UNIVERSIDAD DE MURCIA Región de Murcia Universidad Politécnica de Cartagena

EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD

206-MATEMÁTICAS II

EBAU2023 - **JULIO**

OBSERVACIONES IMPORTANTES: Se debe responder a un máximo de 4 cuestiones y no es necesario hacerlo en el mismo orden en que están enunciadas. Cada cuestión tiene una puntuación de 2,5 puntos. Si se responde a más de 4 cuestiones, sólo se corregirán las 4 primeras, en el orden que haya respondido el estudiante. Solo se podrán usar las tablas estadísticas que se adjuntan. No se podrán usar calculadoras gráficas ni programables.

1: Se quiere calcular un número de tres cifras con los siguientes datos:

i) La suma de sus tres cifras es 9.
ii) Si permutamos la cifra de las centenas con la cifra de las unidades, el número obtenido es el número inicial menos 99.
iii) Si permutamos la cifra de las decenas con la cifra de las unidades, el número obtenido es el número inicial más 36.

a) **[1,5 p.]** Denotando por *x* la cifra de las centenas, por *y* la de las decenas y por *z* la de las unidades, plantee un sistema de 3 ecuaciones con 3 incógnitas que represente la información dada en i), ii) y iii).
b) **[1 p.]** Calcule el número en cuestión.

2: Se dice que una matriz cuadrada A es 2-nilpotente si cumple que $A^2 = 0$.

a) **[0,75 p.]** Justifique razonadamente que una matriz 2-nilpotente nunca puede ser regular (o invertible)
b) **[0,75 p.]** Compruebe que la matriz $A = \begin{pmatrix} 3 & -9 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$ es 2-nilpotente.
c) **[1 p.]** Demuestre para qué valores de *a* y *b* la matriz $A = \begin{pmatrix} 6 & a \\ 4 & b \end{pmatrix}$ es 2-nilpotente.

3: Considere la función $f(x) = xe^{-x}$, definida para todo valor de $x \in \mathbb{R}$.

a) **[0,75 p.]** Calcule $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.
b) **[0,75 p.]** Calcule la derivada de *f(x)* y determine los intervalos de crecimiento y/o decrecimiento de la función *f(x)* y sus extremos relativos (máximos y/o mínimos).
c) **[1 p.]** Calcule la integral indefinida de la función *f(x)*.

4: Considere la función $f(x) = \dfrac{senx}{1+\cos^2 x}$, definida para todo valor de $x \in \mathbb{R}$, donde $\cos^2 x = (\cos x)^2$.

a) **[1 p.]** Calcule la integral indefinida de la función *f(x)*.
b) **[0,75 p.]** Calcule la integral definida $\int_0^{\pi/2} f(x)\,dx$.
c) **[0,75 p.]** Determine la primitiva de *f(x)* que pasa por el punto $(\pi, 1)$

5: Los puntos $A=(6,-4,4)$ y $B=(12,-1,1)$ son dos vértices de un triángulo. El tercer vértice C es la proyección ortogonal del vértice A sobre la recta

$$r:\begin{cases} x-2y=5 \\ x+2z=5 \end{cases}$$

a) **[1,5 p.]** Calcule las coordenadas del vértice C.

b) **[0,5 p.]** Determine si el triángulo ABC tiene un ángulo recto en el vértice A.

c) **[0,5 p.]** Calcule el área del triángulo ABC.

6: Considere el plano π de ecuación $\pi: 2x+ay-2z=-4$ y la recta *r* dada por

$$r:\frac{x+1}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-5}{-2}.$$

a) **[1,25 p.]** Estudie la posición relativa del plano π y de la recta *r* en función del parámetro *a*.

Se sabe que cuando *a = 1* la recta *r* corta al plano π. Para ese valor de *a*:

b) **[0,75 p.]** Calcule el punto de corte de la recta *r* y el plano π.
c) **[0,5 p.]** Calcule el ángulo que forman.

