Actividades

La revolución de Copérnico

1 ¿Por qué decimos que en el viejo sistema geocéntrico del mundo había dos mecánicas diferentes?

2 Razona sobre la validez de esta proposición: «La mecánica celeste de Copérnico se basaba en principios diferentes a los de los antiguos griegos».

3 Indica si las siguientes proposiciones son ciertas o falsas:

a) El heliocentrismo que proponía Copérnico fue rechazado por las autoridades religiosas, pero rápidamente aceptado por los expertos en matemáticas y astronomía.

b) El sistema de Copérnico reduce mucho el movimiento del conjunto de los astros en comparación con la idea de que la Tierra permanece inmóvil.

c) Suponer que el universo sea geocéntrico o heliocéntrico no afecta al tamaño que se le atribuye.

d) Los métodos matemáticos de cálculo astronómico de Copérnico eran similares a los que se venían utilizando desde la antigüedad clásica.

4 Busca información sobre la vida de Tycho Brahe y razona si la razón por la que rechazó el heliocentrismo fue debida a sus convicciones religiosas.

Las leyes de Kepler

5 ¿Para qué contrató Tycho Brahe a Kepler? ¿Cumplió este los deseos de su patrón? ¿Por qué Kepler sustituyó a Tycho como astrónomo imperial?

6 Razona sobre la veracidad de las afirmaciones siguientes:

a) Las leyes de Kepler se aplican únicamente al movimiento orbital de los planetas.

b) En su afelio, cada planeta se mueve más despacio que en el perihelio.

c) Aunque la masa de la Tierra fuera como la de Júpiter, su período de revolución orbital sería el mismo.

d) La velocidad de traslación de un planeta en órbita elíptica es inversamente proporcional a su distancia al Sol en todo momento.

7 Dibuja una elipse de semiejes *a* y *b* y demuestra que la distancia desde un foco a los extremos del eje menor coincide con el semieje mayor, *a*.

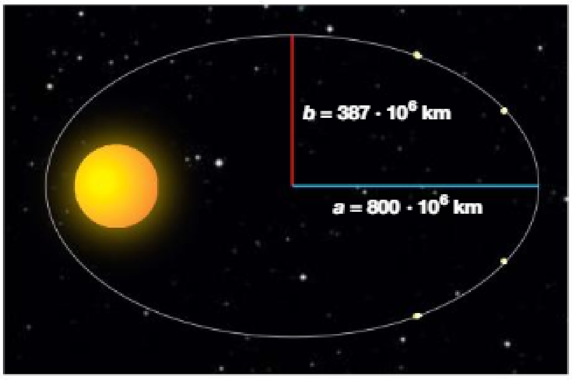
8 Calcula la distancia media de cierto cometa al Sol, en comparación con la de la Tierra, teniendo en cuenta que su período es de 50 años.

Solución: $r = 2{,}036 \cdot 10^9$ km.

9 Neptuno y la Tierra describen órbitas en torno al Sol, siendo el radio medio de la órbita del primero treinta veces mayor que el de la segunda. ¿Cuántos años terrestres tarda Neptuno en recorrer su órbita?

Solución: $T_N = 164{,}3$ a (terrestres).

10 La figura muestra la órbita de un cometa. Calcula la velocidad en el perihelio si en el afelio es de 13 km/s. ¿Cuánto vale la velocidad areolar del cometa?



Solución: $v_P = 195{,}8$ km · s^{-1}; $v_A = 9{,}75 \cdot 10^{12}$ m^2 · s^{-1}.

11 Deimos y Fobos son los dos pequeños satélites de Marte. Siguen órbitas casi circulares de radios 23 400 km y 9 270 km, respectivamente:

a) Razona cuál de los dos tiene una velocidad orbital superior.

b) Obtén el período de revolución de Deimos, sabiendo que el de Fobos es de 7 h 39 min 27 s.

c) Si se descubriera un tercer satélite de Marte y su período fuera de 50 h, ¿a qué distancia media del centro de Marte orbitaría?

Solución: b) $T_D = 110\,559$ s. c) $r = 32\,384$ km.

