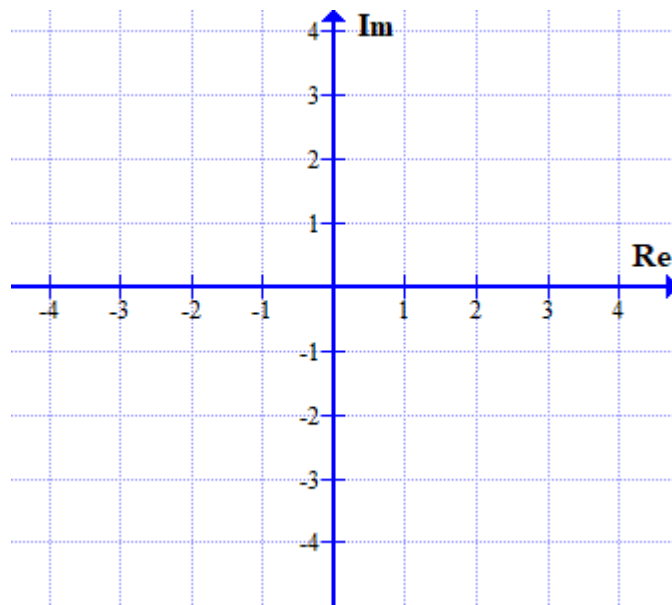
e) $37(-i)^{20} * (2i)^4 =$

2) Escribe una ecuación de segundo grado que tenga por soluciones $1 + 2i$ y $1 - 2i$.

3) Justifica por qué el procedimiento realizado a continuación es erróneo:

$$-1 = i^2 = \sqrt{-1}\sqrt{-1} = \sqrt{-1 * -1} = \sqrt{1} = 1$$

4) Grafica en el plano complejo los vectores asociados a las potencias de i : i^0, i^1, i^2, i^3, i^4 .



¿Qué movimiento en el plano se relaciona con las potencias graficadas?

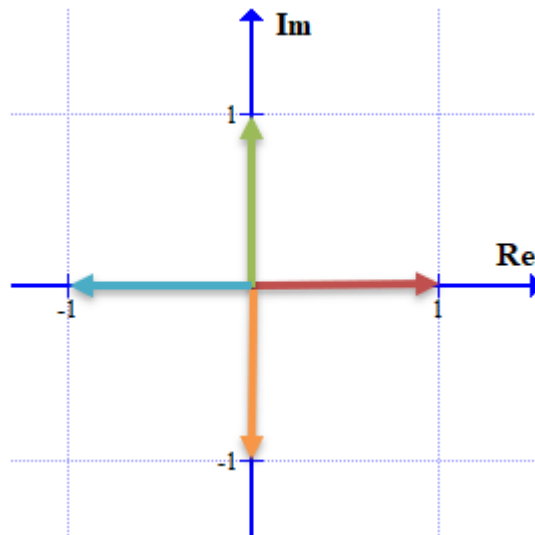
Soluciones:

1) a) 21 b) -60 c) 592 d) 6i e) 592

2) $x^2 - 2x + 5 = 0$

3) En el paso donde se juntan las raíces de -1 en una sola raíz: $\sqrt{-1}\sqrt{-1} = \sqrt{-1 * -1}$, esta propiedad es válida solo si el valor que está dentro de la raíz cuadrada es positivo, por lo tanto, este paso es falso, por lo que la igualdad final también será falsa.

4) En el gráfico se muestran las potencias pedidas:



El vector de color rojo es i^0 y también i^4 , el de color verde es i^1 , el de color celeste es i^2 , el de color naranja es i^3 .

Cada potencia es un movimiento de rotación en 90° respecto del (0,0)

EJERCICIOS DE IDENTIFICAR PARTE REAL E IMAGINARIA DE UN NÚMERO COMPLEJO, MÓDULO Y ARGUMENTO

1) Dados los siguientes números complejos con $a \in \mathbb{R}^+$ y $b \in \mathbb{R}^-$:
 $(a, b), (-a, -b), (a, -b)$ y $(-a, b)$

- a) ¿En qué cuadrante del plano complejo se encuentran cada uno de ellos?
- b) ¿Entre que valores está el argumento de cada uno de ellos?
- c) ¿Cuál es la expresión algebraica para el módulo de cada uno de ellos?

