

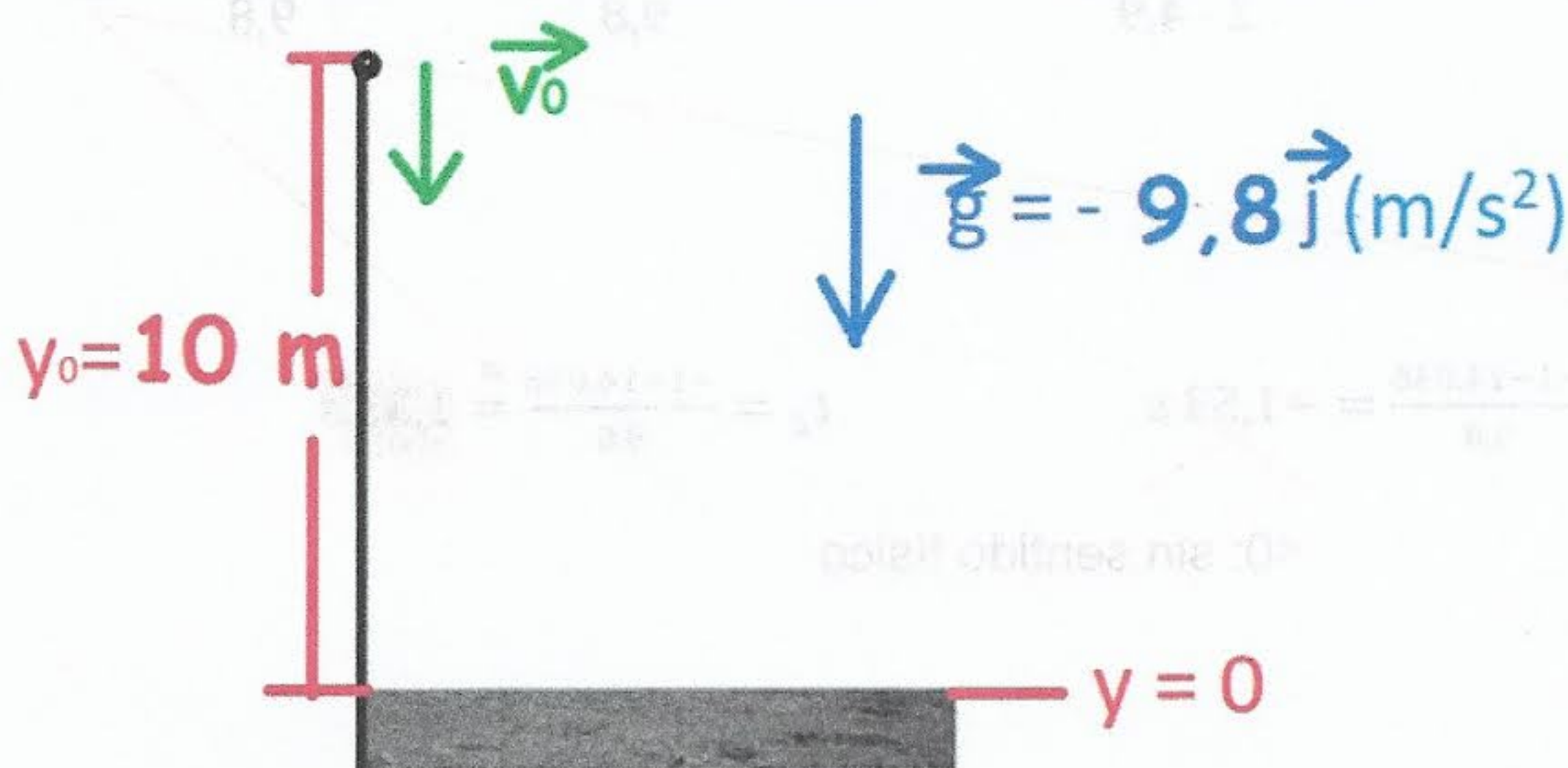
NOMBRE Y APELLIDOS _____

1) Desde una ventana situada a 10 m de altura se deja caer un objeto:

a) Determina el tiempo que tardará en tocar el suelo. 1 punto

b) Calcula el tiempo que tardaría en tocar el suelo si fuera lanzado hacia abajo con una velocidad de $1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. 1 punto