7: En un cine hay 3 salas y un total de 250 espectadores repartidos de la siguiente manera: 100 espectadores en la sala A, 50 en la sala B y 100 en la sala C. Se sabe que la película de la sala A gusta al 80 % de los espectadores, la de la sala B al 20 % de los espectadores y la de la sala C al 60 % de los espectadores. A la salida de las tres películas se elige un espectador al azar. Calcule:

a) **[0,25 p.]** La probabilidad de que el espectador haya estado en la sala C.
b) **[0,5 p.]** La probabilidad de que le haya gustado la película, sabiendo que ha estado en la sala C.
c) **[0,5 p.]** La probabilidad de que le haya gustado la película y haya estado en la sala C.
d) **[0,5 p.]** La probabilidad de que le haya gustado la película.
e) **[0,5 p.]** La probabilidad de que le haya gustado la película o haya estado en la sala C.

8: En este ejercicio trabaje con 4 decimales para las probabilidades y 2 decimales para los porcentajes.

El peso de los recién nacidos en la Región de Murcia sigue una distribución normal de media μ y desviación típica σ desconocidas. Se sabe que el 67 % de los recién nacidos pesan menos de 3,464 kg y que el 1,5 % de los recién nacidos pesan más de 4,502 kg.

a) **[0,5 p.]** ¿Cuál es el porcentaje de recién nacidos cuyo peso está comprendido entre 3,464 y 4,502 kg?
b) **[1 p.]** Calcule la media y la desviación típica de esta distribución.
c) **[1 p.]** Calcule el porcentaje de recién nacidos que pesan menos de 2,33 kg.

SOLUCIONES

1: Se quiere calcular un número de tres cifras con los siguientes datos:
i) La suma de sus tres cifras es 9.
ii) Si permutamos la cifra de las centenas con la cifra de las unidades, el número obtenido es el número inicial menos 99.
iii) Si permutamos la cifra de las decenas con la cifra de las unidades, el número obtenido es el número inicial más 36.

a) **[1,5 p.]** Denotando por *x* la cifra de las centenas, por *y* la de las decenas y por *z* la de las unidades, plantee un sistema de 3 ecuaciones con 3 incógnitas que represente la información dada en i), ii) y iii).
b) **[1 p.]** Calcule el número en cuestión.

a) El número es $xyz = 100x + 10y + z$.

"La suma de sus tres cifras es 9" → $x + y + z = 9$
"Si permutamos la cifra de las centenas con la cifra de las unidades, el número obtenido es el número inicial menos 99" → $zyx = xyz - 99 \Rightarrow 100z + 10y + x = 100x + 10y + z - 99$.
"Si permutamos la cifra de las decenas con la cifra de las unidades, el número obtenido es el número inicial más 36" → $xzy = xyz + 36 \Rightarrow 100x + 10z + y = 100x + 10y + z + 36$

Reunimos todas las ecuaciones en un sistema:

$$\left.\begin{array}{l} x+y+z=9 \\ 100z+10y+x=100x+10y+z-99 \\ 100x+10z+y=100x+10y+z+36 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+y+z=9 \\ 99z-99x=-99 \\ -9y+9z=36 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+y+z=9 \\ z-x=-1 \\ -y+z=4 \end{array}\right\}$$

b) Lo resolvemos.

$$\left.\begin{array}{l} x+y+z=9 \\ z-x=-1 \\ -y+z=4 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+y+z=9 \\ z=x-1 \\ -y+z=4 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+y+x-1=9 \\ -y+x-1=4 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} 2x+y=10 \\ -y+x=5 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 2x+y=10 \\ x=5+y \end{array}\right\} \Rightarrow 2(5+y)+y=10 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 10+2y+y=10 \Rightarrow 3y=0 \Rightarrow \boxed{y=0} \Rightarrow \boxed{x=5+0=5} \Rightarrow \boxed{z=5-1=4}$$

El número es el 504.