12 Dos satélites artificiales siguen órbitas circulares en torno a la Tierra. La órbita del segundo es el doble de grande que la del primero. ¿Qué relación guardan los respectivos períodos orbitales?

Solución: $T_2 / T_1 = 2 \cdot \sqrt{2}$.

La gravitación universal

13 Discute la corrección de estas proposiciones:

a) De las dos primeras leyes de Kepler se deduce que existe una fuerza que atrae a los planetas hacia el Sol, pero solo con ellas no se puede especificar cómo es esa fuerza.

b) La tercera ley de Kepler solo se aplica cuando las órbitas son circulares.

c) El tamaño y la masa de los planetas no intervienen en las leyes de Kepler.

d) La constante de proporcionalidad de la tercera ley de Kepler está relacionada con la masa del Sol.

14 Calcula la aceleración centrípeta de la Tierra en su movimiento orbital, suponiendo que sea un m.c.u. con v = 30 km/s y diámetro de $3 \cdot 10^8$ km.

Solución: $a_n = 6 \cdot 10^{-3}$ m $\cdot$ s^{-2}.

15 ¿Con qué fuerza se atraen mutuamente el Sol y Júpiter cuando este se encuentra en el afelio?

Datos: $r_{afelio} = 815{,}7 \cdot 10^6$ km; $M_J = 1{,}90 \cdot 10^{27}$ kg, $M_S = 1{,}99 \cdot 10^{30}$ kg.

Solución: Tomando como origen de coordenadas la posición del Sol: $\vec{F}_{JS} = 3{,}79 \cdot 10^{23} \cdot \vec{u}_r$ N; $\vec{F}_{SJ} = -3{,}79 \cdot 10^{23} \cdot \vec{u}_r$ N

16 Suponiendo órbitas circulares, deduce la relación entre la masa del Sol y la constante de proporcionalidad de la tercera ley de Kepler ($k = T^2/r^3$). ¿Depende de la masa de cada planeta? Calcula su valor sabiendo que $M_{Sol} = 1{,}99 \cdot 10^{30}$ kg.

Solución: $T^2/r^3 = 4 \cdot \pi^2/(G \cdot M)$ = cte; $k = 2{,}97 \cdot 10^{-19}$ s$^2 \cdot$ m^{-3}.

17 Con el valor calculado en el ejercicio anterior, calcula la distancia media entre Neptuno y el Sol si el período orbital de Neptuno es de 164,8 años.

Solución: $r = 4{,}5 \cdot 10^{12}$ m.

18 Titania y Oberón son los mayores satélites del planeta Urano. Titania sigue una órbita casi circular de $4{,}36 \cdot 10^5$ km de radio y tiene un período orbital en torno a Urano de 8,706 días:

a) Calcula la masa del planeta Urano.

b) ¿Con qué fuerza se atraen Urano y Titania, si la masa de esta última es $3{,}49 \cdot 10^{21}$ kg?

c) Obtén las velocidades orbital y areolar de Titania.

d) Estima el período orbital de Oberón, si su órbita circular tiene un radio de 582 600 km.

Solución: a) $M_U = 8{,}67 \cdot 10^{25}$ kg. b) $F = 1{,}06 \cdot 10^{20}$ N. c) v = 3642 m $\cdot$ s^{-1}. d) $v_A = 7{,}94 \cdot 10^{11}$ m$^2 \cdot$ s^{-1}.

19 Dos masas idénticas de 100 kg cuelgan del techo verticalmente quedando a la misma altura. ¿A qué distancia centro-centro deben colocarse para que se atraigan con una fuerza de $3 \cdot 10^{-7}$ N?

Solución: r = 1,49 m.

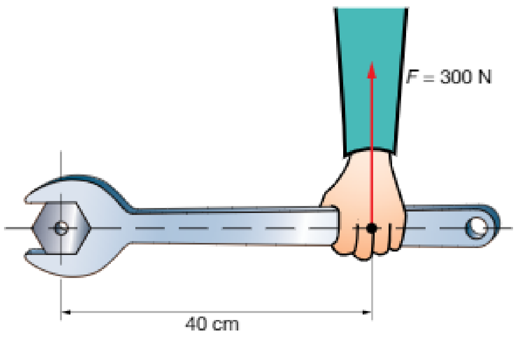
Fuerzas centrales y momento angular

20 Razona si es correcta la afirmación siguiente: «La fuerza gravitatoria es central porque la distancia entre dos masas que se atraen debe medirse de centro a centro».