SOLUCIÓN:



a) $\vec{v}_0 = 0\vec{j}(\text{m/s})$

$$y = y_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

En el momento en el que el objeto toca el suelo, $y = 0$:

$$0 = 10 + \frac{1}{2} \cdot (-9,8) \cdot t^2$$

$$0 = 10 - 4,9 \cdot t^2$$

$$4,9 \cdot t^2 = 10$$

$$t^2 = \frac{10}{4,9}$$

$$t = \sqrt{\frac{10}{4,9}} = 1,43 \text{ s}$$

b) $\vec{v}_0 = -1\vec{j}(\text{m/s})$

$$y = y_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

En el momento en el que el objeto toca el suelo, $y = 0$:

$$0 = 10 + (-1) \cdot t + \frac{1}{2} \cdot (-9,8) \cdot t^2$$

$$0 = 10 - t - 4,9 \cdot t^2$$

$$0 = 4,9 \cdot t^2 + t - 10$$

$$t = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 4,9 \cdot (-10)}}{2 \cdot 4,9} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 196}}{9,8} = \frac{-1 \pm \sqrt{197}}{9,8} =$$

$$t_1 = \frac{-1 - 14,036}{9,8} = -1,53 \text{ s}$$

$$t_2 = \frac{-1 + 14,036}{9,8} = 1,33 \text{ s}$$

<0: sin sentido físico

- 2) Cuando se realiza la lectura de datos, un lector de CD gira a 8750 vueltas por minuto. Estos discos, cuyo radio es de 6 cm, adquieren dicha velocidad de giro en 3s; en cambio, realizan la parada en 1 s.

Determina:

- a) La velocidad de un punto de la periferia del disco tras el tiempo de arranque. 0,5 puntos
- b) Las vueltas que da el disco para reproducir una canción de 3 min. 0,5 puntos
- c) Calcula la aceleración total en el instante en el que comienza la frenada. 1 punto

SOLUCIÓN:

$$a) \omega = 8750 \frac{\text{vueltas}}{\text{minuto}} \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{\text{vuelta}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 291,67\pi \text{ rad/s} = 916,3 \text{ rad/s}$$

$$R = 6 \text{ cm} \cdot \frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}} = 0,06 \text{ m}$$

$$v = \omega \cdot R$$

$$v = 291,67\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 0,06 \text{ m} = 17,5\pi \text{ m/s} = 54,98 \text{ m/s}$$

b) Hagamos el cálculo, en primer lugar, suponiendo que el disco ya está girando y la canción que se va a reproducir es una de las intermedias:

$$n = 8\,750 \frac{\text{vueltas}}{\text{min}} \cdot 3 \text{ min} = 26\,250 \text{ vueltas}$$

Pero, si solo encendemos el CD para una canción, tenemos que sumar las vueltas que da el disco al acelerar y al frenar:

$$n_{\text{total}} = n_{\text{arranque}} + n_{\text{canción}} + n_{\text{frenado}} \quad (1)$$

Como el nº de vueltas se calcula a partir del ángulo recorrido, podemos también escribir que:

$$\varphi_{\text{total}} = \varphi_{\text{arranque}} + \varphi_{\text{canción}} + \varphi_{\text{frenado}}$$

Empezamos calculando, en primer lugar, el nº de vueltas necesario para que el disco arranque. Para ello, en primer lugar, calculamos la aceleración angular de arranque:

$$\alpha_{\text{arranque}} = \frac{\omega_f - \omega_i}{t}$$

$$\alpha_{\text{arranque}} = \frac{(291,67\pi - 0) \text{ rad/s}}{3 \text{ s}} = 305,43 \text{ rad/s}^2$$

$$\varphi_{\text{arranque}} = \varphi_0 + \omega_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2$$

$$\varphi_{\text{arranque}} = 0 + 0 + \frac{1}{2} \cdot 305,43 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} \cdot (3\text{s})^2 = 1374,45 \text{ rad}$$

$$n_{\text{arranque}} = 1374,45 \text{ rad} \cdot \frac{1 \text{ vuelta}}{2\pi \text{ rad}} = 218,75 \text{ vueltas}$$

Vamos ahora a calcular el nº de vueltas necesario para el frenado.