2: Se dice que una matriz cuadrada A es 2-nilpotente si cumple que $A^2 = 0$.

a) **[0,75 p.]** Justifique razonadamente que una matriz 2-nilpotente nunca puede ser regular (o invertible)

b) **[0,75 p.]** Compruebe que la matriz $A = \begin{pmatrix} 3 & -9 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$ es 2-nilpotente.

c) **[1 p.]** Demuestre para qué valores de a y b la matriz $A = \begin{pmatrix} 6 & a \\ 4 & b \end{pmatrix}$ es 2-nilpotente.

a) Para que sea invertible su determinante debe ser no nulo.

$$\left|A^2\right| = |A \cdot A| = |A| \cdot |A| = |A|^2$$

$$Como\ A^2 = 0 \Rightarrow \left|A^2\right| = |0| = 0 \Rightarrow |A|^2 = 0 \Rightarrow |A| = 0$$

La matriz A no es invertible pues su determinante es nulo.

b)

$$A^2 = \begin{pmatrix} 3 & -9 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & -9 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9-9 & -27+27 \\ 3-3 & -9+9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 0$$

La matriz A es 2-nilpotente.

c) Planteamos que $A^2 = 0$.

$$A^2 = 0 \Rightarrow A^2 = \begin{pmatrix} 6 & a \\ 4 & b \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 6 & a \\ 4 & b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 36+4a & 6a+ab \\ 24+4b & 4a+b^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 36+4a=0 \\ 6a+ab=0 \\ 24+4b=0 \\ 4a+b^2=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4a=-36 \rightarrow \boxed{a=-9} \\ 6a+ab=0 \\ 24+4b=0 \rightarrow 4b=-24 \rightarrow \boxed{b=-6} \\ 4a+b^2=0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 6(-9)+(-9)(-6)=0 \\ 4(-9)+(-6)^2=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -54+54=0 \\ -36+36=0 \end{cases} \Rightarrow \boxed{\begin{cases} a=-9 \\ b=-6 \end{cases}}$$

Los valores buscados son $a = -9$ y $b = -6$.

3: Considere la función $f(x)=xe^{-x}$, definida para todo valor de $x\in\mathbb{R}$.

a) **[0,75 p.]** Calcule $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

b) **[0,75 p.]** Calcule la derivada de *f(x)* y determine los intervalos de crecimiento y/o decrecimiento de la función *f(x)* y sus extremos relativos (máximos y/o mínimos).

c) **[1 p.]** Calcule la integral indefinida de la función *f(x)*.

a)

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty} xe^{-x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x}{e^x}=\frac{\infty}{\infty}=Indeterminación(L´Hôpital)=$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{e^x}=\frac{1}{\infty}=\boxed{0}$$

b) Usamos la derivada.

$$f´(x)=e^{-x}+x(-1)e^{-x}=e^{-x}-xe^{-x}=(1-x)e^{-x}$$

$$f´(x)=0\Rightarrow(1-x)e^{-x}=0\Rightarrow\begin{cases}1-x=0\to x=1\\ e^{-x}=0\to \text{¡Imposible!}\end{cases}$$

Estudiamos el signo de la derivada antes y después de $x = 1$.

En el intervalo $(-\infty,1)$ tomamos $x = 0$ y la derivada vale $f´(0)=(1-0)e^{-0}=1>0$. La función crece en $(-\infty,1)$.

En el intervalo $(1,+\infty)$ tomamos $x = 2$ y la derivada vale $f´(2)=(1-2)e^{-2}=\frac{-1}{e^2}<0$. La función decrece en $(1,+\infty)$.

La función crece en $(-\infty,1)$ y decrece en $(1,+\infty)$.
La función presenta un máximo relativo en $x = 1$.

c)

$$\int f(x)dx=\int xe^{-x}dx=\left\{\begin{array}{l}\text{Integración por partes}\\ u=x\to du=dx\\ dv=e^{-x}dx\to v=\int e^{-x}dx=-e^{-x}\end{array}\right\}=$$

$$=x\left(-e^{-x}\right)-\int -e^{-x}dx=-xe^{-x}+\int e^{-x}dx=\boxed{-xe^{-x}-e^{-x}+K}$$

4: Considere la función $f(x)=\dfrac{senx}{1+\cos^2 x}$, definida para todo valor de $x\in\mathbb{R}$, donde $\cos^2 x=(\cos x)^2$.