21 Menciona dos fuerzas centrales distintas de la fuerza de la gravedad.

22 Demuestra que el valor numérico del momento de una fuerza respecto a un punto se puede calcular como el producto del módulo de la fuerza por la distancia que hay desde el punto a la línea de acción de la fuerza.

23 Calcula el momento de la fuerza que realiza la mano respecto al eje de giro de la tuerca. ¿Qué sucedería si se duplicaran la fuerza de la mano y la distancia de esta hasta el eje de giro?



Solución: M = 120 N $\cdot$ m; M' = 480 N $\cdot$ m.

24 Un péndulo de 2 m de longitud oscila verticalmente, siendo de 15° el ángulo máximo abierto respecto a la vertical en cada oscilación. Si la bola del péndulo tiene una masa de 400 g, calcula el momento de la fuerza que realiza su peso respecto al punto de suspensión:

a) En cada extremo de la oscilación.

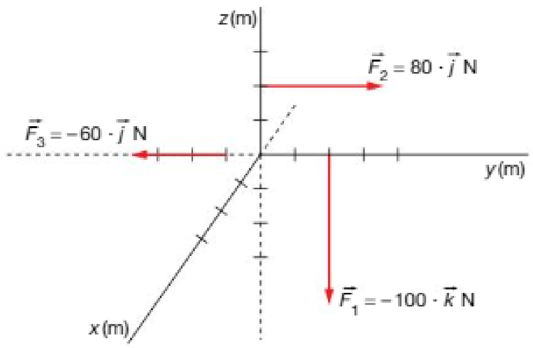
b) Al pasar por el punto más bajo de la trayectoria.

Solución: a) $M_S = 2{,}03$ N · m. b) $M_S = 0$.

25 Una masa puntual de 200 g hace un movimiento circular uniforme con una frecuencia de 4,5 Hz. Si el radio de la circunferencia es de 8 cm, obtén el momento angular respecto al centro geométrico en cada punto de la trayectoria.

Solución: $L = 0{,}036$ kg · m² · s^{-1}; es perpendicular al plano de la circunferencia, y su sentido depende del sentido de giro de la masa.

26 Con los datos de la figura, calcula el vector momento de la fuerza respecto al origen de coordenadas para las tres fuerzas mostradas.



Solución: $\vec{M}_1 = -200 \cdot \vec{i}$ N · m;

$\vec{M}_2 = -160 \cdot \vec{i}$ N · m;

$\vec{M}_3 = 0$ N · m.

27 Calcula la velocidad areolar de la masa en rotación de la actividad 24 mediante los siguientes procedimientos y verifica que se obtiene idéntico resultado:

a) A partir del momento angular.

b) Directamente, como cociente entre el área barrida y el tiempo empleado en barrerla.

Solución: $v_A = 0{,}09$ m² · s^{-1}.

28 Razona sobre la veracidad de estas proposiciones:

a) El valor del momento angular de los planetas en sus órbitas solo es constante si la órbita es circular.

b) Cuanto más excéntrica es la órbita de un cometa, mayor es la diferencia entre las velocidades en el perihelio y en el afelio.

c) La constancia del momento angular orbital de los planetas exige que el Sol se encuentre en el plano de la órbita.

29 La velocidad orbital media y el radio orbital medio de Marte son 24,13 km/s y 227,9 · 10^6 km, respectivamente. Si la masa del planeta Marte es de 6,42 · 10^{23} kg, calcula:

a) El valor del momento angular orbital de Marte.

b) La velocidad areolar.

c) La velocidad orbital de Marte en su afelio, si $r_{afelio} = 249{,}2 \cdot 10^6$ km.

