

EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL
ACCESO A LA UNIVERSIDAD

LOMCE – JULIO 2023

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

INDICACIONES

1. El examen consta de seis ejercicios, de los cuales se resolverán únicamente tres (cualesquiera).
2. En caso de intentar resolver más de tres ejercicios, se corregirán únicamente los tres primeros que aparezcan en el cuadernillo del examen.
3. La puntuación máxima de cada ejercicio es de 2.5 puntos (dentro de cada ejercicio, la puntuación máxima de cada apartado se indica entre corchetes). La nota del examen será el resultado de dividir por 0.75 la suma de la puntuación obtenida en los tres ejercicios.
4. Se valorará positivamente la explicación de los diferentes pasos seguidos en la resolución de cada ejercicio, así como la claridad de exposición. No se admitirá ningún resultado que no esté debidamente justificado.
5. Queda prohibido el uso de calculadoras gráficas y/o programables, así como el de cualquier dispositivo con capacidad de almacenar y/o transmitir datos.

Ejercicio 1 [2,5 PUNTOS]

Una empresa de 244 trabajadores se compone de operarios, supervisores y gerentes; siendo el número de operarios ocho veces el de gerentes. Además, se sabe que un día en el que faltaron la mitad de los supervisores y el 60 % de los gerentes, el número de operarios fue cuatro veces la suma de los supervisores y los gerentes que se quedaron.

- A. [1,25 PUNTOS] Plantee un sistema de ecuaciones que permita calcular cuántos operarios, cuántos supervisores y cuántos gerentes componen la empresa.
- B. [1,25 PUNTOS] Resuélvalo.

Ejercicio 2 [2,5 PUNTOS]

Una empresa de alquiler de vehículos necesita ampliar su flota con el objetivo de maximizar beneficios, para lo cual adquiere nuevos utilitarios y deportivos. Como máximo, tiene planeado adquirir un total de 120 vehículos. Tiene claro que no comprará más de 90 utilitarios ni menos de 10 deportivos. Además, quiere que el número de utilitarios sea, al menos, el doble del de deportivos. Teniendo en cuenta que al final de su vida útil espera haber obtenido un beneficio de 25000 € por cada utilitario y de 40000 € por cada deportivo:

- A. [0,75 PUNTOS] Plantee la función objetivo y el conjunto de restricciones que describen el problema.
- B. [1 PUNTO] Dibuje la región factible en el plano, identificando claramente sus vértices.
- C. [0,5 PUNTOS] ¿Cuántos utilitarios y cuántos deportivos debe adquirir la empresa para maximizar el beneficio?
- D. [0,25 PUNTOS] ¿A cuánto asciende dicho beneficio?
- .

Ejercicio 3 [2,5 PUNTOS]

Dadas las funciones $f(x) = -x^2 + 6x$ y $g(x) = x^2 - 2x$

- A. [0,5 PUNTOS] Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de ambas funciones.
- B. [0,5 PUNTOS] ¿Cuáles y de qué tipo (máximo/mínimo relativo/absoluto) son los extremos de ambas funciones?
- C. [0,5 PUNTOS] Dibuje la gráfica de ambas funciones, indicando claramente sus puntos de corte con los ejes OX y OY, así como los puntos de corte entre f y g .
- D. [1 PUNTO] Calcule el área de la región que queda encerrada entre f y g .

Ejercicio 4 [2,5 PUNTOS]

- A. [1,25 PUNTOS] Una frutería ha conseguido determinar que el peso total de la fruta que guarda en el almacén, expresado en kilogramos, viene dado por la función $P(t) = 30t^2 - 240t + 3000$, donde $t \in [0, 6]$ representa las horas transcurridas desde el momento de la apertura. ¿En qué momento hay menos fruta en el almacén? ¿Cuántos kilogramos hay en ese momento?
- B. [1,25 PUNTOS] En una sastrería familiar, el coste total que supone producir x pantalones, en €, viene dado por la función $C(x) = 120x + 700$. Por otro lado, el precio de venta de esos x pantalones, en €, viene dado por la función $P(x) = x(200 - x)$. Suponiendo que todos los pantalones que se producen se venden, ¿cuántos pantalones habría que producir para que el beneficio obtenido sea máximo?