a) **[1 p.]** Calcule la integral indefinida de la función *f(x)*.

b) **[0,75 p.]** Calcule la integral definida $\int_0^{\pi/2} f(x)\,dx$.

c) **[0,75 p.]** Determine la primitiva de *f(x)* que pasa por el punto $(\pi,1)$

a)

$$\int f(x)dx=\int \frac{senx}{1+\cos^2 x}dx=\left\{\begin{array}{l}\text{Cambio de variable}\\ \cos x=t\to -senxdx=dt\\ dx=\dfrac{1}{-senx}dt\end{array}\right\}=\int \frac{\cancel{senx}}{1+t^2}\frac{1}{-\cancel{senx}}dt=$$

$$=-\int \frac{1}{1+t^2}dt=-arctgt=\boxed{-arctg(\cos x)+K}$$

b)

$$\int_0^{\pi/2} f(x)dx=\left[-arctg(\cos x)\right]_0^{\pi/2}=\left[-arctg\left(\cos\frac{\pi}{2}\right)\right]-\left[-arctg(\cos 0)\right]=$$

$$=-arctg(0)+arctg(1)=0+\frac{\pi}{4}=\boxed{\frac{\pi}{4}}$$

c) Sabemos que la primitiva $F(x)=-arctg(\cos x)+K$.

Para hallar el valor de *K* hacemos que *F(π) = 1*.

$$\left.\begin{array}{l}F(x)=-arctg(\cos x)+K\\ F(\pi)=1\end{array}\right\}\Rightarrow 1=-arctg(\cos\pi)+K\Rightarrow 1=-arctg(-1)+K\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1=-\left(-\frac{\pi}{4}\right)+K\Rightarrow K=1-\frac{\pi}{4}\Rightarrow\Rightarrow \boxed{F(x)=-arctg(\cos x)+1-\frac{\pi}{4}}$$

5: Los puntos $A=(6,-4,4)$ y $B=(12,-1,1)$ son dos vértices de un triángulo. El tercer vértice C es la proyección ortogonal del vértice A sobre la recta

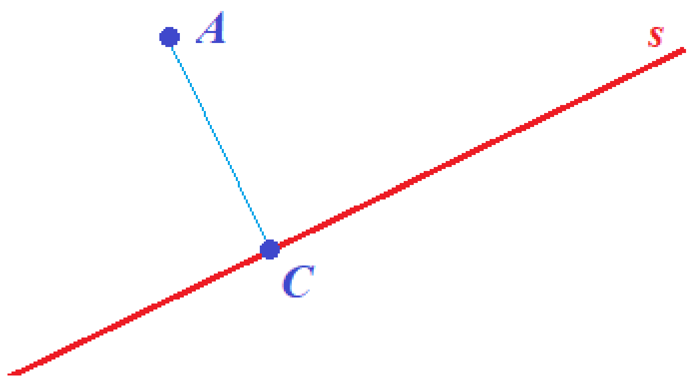
$$r:\begin{cases} x-2y=5 \\ x+2z=5 \end{cases}$$

a) **[1,5 p.]** Calcule las coordenadas del vértice C.

b) **[0,5 p.]** Determine si el triángulo ABC tiene un ángulo recto en el vértice A.

c) **[0,5 p.]** Calcule el área del triángulo ABC.

a) Hallamos la proyección ortogonal de A sobre la recta r.



Para ello hallamos el plano perpendicular a la recta que pasa por A. Dicho plano tiene como vector normal el vector director de la recta.

$$r:\begin{cases} x-2y=5 \\ x+2z=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=2y+5 \\ x=5-2z \end{cases} \Rightarrow 5-2z=5+2y \Rightarrow -2z=2y \Rightarrow y=-z \Rightarrow$$

$$\Rightarrow r:\begin{cases} x=5-2\lambda \\ y=-\lambda \\ z=\lambda \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_r(5,0,0) \\ \overrightarrow{u_r}=(-2,-1,1) \end{cases}$$

$$\pi:\begin{cases} A(6,-4,4)\in\pi \\ \vec{n}=\overrightarrow{u_r}=(-2,-1,1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A(6,-4,4)\in\pi \\ \pi:-2x-y+z+D=0 \end{cases} \Rightarrow -12+4+4+D=0 \Rightarrow$$