Para ello, de nuevo, lo primero es calcular la aceleración angular de frenado:

$$\alpha_{\text{frenado}} = \frac{\omega_f - \omega_i}{t}$$

$$\alpha_{\text{frenado}} = \frac{(0 - 291,67\pi) \text{ rad/s}}{1 \text{ s}} = -916,30 \text{ rad/s}^2$$

$$\varphi_{\text{frenado}} = \varphi_0 + \omega_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2$$

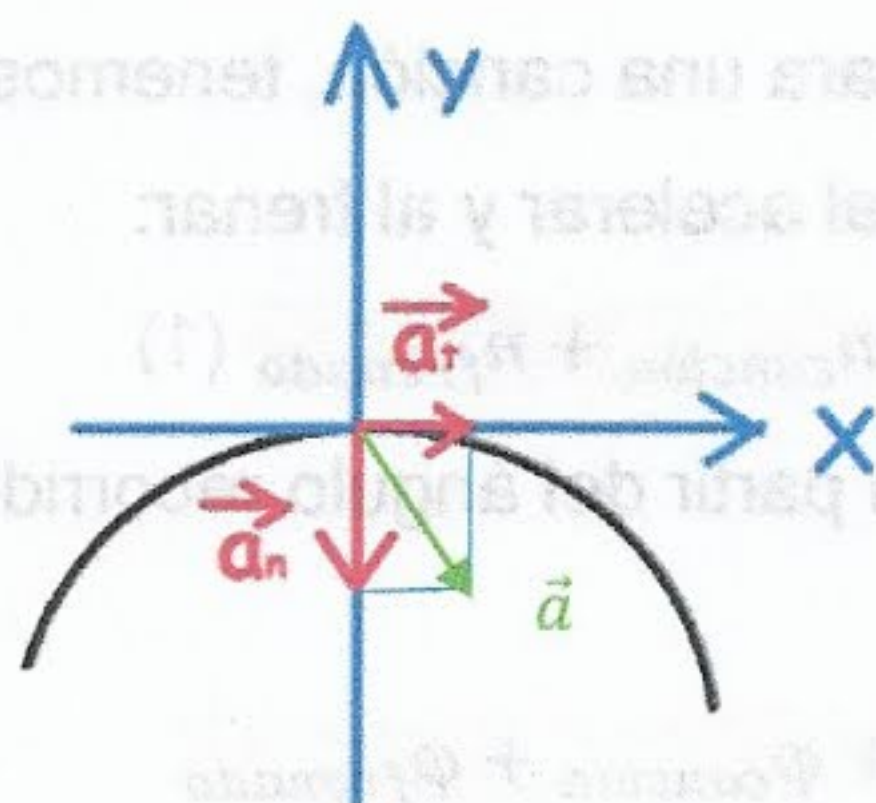
$$\varphi_{\text{frenado}} = 0 + 916,3 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 1\text{s} + \frac{1}{2} \cdot \left(-916,30 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}\right) \cdot (1\text{s})^2 = 458,15 \text{ rad}$$

$$n_{frenado} = 458,15 \text{ rad} \cdot \frac{1 \text{ vuelta}}{2\pi \text{ rad}} = 72,92 \text{ vueltas}$$

Sustituyendo todos los números de vueltas obtenidos en (1):

$$n_{total} = 218,75 + 26\,250 + 72,92 = 26\,541,67 \text{ vueltas} \\ \cong 26\,542 \text{ vueltas}$$

c)



$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$$

$$\vec{a} = \alpha_{frenado} \cdot R \cdot \vec{i} + \omega_i^2 \cdot R \cdot \vec{j} \text{ (m/s}^2\text{)}$$

$$\vec{a} = -916,3 \cdot 0,06 \vec{i} + (916,3)^2 \cdot 0,06 \vec{j} \text{ (m/s}^2\text{)}$$

$$\vec{a} = -54,98 \vec{i} + 50\,376,3 \vec{j} \text{ (m/s}^2\text{)}$$

Siendo el módulo de esta aceleración:

$$|\vec{a}| = \sqrt{(-54,98)^2 + 50\,376,3^2} = 50\,376,33 \text{ m/s}^2$$

3) La posición de un objeto móvil viene dada, en unidades del S.I., por la expresión:

$$x(t) = 4\text{sen}(2\pi t)$$

a) Calcula la amplitud, el periodo y la frecuencia del movimiento.