Solución: a) $L = 3{,}53 \cdot 10^{39}$ kg · m² · s^{-1}.
b) $v_A = 2{,}75 \cdot 10^{15}$ m² · s^{-1}.
c) $v = 22{,}1 \cdot 10^3$ m² · s^{-1}

Aplicaciones de la gravitación

30 Razona sobre la validez de la siguiente proposición: «La gravedad de un planeta disminuye con la altura de tal modo que cuando esta iguala el radio del planeta, la gravedad se reduce a la mitad».

31 Calcula la gravedad superficial de Ganímedes, el mayor satélite del sistema solar, sabiendo que su densidad es de 1,94 g/cm³, y su radio, de 2 634 km.

Solución: 1,42 m/s².

32 Un satélite de masa 8,93 · 10^{22} kg sigue una órbita circular de radio 422 · 10^6 km. Sabiendo que el período orbital es de 1,77 días, determina:

a) La masa del planeta alrededor del cual orbita.

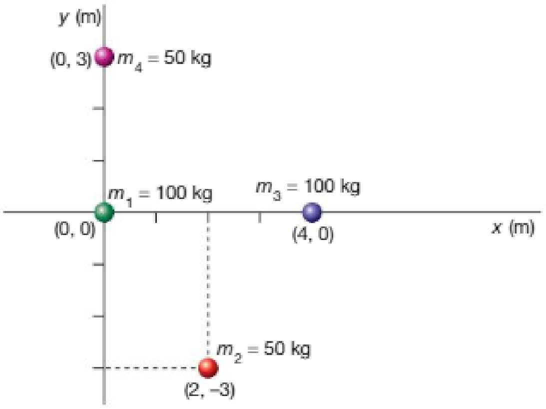
b) El valor del momento angular del satélite.

Solución: a) $m = 1{,}9 \cdot 10^{27}$ kg.
b) $L = 6{,}53 \cdot 10^{38}$ kg · m²/s.

33 Un cuerpo de 500 kg está sobre el origen de coordenadas, y otro, de 2 kg, en (4, 5) m. Calcula el vector fuerza gravitatoria que el segundo cuerpo experimenta por la mutua atracción con el primero.

Solución: $\vec{F}_{1,2} = -(1{,}02 \cdot \vec{i} + 1{,}27 \cdot \vec{j}) \cdot 10^{-9}$ N.

34 Calcula el vector fuerza gravitatoria sobre m_1 por la atracción de las otras masas, aplicando el principio de superposición: $\vec{F}_1 = \vec{F}_{2,1} + \vec{F}_{3,1} + \vec{F}_{4,1}$.



Solución: $\vec{F}_1 = (5{,}592 \cdot \vec{i} + 1{,}571 \cdot \vec{j}) \cdot 10^{-8}$ N.

35 Un satélite artificial gira alrededor de la Tierra a $3{,}6 \cdot 10^7$ m de su superficie. Calcula:

a) La velocidad del satélite.

b) Su aceleración.

c) El período de rotación del satélite alrededor de la Tierra, expresado en días.

Datos: $R_T = 6{,}38 \cdot 10^6$ m; $M_T = 5{,}97 \cdot 10^{24}$ kg;
$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N · m² · kg⁻².

Solución: a) $v = 3065{,}3$ m · s⁻¹.
b) $a_n = 0{,}22$ m · s⁻².
c) $T = 1$ día.

36 Dos satélites, *A* y *B*, giran alrededor de un planeta siguiendo órbitas circulares de radios $2 \cdot 10^8$ m y $8 \cdot 10^8$ m, respectivamente. Calcula la relación entre sus velocidades (tangenciales) respectivas.

Solución: $v_A/v_B = 2$.

37 Un satélite se encuentra en órbita circular alrededor de la Tierra. Su masa es de 10 000 kg, y su velocidad, de 4,2 km/s. Calcula:

a) El radio de la órbita.

b) Lo que tarda en dar diez vueltas a la Tierra.

Datos: $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N · m² · kg⁻²;
$M_T = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg; $R_T = 6370$ km.

Solución: a) $r = 22\,600$ km.
b) $t = 338\,095$ s.