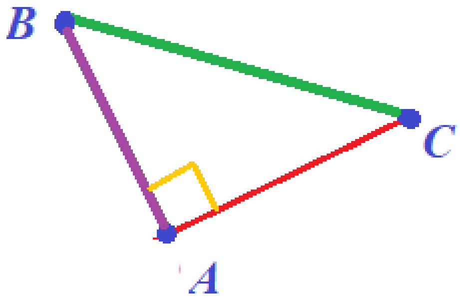
$$\Rightarrow D=4 \Rightarrow \pi:-2x-y+z+4=0$$

El punto C es el punto de corte de la recta r y el plano π.

$$\left.\begin{array}{l} \pi:-2x-y+z+4=0 \\ r:\begin{cases} x=5-2\lambda \\ y=-\lambda \\ z=\lambda \end{cases} \end{array}\right\} \Rightarrow -2(5-2\lambda)-(-\lambda)+\lambda+\lambda+4=0 \Rightarrow -10+4\lambda+\lambda+\lambda+4=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 6\lambda = 6 \Rightarrow \lambda = 1 \Rightarrow \begin{cases} x = 5-2 = 3 \\ y = -1 \\ z = 1 \end{cases} \Rightarrow C(3,-1,1)$$

b) Si el triángulo ABC tiene un ángulo recto en el vértice A significa que los vectores $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$ son ortogonales, es decir, su producto escalar es nulo.



$$\left.\begin{array}{l} \overrightarrow{AB} = (12,-1,1)-(6,-4,4) = (6,3,-3) \\ \overrightarrow{AC} = (3,-1,1)-(6,-4,4) = (-3,3,-3) \end{array}\right\} \Rightarrow \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = (6,3,-3)(-3,3,-3) = -18+9+9 = 0$$

Se cumple y por tanto en el vértice A tenemos un ángulo de 90º.

c) El área del triángulo ABC es la mitad del módulo del producto vectorial $\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}$.

$$\left.\begin{array}{l} \overrightarrow{AB} = (6,3,-3) \\ \overrightarrow{AC} = (-3,3,-3) \end{array}\right\} \Rightarrow \overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 6 & 3 & -3 \\ -3 & 3 & -3 \end{vmatrix} = 27j + 27k = (0,27,27)$$

$$\text{Área } ABC = \frac{\left|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}\right|}{2} = \frac{\sqrt{0^2+27^2+27^2}}{2} = \boxed{\frac{27\sqrt{2}}{2} \simeq 19.09\ u^2}$$

OTRA FORMA DE HACERLO

Como ABC es un triángulo rectángulo el área es la base ($\left|\overrightarrow{AB}\right|$) por la altura ($\left|\overrightarrow{AC}\right|$) dividido entre 2.

$$\left.\begin{array}{l} \overrightarrow{AB} = (6,3,-3) \\ \overrightarrow{AC} = (-3,3,-3) \end{array}\right\} \Rightarrow \text{Área} = \frac{\left|\overrightarrow{AB}\right|\cdot\left|\overrightarrow{AC}\right|}{2} = \frac{\sqrt{6^2+3^2+(-3)^2}\sqrt{(-3)^2+3^2+(-3)^2}}{2} = \frac{27\sqrt{2}}{2}$$

6: Considere el plano π de ecuación $\pi: 2x + ay - 2z = -4$ y la recta r dada por

$$r: \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-5}{-2}.$$

a) **[1,25 p.]** Estudie la posición relativa del plano π y de la recta r en función del parámetro a.