1 punto

b) Calcula la velocidad máxima y también la aceleración máxima.

1 punto

SOLUCIÓN:

a)

$$x(t) = 4\text{sen}(2\pi t)$$

$$x(t) = A\text{sen}(\omega t)$$

Por comparación entre la ecuación de nuestro movimiento y la ecuación general, sabemos que la amplitud es:

$$A = 4 \text{ m}$$

Del mismo modo, obtenemos que:

$$\omega = 2\pi \text{ rad/s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$T = \frac{2\pi}{2\pi \text{ rad/s}} = 1 \text{ s}$$

$$f = \frac{1}{T}$$

$$f = \frac{1}{1 \text{ s}} = 1 \text{ s}^{-1} = 1 \text{ Hz}$$

$$\text{b) } v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = 4 \cdot 2\pi \cos(2\pi t) = 8\pi \cos(2\pi t) (\text{m/s})$$

Para que la velocidad sea máxima, $\cos(2\pi t) = 1$:

$$v_{\text{máx}} = 8\pi \cdot 1 = 8\pi \text{ m/s} = 25,13 \text{ m/s}$$

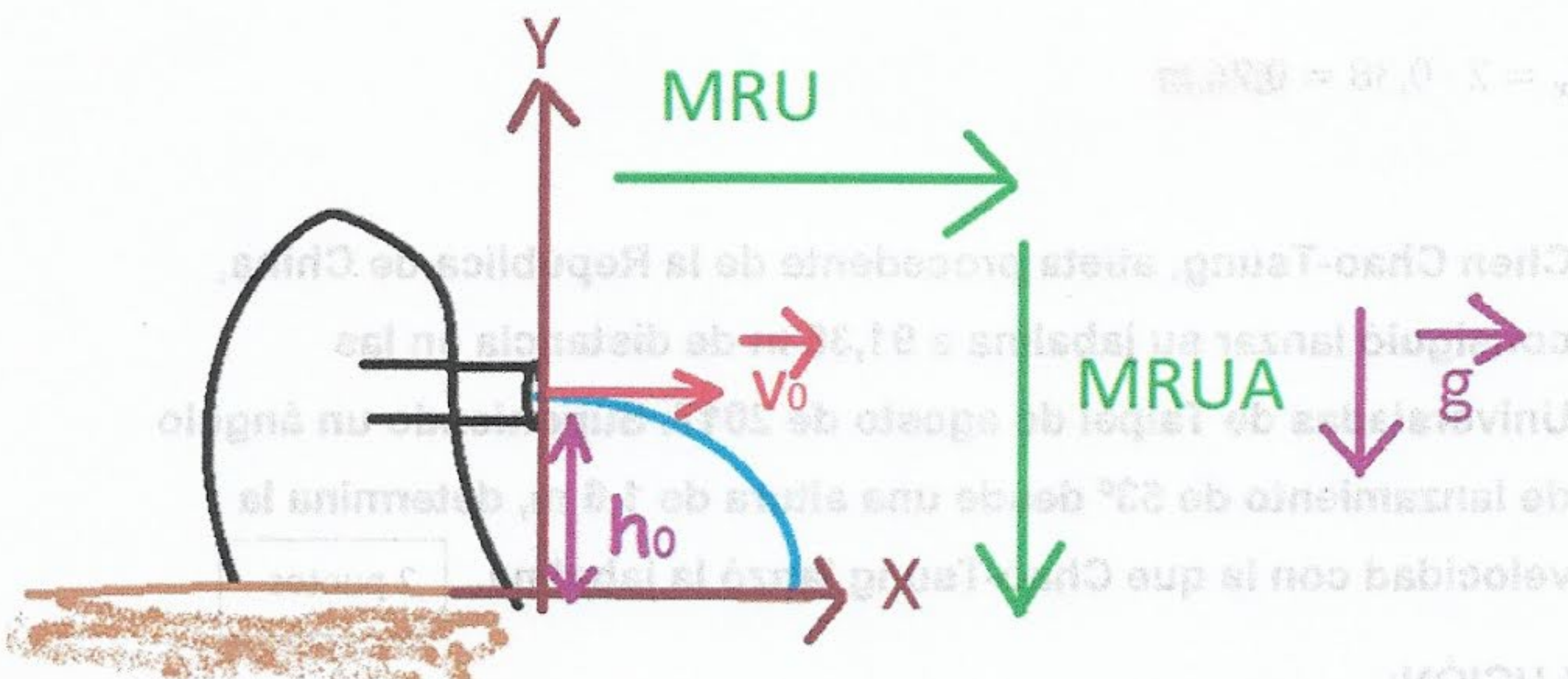
$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = -16\pi^2 \sin(2\pi t) (\text{m/s}^2)$$

