Actividades

Magnitudes cinemáticas angulares

1 Una partícula describe una trayectoria circular de 2 m de radio. El espacio recorrido sobre la misma viene dado, en unidades del SI, por la expresión $s(t) = t^2 + t + 2$. Calcula, a los 2 s de iniciado el movimiento:

a) El espacio recorrido.

b) La posición angular y el ángulo barrido.

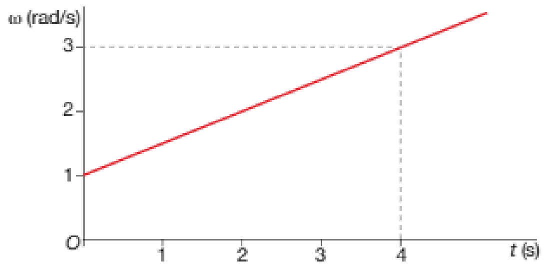
c) El módulo de las velocidades lineal y angular.

d) El módulo de las aceleraciones tangencial, normal, total y angular.

e) En un dibujo de la trayectoria, representa los vectores velocidad y aceleración, este último a partir de sus componentes intrínsecas.

Solución: a) $\Delta s = 6$ m. b) $\phi(2) = 4$ rad; $\Delta\phi = 3$ rad.
c) $v = 5$ m/s; $\omega = 2{,}5$ rad/s.
d) $a_t = 2$ m/s² (m.c.u.a.); $a_n = 12{,}5$ m/s²;
$a = 12{,}66$ m/s²; $\alpha = 1$ rad/s².

2 A partir de la siguiente gráfica ω-t de un movimiento circular de radio 1,5 m, que parte de $\phi_0 = 0$, calcula la posición angular, la velocidad lineal, las componentes intrínsecas de la aceleración y la aceleración angular en $t = 2$ s. El movimiento, ¿es uniforme, uniformemente acelerado, o acelerado? Justifica tu respuesta.



Solución: $\phi = 3$ rad; $v = 3$ m/s; $a_t = 0{,}75$ m/s²; $a_n = 6$ m/s²;
$\alpha = 0{,}5$ rad/s². Es un m.c.u.a. (α cte).

3 La posición angular de un punto P de la periferia de una rueda de 50 cm de radio viene dada, en el SI, por la ecuación: $\phi = \pi/4 + 10 \cdot \pi \cdot t + 2 \cdot \pi \cdot t^2$.

a) Determina la veracidad de las siguientes proposiciones:

1. En $t = 2$ s, la posición de P es $\pi/4$ rad.
2. En $t = 2$ s, la velocidad angular es $14 \cdot \pi$ rad/s.
3. Entre $t = 1$ s y $t = 3$ s la aceleración angular media es $2 \cdot \pi$ rad/s².

b) Para los enunciados falsos, indica los valores correctos de las magnitudes cinemáticas.

c) Representa las gráficas de las magnitudes cinemáticas angulares en función del tiempo.

4 En los movimientos circulares la aceleración se calcula, en ocasiones, como $a = \omega^2 \cdot R$, y en otras como $a = \alpha \cdot R$. ¿Se trata de la misma magnitud? ¿En qué casos se ha de utilizar cada una?

5 En un movimiento circular, ¿pueden tener la aceleración y la velocidad la misma dirección? Argumenta tu respuesta de modo gráfico.

6 Cuando se han estudiado las relaciones entre las magnitudes cinemáticas lineales y las angulares se ha visto que, en muchos casos, las primeras se obtienen multiplicando las segundas por el radio de la trayectoria. ¿Esto significa que si el radio es la unidad no hay que diferenciar unas de otras, pues valen lo mismo? Explica tu respuesta.

Movimiento circular uniforme

7 El CD de un ordenador gira con una velocidad angular de 540 rpm. Calcula el número de vueltas que da durante la reproducción de una canción de 3,5 minutos. ¿Qué espacio ha recorrido un punto de la periferia en este tiempo, si el disco tiene 12 cm de diámetro?

Solución: $N = 1\,890$ vueltas; $\Delta s = 712{,}5$ m.

8 Un disco circular de 1 m de radio gira con velocidad angular de 50 rad/s. Calcula:

a) La velocidad lineal de un punto de la periferia.

b) La velocidad lineal de un punto situado a 0,5 m del centro.

c) El espacio recorrido por ambos puntos durante un minuto.