Se sabe que cuando $a = 1$ la recta r corta al plano π. Para ese valor de a:

b) **[0,75 p.]** Calcule el punto de corte de la recta r y el plano π.
c) **[0,5 p.]** Calcule el ángulo que forman.

a) Determinamos el vector normal del plano y el director de la recta y obtenemos el valor de su producto escalar.

$$\pi: 2x + ay - 2z = -4 \Rightarrow \vec{n} = (2, a, -2)$$

$$r: \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-5}{-2} \Rightarrow r: \begin{cases} P_r(-1,-1,5) \\ \overrightarrow{u_r} = (2,1,-2) \end{cases}$$

$$\vec{n} \cdot \overrightarrow{u_r} = (2, a, -2)(2,1,-2) = 4 + a + 4 = 8 + a$$

Este producto puede ser nulo o no, dando lugar a dos situaciones distintas que analizamos por separado.

- Si $a = -8$ el producto escalar es nulo y por tanto los vectores son ortogonales. En este caso recta y plano son paralelos o la recta está contenida en el plano.

Comprobamos si el punto P_r de la recta está en el plano.

$$\left.\begin{array}{l} \pi: 2x - 8y - 2z = -4 \\ ¿P_r(-1,-1,5) \in \pi? \end{array}\right\} \Rightarrow ¿-2 + 8 - 10 = -4? \rightarrow ¡\mathit{Cierto}!$$

El punto de la recta está en el plano y por tanto la recta está contenida en el plano.

- Si $a \neq -8$ el producto escalar no es nulo y los vectores no son ortogonales, por lo que recta y plano son secantes, coinciden en un punto.

b) Para $a = 1$ la recta r corta al plano π en un punto A.

$$r: \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-5}{-2} \Rightarrow r: \begin{cases} P_r(-1,-1,5) \\ \overrightarrow{u_r} = (2,1,-2) \end{cases} \Rightarrow r: \begin{cases} x = -1 + 2\lambda \\ y = -1 + \lambda \\ z = 5 - 2\lambda \end{cases}$$

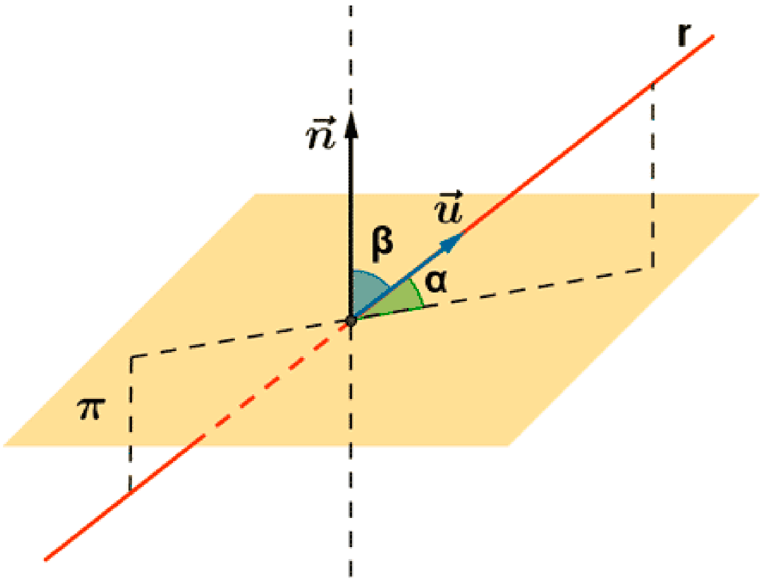
$$\left.\begin{array}{l} \pi: 2x + y - 2z = -4 \\ r: \begin{cases} x = -1 + 2\lambda \\ y = -1 + \lambda \\ z = 5 - 2\lambda \end{cases} \end{array}\right\} \Rightarrow 2(-1 + 2\lambda) - 1 + \lambda - 2(5 - 2\lambda) = -4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -2 + 4\lambda - 1 + \lambda - 10 + 4\lambda = -4 \Rightarrow 9\lambda = 9 \Rightarrow \lambda = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -1+2 = 1 \\ y = -1+1 = 0 \Rightarrow \boxed{A(1,0,3)} \\ z = 5-2 = 3 \end{cases}$$

El punto de corte de recta y plano es el punto *A(1, 0, 3)*.

c) El ángulo que forman plano y recta (α) lo determina el ángulo que forma el vector normal del plano y el vector director de la recta (β).