2) Pinta en el plano complejo la zona que cumple con las condiciones dadas para cada caso:

- a) $Im(z) = -2$
- b) $Re(z) = Im(z)$
- c) $|z| = 3$
- d) $|z| < 5$
- e) $-1 < Re(z) \leq 3$
- f) $-1 \leq |z| < 3$
- g) $Arg(z) = 30^\circ$

3) Razona y Justifica:

¿Es posible determinar el valor de un número complejo si se sabe el valor de

- a) Su coordenada real y su módulo?
- b) Su coordenada imaginaria y su argumento?
- c) El módulo y el argumento?

4) Encuentra dos números complejos cuya parte real sea igual, el módulo tenga el mismo valor, pero la parte imaginaria sea distinta.

Soluciones:

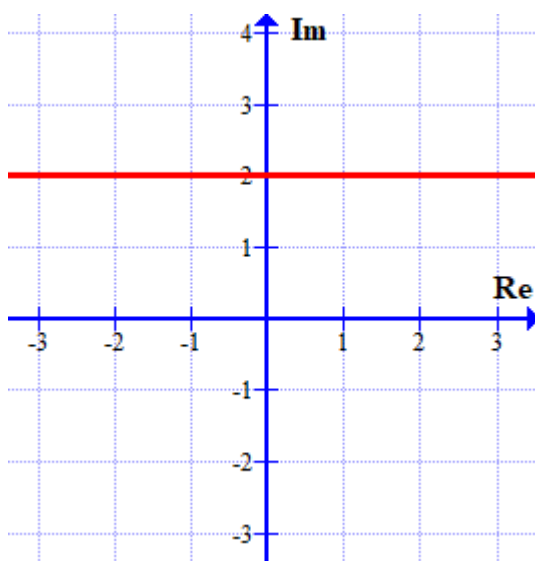
1) Se acuerdo a la tabla se indica cada una de las respuestas:

Número complejo	Cuadrante	Argumento	Módulo
(a, b)	IV	$270^\circ < \alpha < 360^\circ$	$\sqrt{a^2 + b^2}$
$(-a, -b)$	II	$90^\circ < \alpha < 180^\circ$	
$(a, -b)$	I	$0^\circ < \alpha < 90^\circ$	
$(-a, b)$	III	$180^\circ < \alpha < 270^\circ$	

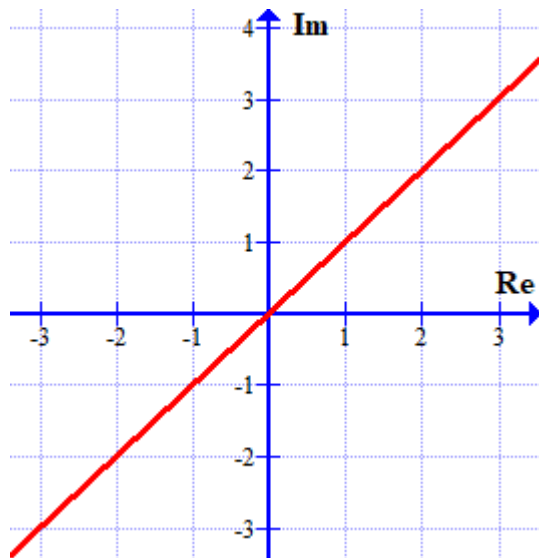
El módulo es igual para todos ya que representa una distancia por lo tanto el signo de los valores no influirá en nada, ya que al elevar al cuadrado se obtendrá un valor positivo.

2) Se representa con rojo la zona que cumple las condiciones dadas en cada caso:

