

Hallar  $a$  y  $b$  para que  $f$  sea continua:

$$f(x) = \begin{cases} -2x - a & \text{si } x \leq 0 \\ |x-1| & 0 < x < 2 \\ bx-5 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

Lo primero,  $f_2(x) = |x-1|$  vamos a desarrollarlo

$$|x-1| = \begin{cases} x-1 & \text{si } x-1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1 \\ -x+1 & \text{si } x-1 < 0 \Rightarrow x < 1 \end{cases}$$

Como  $|x-1|$  está definido entre  $0 < x < 2$  ahora  $f(x)$  quedará definida así:

$$f(x) = \begin{cases} -2x - a & \text{si } x \leq 0 \\ -x+1 & \text{si } 0 < x < 1 \\ x-1 & \text{si } 1 < x < 2 \\ bx-5 & \text{si } x \geq 2 \end{cases} \quad \left. \vphantom{\begin{cases} -2x - a \\ -x+1 \\ x-1 \\ bx-5 \end{cases}} \right\} \text{Aquí hemos metido el valor absoluto.}$$

Ahora ya, calculemos  $a$  y  $b$  fijándonos en  $x=0$  y  $x=2$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (-2x - a) = -2 \cdot 0 - a = -a \quad \left. \vphantom{\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)} \right\} \begin{array}{l} \text{Para ser continua en} \\ x=0: \\ -a = 1 \Rightarrow \boxed{a = -1} \end{array}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (-x+1) = -0+1 = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (x-1) = 2-1 = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (bx-5) = b \cdot 2 - 5 = 2b-5 \quad \left. \vphantom{\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)} \right\} \begin{array}{l} \text{Para ser continua en } x=2 \\ 1 = 2b-5 \Rightarrow 1+5 = 2b \\ 6 = 2b \Rightarrow \boxed{b = \frac{6}{2} = 3} \end{array}$$