Para que la aceleración sea máxima, $\sin(2\pi t) = -1$:

$$a_{\text{máx}} = -16\pi^2 \cdot (-1) = 16\pi^2 \text{ m/s}^2 = 157,91 \text{ m/s}^2$$

- 4) Una fuente tiene el caño a una altura de 70 cm. Determina cuál será el alcance del chorro de agua si sale del grifo paralela al suelo con una velocidad de $2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. 2 puntos

SOLUCIÓN:



$$h_0 = 70 \text{ cm} \cdot \frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}} = 0,7 \text{ m}$$

Las ecuaciones de este movimiento son:

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = v_0 = 2 \text{ m/s} \\ v_y = gt = -9,8 t \text{ (m/s)} \end{cases}$$

$$\vec{r} \begin{cases} x = v_0 \cdot t = 2t \text{ (m)} \\ y = y_0 + \frac{1}{2}gt^2 = 0,7 + \frac{1}{2}(-9,8)t^2 = 0,7 - 4,9t^2 \text{ (m)} \end{cases}$$

Cuando el chorro toca el suelo, $y = 0$:

$$0 = 0,7 - 4,9t^2$$

$$4,9t^2 = 0,7$$

$$t^2 = \frac{0,7}{4,9}$$

$$t = \sqrt{\frac{0,7}{4,9}} = 0,38 \text{ s}$$

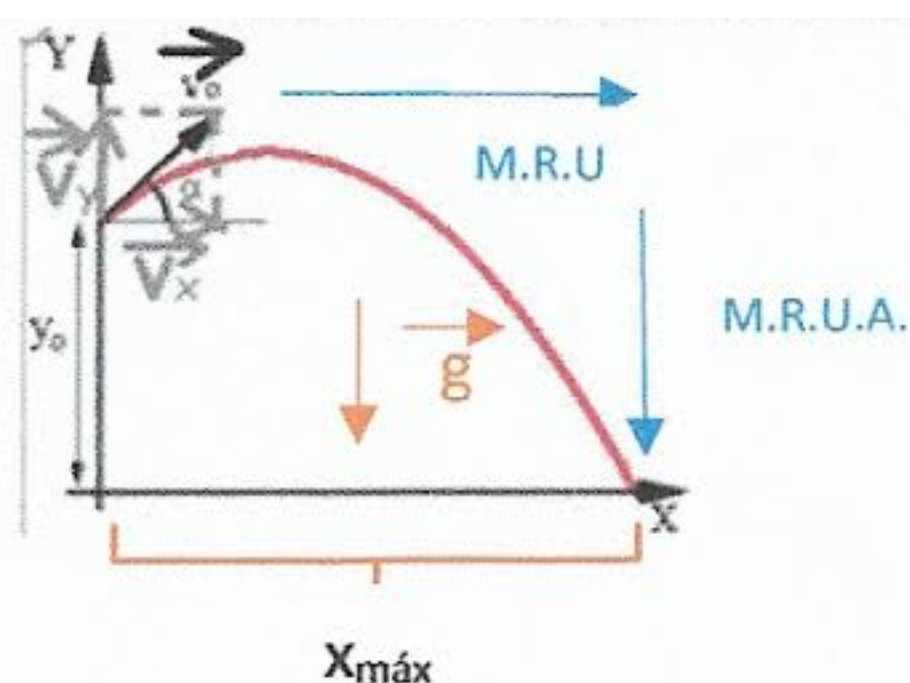
Sustituyendo este valor del tiempo en la ecuación de x , obtenemos el alcance:

$$x_{\text{máx}} = 2 \cdot 0,38 = 0,76 \text{ m}$$

- 5) Chen Chao-Tsung, atleta procedente de la República de China, consiguió lanzar su jabalina a 91,36 m de distancia en las Universiadas de Taipéi de agosto de 2017. Suponiendo un ángulo de lanzamiento de 53° desde una altura de 1,6 m, determina la velocidad con la que Chao-Tsung lanzó la jabalina.

2 puntos

SOLUCIÓN:



$$V_0 = ?$$

$$\alpha = 53^\circ$$

$$y_0 = 1,6 \text{ m}$$

$$x_{\text{máx}} = 91,36 \text{ m}$$

ECUACIONES DEL MOVIMIENTO:

$$\cos 53^\circ = \frac{v_{0x}}{v_0} \Rightarrow v_{0x} = v_0 \cdot \cos 53^\circ$$

$$\sin 53^\circ = \frac{v_{0y}}{v_0} \Rightarrow v_{0y} = v_0 \cdot \sin 53^\circ$$

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = v_{0x} = v_0 \cdot \cos 53^\circ \text{ (m/s)} \end{cases}$$

$$\vec{v} \begin{cases} v_y = v_{0y} + gt = v_0 \cdot \sin 53^\circ + gt \text{ (m/s)} \end{cases}$$

$$\vec{r} \begin{cases} x = v_0 (\cos 53^\circ) t \text{ (m)} \end{cases}$$

$$\vec{r} \begin{cases} y = y_0 + v_0 (\sin 53^\circ) t + \frac{1}{2} gt^2 \text{ (m)} \end{cases}$$

Para que la distancia recorrida por la jabalina sea el alcance, $y = 0$ (el alcance es la distancia recorrida a lo largo del eje X cuando el objeto toca el suelo):

$$y = y_0 + v_0 (\sin 53^\circ) t + \frac{1}{2} gt^2$$

$$0 = 1,6 + v_0 (\sin 53^\circ) t + \frac{1}{2} \cdot (-9,8) t^2$$

$$0 = 1,6 + v_0 (\sin 53^\circ) - 4,9 t^2$$

$$-1,6 + 4,9 t^2 = v_0 (\sin 53^\circ) t$$

$$\frac{-1,6 + 4,9 t^2}{(\sin 53^\circ) t} = v_0 \quad (1)$$

Sustituyendo este valor en la expresión del alcance:

$$x_{\text{máx}} = v_x t$$

$$x_{\text{máx}} = v_0 (\cos 53^\circ) t$$

$$x_{\text{máx}} = \frac{-1,6 + 4,9t^2}{(\sin 53^\circ)t} (\cos 53^\circ)t$$

$$91,36 = (-1,6 + 4,9t^2) \cot 53^\circ$$

$$91,36 = -1,6 \cot 53^\circ + 4,9t^2 \cot 53^\circ$$

$$91,36 + 1,6 \cot 53^\circ = 4,9t^2 \cot 53^\circ$$

$$\frac{91,36 + 1,6 \cot 53^\circ}{4,9 \cot 53^\circ} = t^2$$

$$\sqrt{\frac{91,36 + 1,6 \cot 53^\circ}{4,9 \cot 53^\circ}} = t$$

$$5,01 \text{ s} = t$$

Sustituyendo este valor del tiempo en (1):

$$\frac{-1,6 + 4,9t^2}{(\sin 53^\circ)t} = v_0$$

$$\frac{-1,6 + 4,9 \cdot (5,01)^2}{(\sin 53^\circ) \cdot 5,01} = v_0$$

$$30,34 \text{ m/s} = v_0$$