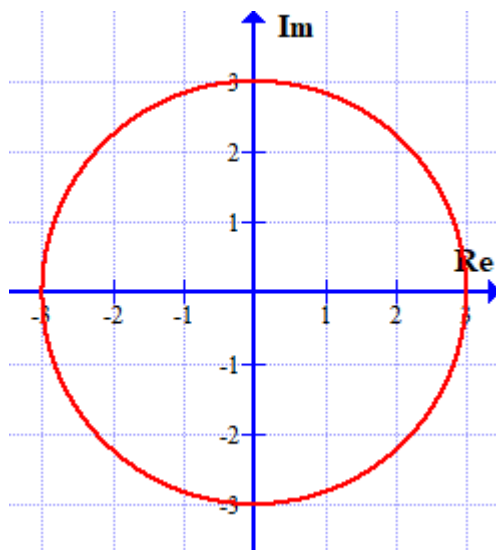
a) $Im(z) = -2$



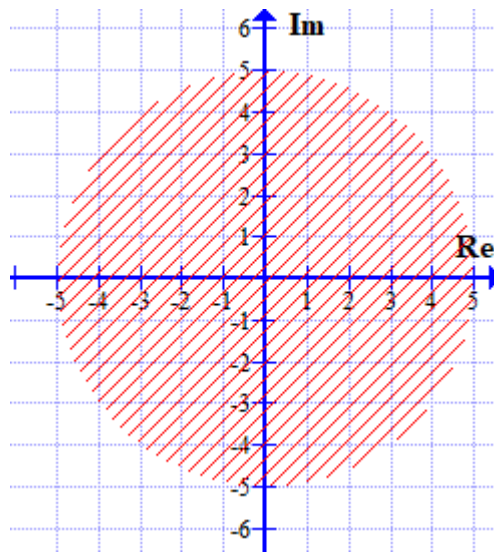
b) $\operatorname{Re}(z) = \operatorname{Im}(z)$



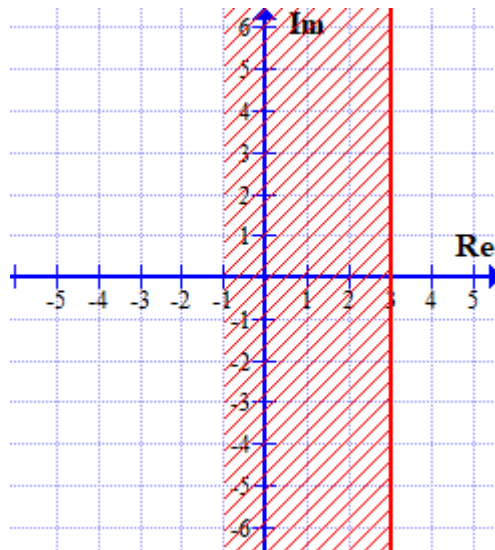
c) $|z| = 3$



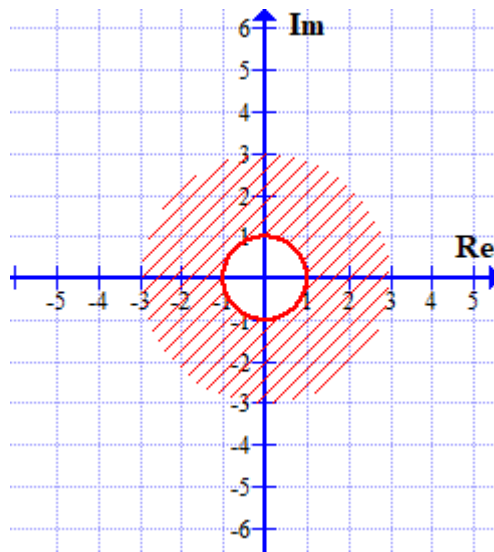
d) $|z| < 5$



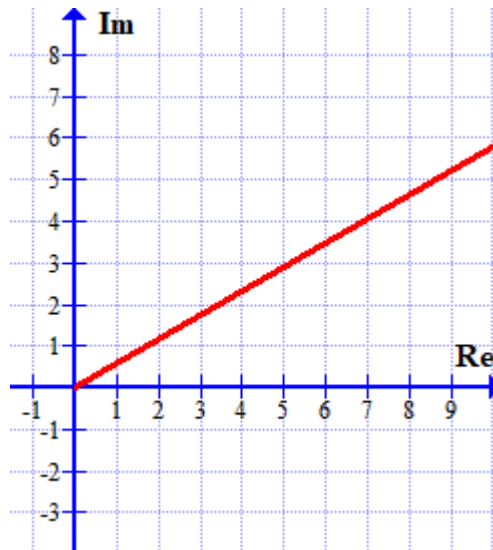
e) $-1 < \operatorname{Re}(z) \leq 3$



f) $1 \leq |z| < 3$



g) $\text{Arg}(z) = 30^\circ$



5) Razona y Justifica:

- a) Si tenemos su coordenada real y su módulo, podemos calcular la otra coordenada, basta con aplicar Pitágoras para obtener el valor de la coordenada b.
 - b) Si tenemos su coordenada imaginaria y su argumento aplicamos la razón trigonométrica de la tangente y podremos hallar el valor que falta.
 - c) Si tenemos el módulo y el argumento, utilizamos esos datos para hallar uno de los valores de las coordenadas del complejo aplicando sen o cos y luego de la misma forma hallamos el otro valor que falta o incluso aplicando Pitágoras para este último valor.
- 6)** Para que esto ocurra un número complejo debe ser el conjugado del otro, por ejemplo: $(2,1)$ y $(2,-1)$, su parte real es igual, su parte imaginaria es distinta y su módulo es el mismo $\sqrt{5}$