Solución: a) $v_1 = 50$ m/s. b) $v_2 = 25$ m/s.
c) $s_1 = 3000$ m; $s_2 = 1\,500$ m.

9 Una partícula describe un movimiento circular de 2 m de radio, de modo que completa 30 vueltas cada minuto. Calcula el período, la frecuencia, la velocidad angular, la velocidad lineal y la aceleración..

Solución: $T = 2$ s; $f = 0{,}5$ Hz; $\omega = \pi$ rad/s;
$v = 2 \cdot \pi$ m/s; $a_n = 2 \cdot \pi^2$ m/s².

10 Dos móviles parten del mismo punto de una circunferencia de 20 m de radio y la recorren en sentidos contrarios. Uno tarda 40 s en dar una vuelta, y el otro se mueve a 1 rpm. Calcula el tiempo que tardan en cruzarse y el espacio recorrido por cada uno.

Solución: $t = 24$ s; $s_1 = 75{,}4$ m; $s_2 = 50{,}2$ m.

11 Si el período de un m.c.u. se duplica, explica qué ocurre con: la velocidad angular, la frecuencia y la aceleración normal.

En vista de estos resultados, ¿qué relaciones de proporcionalidad hay entre estas magnitudes cinemáticas y el período?

12 La posición de una partícula viene dada por:

$$\vec{r} = [5 \cdot cos\,(\pi \cdot t) - 1] \cdot \vec{i} + [5 \cdot sen\,(\pi \cdot t) + 2] \cdot \vec{j} \text{ (SI)}$$

a) Comprueba que se trata de un m.c.u.

b) Calcula el radio de la circunferencia y la frecuencia del movimiento.

Solución: b) $R = 5$ m; $f = 0{,}5$ Hz.

13 Las manecillas de un reloj sin segundero coinciden a las 12:00. ¿A qué hora coincidirán de nuevo por primera vez? Resuelve el problema mentalmente, matemáticamente y gráficamente.

Movimiento circular uniformemente acelerado

14 Una rueda (d = 60 cm) gira en torno a su eje a 3000 rpm. Si se frena y tarda 20 s en detenerse, calcula:

a) La aceleración angular, supuesta constante.

b) El número de vueltas que da hasta que se para.

c) El módulo de las aceleraciones tangencial, normal y total de un punto de su periferia una vez dadas 100 vueltas.

Solución: a) $\alpha = -5 \cdot \pi$ rad/s². b) $N = 500$ vueltas .
c) $a_t = -1{,}5 \cdot \pi =$ m/s²;
$a_n = 2403{,}1 \cdot \pi^2$ m/s²; $a \simeq 2403{,}1 \cdot \pi^2$ m/s².

15 Un motorista parte del reposo, en un circuito con forma circular (R = 400 m), con m.c.u.a., hasta que a los 50 s alcanza la velocidad de 72 km/h, que mantiene a partir de ese momento. Calcula:

a) La aceleración tangencial en la primera etapa del movimiento.

b) El espacio recorrido durante el m.c.u.a.

c) La aceleración normal en t = 50 s.

d) La velocidad angular media en los primeros 50 s.

e) Tiempo que tardará en dar 100 vueltas al circuito.

f) Representa las gráficas del movimiento.

Solución: a) $a_t = 0{,}4$ m/s². b) $\Delta s = 500$ m.
c) $a_n = 1$ m/s² . d) $\omega_m = 0{,}025$ rad/s.
e) $t = 12541$ s (3 h, 29 min, 51 s).

16 En un m.c.u.a. de 20 cm de radio la frecuencia disminuye de 30 Hz a 3 Hz en 5 segundos. Calcula:

a) La velocidad angular inicial y final.

b) La aceleración angular en ese intervalo.

c) El número de vueltas dadas en esos 5 segundos.

d) La velocidad lineal y las componentes intrínsecas de la aceleración al inicio y al final del movimiento.