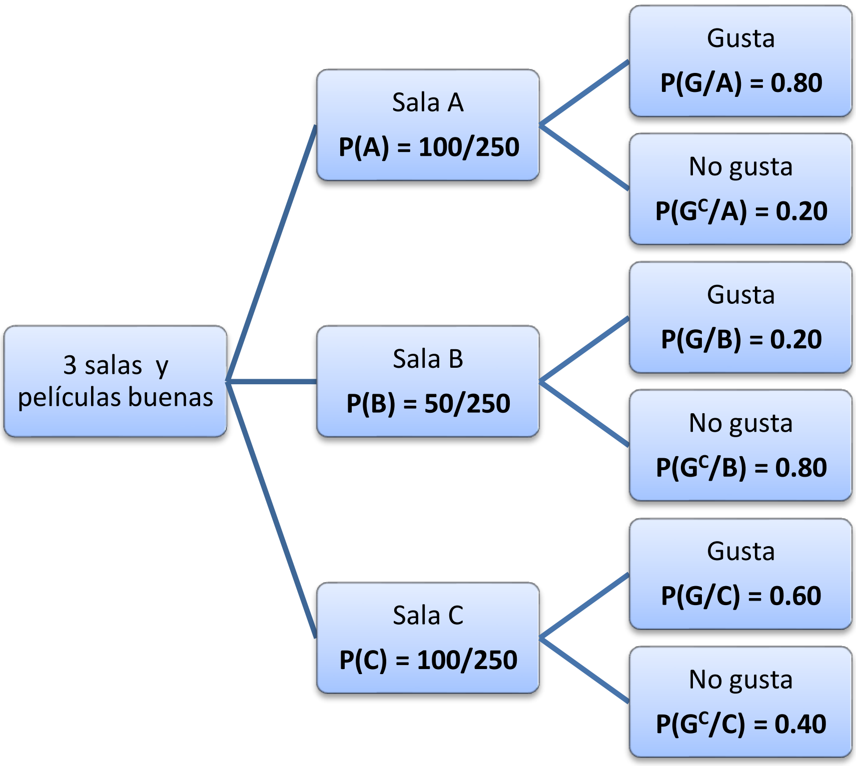


$$\left.\begin{array}{l} \pi : 2x+y-2z=-4 \Rightarrow \vec{n}=(2,1,-2) \\ r : \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-5}{-2} \Rightarrow \overrightarrow{u_r}=(2,1,-2) \end{array}\right\}$$

Como estos vectores son iguales entonces $\beta = 0$, significa que recta y plano son perpendiculares (α = 90º).
Recta y plano forman un ángulo de 90º.

7: En un cine hay 3 salas y un total de 250 espectadores repartidos de la siguiente manera: 100 espectadores en la sala A, 50 en la sala B y 100 en la sala C. Se sabe que la película de la sala A gusta al 80 % de los espectadores, la de la sala B al 20 % de los espectadores y la de la sala C al 60 % de los espectadores. A la salida de las tres películas se elige un espectador al azar. Calcule:
a) **[0,25 p.]** La probabilidad de que el espectador haya estado en la sala C.
b) **[0,5 p.]** La probabilidad de que le haya gustado la película, sabiendo que ha estado en la sala C.
c) **[0,5 p.]** La probabilidad de que le haya gustado la película y haya estado en la sala C.
d) **[0,5 p.]** La probabilidad de que le haya gustado la película.
e) **[0,5 p.]** La probabilidad de que le haya gustado la película o haya estado en la sala C.

Realizamos un diagrama de árbol para establecer las probabilidades de los distintos sucesos del experimento.



a) Este es un dato proporcionado en el ejercicio: $P(C)=\dfrac{100}{250}=\boxed{\dfrac{2}{5}=0.4}$

b) Este es un dato proporcionado en el ejercicio: $P(G/C)=\boxed{0.60}$

c) $P(C\cap G)=P(C)P(G/C)=0.4\cdot 0.6=\boxed{0.24}$

d) Aplicamos el teorema de la probabilidad total.

$$P(G)=P(A)P(G/A)+P(B)P(G/B)+P(C)P(G/C)=$$

$$=0.4\cdot 0.8+\frac{50}{250}\cdot 0.2+0.24=\boxed{0.6}$$

e) $P(G\cup C)=P(G)+P(C)-P(G\cap C)=0.6+0.4-0.24=\boxed{0.76}$

8: En este ejercicio trabaje con 4 decimales para las probabilidades y 2 decimales para los porcentajes.