Solución: a) $\omega_0 = 188{,}50$ rad/s; $\omega_f = 18{,}85$ rad/s.
b) $\alpha = -33{,}93$ rad/s². c) $N = 82{,}5$ vueltas.
d) $v_0 = 37{,}70$ m/s; $v_f = 3{,}77$ m/s;
$a_t(0) = a_t(5) = -6{,}79$ m/s² (es un m.r.u.a.);
$a_n(0) = 7106{,}4$ m/s²;
$a_n(5) = 71{,}1$ m/s².

17 ¿Qué velocidad angular, en rad/s, ha de tener una centrifugadora para que en un punto situado a 10 cm del eje de giro produzca una aceleración normal 100 veces mayor que la de la gravedad terrestre?

Solución: $\omega = 99$ rad/s.

18 Un móvil describe un m.c.u. de 20 m de longitud y 2 s de período, centrado en un sistema de referencia cartesiano. Cuando pasa por el punto de corte de la trayectoria con el semieje Y positivo arranca otro móvil desde el reposo. Si ambos movimientos se dan en sentido antihorario, ¿con qué aceleración angular ha de hacerlo para alcanzar al primero en $\phi = \pi/2$ rad? ¿Qué valor tendrán las componentes intrínsecas de la aceleración de ambos móviles en el momento del encuentro?

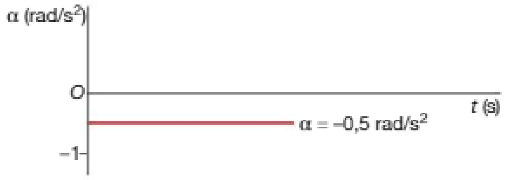
Solución: a) $\alpha = 1{,}96$ rad/s²; $a_{t_1} = 0$; $a_{n_1} = 31{,}4$ m/s²;
$a_{t_2} = 6{,}23$ m/s²; $a_{n_2} = 48{,}9$ m/s².

19 Las medidas de la posición angular en distintos instantes de tiempo, en un movimiento circular que parte del reposo, arrojan los siguientes datos:

t (s)	0	1	2	3	4
ϕ (rad)	0	1	4	9	16

Determina el tipo de movimiento circular y representa gráficamente su ecuaciones.

20 A partir de la siguiente gráfica de aceleración angular de un movimiento circular, cuyo inicio ocurre en $\phi_0 = 0$ desde el reposo, representa las gráficas de posición y velocidad, angulares y lineales.



21 Se hace girar una honda durante 10 segundos, desde el reposo, con una aceleración angular de π rad/s², momento en el cual suelta la cuerda para dejar salir el proyectil:

a) ¿A qué velocidad sale despedido si la cuerda de la honda mide 60 cm?

b) Si sale desde 15 cm del suelo, con un ángulo de 45°, ¿cuánto tiempo tardará en llegar al suelo? ¿A qué distancia lo hará?

c) ¿Cuánto tiempo tendría que hacer girar la honda para que la velocidad lineal de salida fuese el doble?

Solución: a) v = 18,9 m/s. b) t = 2,7 s; A = 36,7 m. c) t = 20 s.

Movimiento armónico simple

22 Un móvil describe un movimiento armónico simple de amplitud A. ¿Qué distancia recorre en un intervalo de tiempo igual a un período? Razona la respuesta.

23 En un m.a.s. la elongación, la velocidad y la aceleración son magnitudes periódicas. ¿Coincide el período en los tres casos? Razona tu respuesta.

24 Un móvil describe un m.a.s. de 20 cm de amplitud y 2,5 s de período. Escribe la ecuación de la elongación en los casos siguientes:

a) El tiempo empieza a contarse cuando la elongación es máxima y positiva.

b) El tiempo empieza a contarse cuando la elongación es nula y el movimiento es hacia valores positivos de la elongación.

c) El tiempo empieza a contarse cuando la elongación es nula y el movimiento es hacia valores negativos de la elongación.

25 Un móvil sigue un m.a.s. de 10 cm de amplitud, realizando 2 oscilaciones cada segundo:

a) Calcula la elongación 1/6 s después de alcanzar su máxima separación con velocidad positiva.

b) Representa la posición, velocidad y aceleración en función del tiempo.

Solución: a) x = –4,8 cm.

26 Una partícula se mueve con un m.a.s. cuya ecuación, en unidades del SI, viene dada por:

$$y = 2 \cdot sen\left(\frac{t}{2} + \pi\right)$$

Determina:

a) La amplitud, período y frecuencia de las oscilaciones.

b) La posición, velocidad y aceleración cuando la elongación es igual a la mitad de la amplitud.