El peso de los recién nacidos en la Región de Murcia sigue una distribución normal de media μ y desviación típica σ desconocidas. Se sabe que el 67 % de los recién nacidos pesan menos de 3,464 kg y que el 1,5 % de los recién nacidos pesan más de 4,502 kg.
a) **[0,5 p.]** ¿Cuál es el porcentaje de recién nacidos cuyo peso está comprendido entre 3,464 y 4,502 kg?
b) **[1 p.]** Calcule la media y la desviación típica de esta distribución.
c) **[1 p.]** Calcule el porcentaje de recién nacidos que pesan menos de 2,33 kg.

X = El peso de los recién nacidos en la Región de Murcia.

$$X = N(\mu,\sigma)$$

a) Sabemos que $P(X \leq 3.464) = 0.67$ y que $P(X \geq 4.502) = 0.015$.

$$P(X \geq 4.502) = 0.015 \Rightarrow P(X \leq 4.502) = 1 - 0.015 = 0.985$$

Nos piden calcular $P(3.464 \leq X \leq 4.502)$.

$$P(3.464 \leq X \leq 4.502) = P(X \leq 4.502) - P(X \leq 3.464) = 0.985 - 0.67 = \boxed{0.315}$$

b) Sabemos que $P(X \leq 4.502) = 0.985$.

$$P(X \leq 4.502) = 0.985 \Rightarrow \{Tipificamos\} \Rightarrow P\left(Z \leq \frac{4.502-\mu}{\sigma}\right) = 0.985 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left\{\begin{array}{l}\text{Miramos en la}\\ \text{tabla N(0, 1)}\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{4.502-\mu}{\sigma} = 2.17 \Rightarrow 4.502 - \mu = 2.17\sigma \Rightarrow \boxed{4.502 - 2.17\sigma = \mu}$$

Sabemos que $P(X \leq 3.464) = 0.67$.

$$P(X \leq 3.464) = 0.67 \Rightarrow \{Tipificamos\} \Rightarrow P\left(Z \leq \frac{3.464-\mu}{\sigma}\right) = 0.67 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left\{\begin{array}{l}\text{Miramos en la}\\ \text{tabla N(0, 1)}\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{3.464-\mu}{\sigma} = 0.44 \Rightarrow 3.464 - \mu = 0.44\sigma \Rightarrow \boxed{\mu = 3.464 - 0.44\sigma}$$

Reunimos las dos ecuaciones en un sistema y lo resolvemos.

$$\left.\begin{array}{r}\mu = 3.464 - 0.44\sigma\\ 4.502 - 2.17\sigma = \mu\end{array}\right\} \Rightarrow 4.502 - 2.17\sigma = 3.464 - 0.44\sigma \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4.502 - 3{,}464 = 2.17\sigma - 0.44\sigma \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1.038 = 1.73\sigma \Rightarrow \boxed{\sigma = \frac{1.038}{1.73} = 0.6} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\mu = 3.464 - 0.44 \cdot 0.6 = 3.2}$$

La media es de 3.2 kg y la desviación típica es de 0.6 kg.

c) Nos piden calcular $P(X \leq 2.33)$.

$$P(X \leq 2.33) = \{Tipificamos\} = P\left(Z \leq \frac{2.33-3.2}{0.6}\right) = P(Z \leq -1.45) =$$

$$= P(Z \geq 1.45) = 1 - P(Z \leq 1.45) = \left\{\begin{array}{l}\text{Miramos en la} \\ \text{tabla N(0, 1)}\end{array}\right\} = 1 - 0.9265 = \boxed{0.0735}$$

El porcentaje de niños que pesan menos de 2.33 kg es de 7.35 %.