Solución: a) A = 2 m; $T = 4 \cdot \pi$ s; $f = 1/(4 \cdot \pi)$ Hz. b) $|y|$ = 1 m; $|v|$ = 0,87 m/s; $|a|$ = 0,25 m/s².

27 Un objeto colgado de un muelle describe un m.a.s. de 10 cm de amplitud y 0,1 s de período. En el instante inicial el muelle está estirado, ocupando el objeto la posición más baja en su oscilación:

a) Escribe la ecuación del movimiento.

b) Calcula la elongación, la velocidad y la aceleración, transcurridos 10 s desde el inicio del movimiento.

c) Demuestra que la velocidad es máxima cuando el móvil pasa por la posición de equilibrio.

Solución: a) $y = 10 \cdot sen\,(20 \cdot \pi \cdot t + 3 \cdot \pi/2)$ cm; b) y = –10 cm, v = 0, $a = 4000 \cdot \pi^2$ m/s².

28 Un móvil que describe un m.a.s. tiene una aceleración de 5 m/s² cuando su elongación es de 5 cm. ¿Cuál es el período del movimiento?

Solución: $T = 0,2 \cdot \pi$ s.

29 El pistón de un automóvil describe un m.a.s. de 5 cm de amplitud y 3 600 rpm de frecuencia angular. Calcula su velocidad cuando pasa por el punto medio, y la aceleración en los extremos del recorrido.

Solución: $|v_{máx.}| = 6 \cdot \pi$ m/s; $|a_{máx.}| = 720 \cdot \pi^2$ m/s².

30 En el instante en que un móvil con m.a.s. se encuentra a 6 cm de la posición de equilibrio, su velocidad es de 1 cm/s. Cuando se encuentra a 2 cm, su velocidad es de 4 cm/s. Calcula el período y la amplitud del movimiento.

Solución: T = 9,09 s; A = 6,2 cm.

31 Un móvil describe un m.a.s. de amplitud *A*, frecuencia angular ω, y fase inicial $\phi_0 = 0$. Demuestra que la amplitud se puede calcular, en función de las condiciones iniciales del movimiento, con la expresión:

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}}$$

Comprueba que esta ecuación es homogénea.

32 Si se duplica la frecuencia angular de un m.a.s., indica como varía: a) Su período. b) La frecuencia. c) La amplitud. d) La fase inicial. Razona la respuesta.

¿Qué relaciones de proporcionalidad observas entre estas magnitudes angulares?

33 En un m.a.s., la velocidad, la pulsación, la amplitud y la elongación se relacionan según la expresión:

$$v = \omega^n \cdot \sqrt{A^2 - x^2}$$

Determina *n* por análisis dimensional.

34 Tenemos dos osciladores armónicos de ecuaciones, expresadas en el SI:

$$x_1 = A \cdot cos\left(\omega \cdot t + \frac{\pi}{2}\right) \quad ; \quad x_2 = A \cdot cos\left(\omega \cdot t - \frac{\pi}{2}\right)$$

Determina:

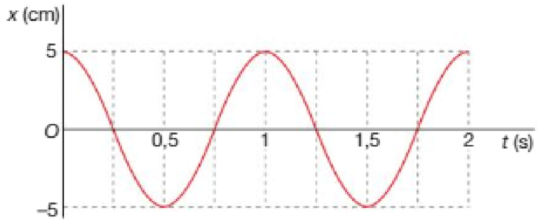
a) La posición inicial de ambos y el sentido en que comienzan a moverse.

b) El punto en el que se cruzan.

c) La diferencia de fase entre ambos movimientos.

Solución: a) En $t = 0$, $x_1 = x_2 = 0$, $v_1 < 0$ (izquieda), $v_2 > 0$ (derecha). b) $x = 0$. c) $\Delta\phi = \pi$ rad.

35 A partir de la siguiente gráfica de la elongación en un m.a.s.:



a) Determina las ecuaciones que lo describen y las del m.c.u. que lo genera como proyección sobre el eje *X* (en ambos casos, posición, velocidad y aceleración).

b) Representa estas ecuaciones en función del tiempo.