Ejercicio 5 [2,5 PUNTOS]

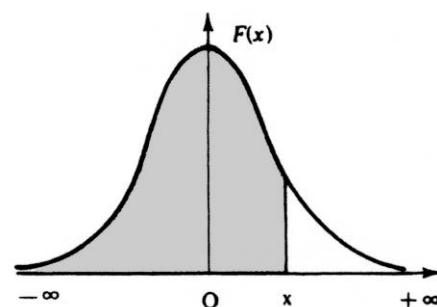
- A. [1,25 PUNTOS] Con un nivel de confianza del 95 % se ha determinado que el intervalo de confianza para el tiempo medio de vida útil de los microondas que fabrica una cierta marca de electrodomésticos es (8.2 años, 9.4 años). Sabiendo que el tiempo de vida útil de estos microondas es una variable que sigue una distribución normal de desviación típica 3.2 años, halle el tamaño mínimo que debe presentar una muestra de microondas, escogidos aleatoriamente, que permita obtener el intervalo de confianza indicado.
- B. [1,25 PUNTOS] En un aeropuerto, el tiempo que tarda un viajero en llegar al avión desde que atraviesa el control de seguridad sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica de 2 minutos. A partir de una muestra de 125 viajeros, escogidos al azar, se determinó que el tiempo medio para llegar al avión tras atravesar el control de seguridad es de 16 minutos. Halle el intervalo de confianza para la media de la distribución con un nivel de confianza del 97.5 %.

Ejercicio 6 [2,5 PUNTOS]

El 55 % de los artículos que fabrica una empresa de iluminación son bombillas, el 30 % fluorescentes y el resto halógenos. Tras un análisis en el departamento de calidad se encuentra que el 2 % de las bombillas, el 1 % de los fluorescentes y el 3 % de los halógenos que se producen presenta algún tipo de defecto de fábrica. Si se escoge un producto al azar de los que se producen:

- A. [0,5 PUNTOS] ¿Cuál es la probabilidad de que sea un fluorescente y no presente ningún defecto de fábrica?
- B. [0,5 PUNTOS] ¿Cuál es la probabilidad de que sea una bombilla y presente algún defecto de fábrica?
- C. [0,75 PUNTOS] ¿Cuál es la probabilidad de que presente algún defecto de fábrica?
- D. [0,75 PUNTOS] Si no presenta ningún defecto de fábrica, ¿cuál es la probabilidad de que sea un halógeno?

$$F(x) = p(X \leq x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}t^2} dt$$



x	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998
3.6	.9998	.9998	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999

SOLUCIONES

Ejercicio 1 [2,5 PUNTOS]

Una empresa de 244 trabajadores se compone de operarios, supervisores y gerentes; siendo el número de operarios ocho veces el de gerentes. Además, se sabe que un día en el que faltaron la mitad de los supervisores y el 60 % de los gerentes, el número de operarios fue cuatro veces la suma de los supervisores y los gerentes que se quedaron.

A. [1,25 PUNTOS] Plantee un sistema de ecuaciones que permita calcular cuántos operarios, cuántos supervisores y cuántos gerentes componen la empresa.

B. [1,25 PUNTOS] Resuélvalo.

A. Llamamos “x” al número de operarios, “y” al número de supervisores, “z” al número de gerentes.

“Una empresa de 244 trabajadores se compone de operarios, supervisores y gerentes” $\rightarrow x + y + z = 244$

“El número de operarios ocho veces el de gerentes” $\rightarrow x = 8z$

“Un día en el que faltaron la mitad de los supervisores y el 60 % de los gerentes, el número de operarios fue cuatro veces la suma de los supervisores y los gerentes que se quedaron” $\rightarrow$ “Quedaron la mitad de los supervisores y el 40 % de los gerentes. No faltó ningún operario” $\rightarrow$

$$x = 4\left(\frac{y}{2} + 0.4 \cdot z\right)$$

Reunimos todas las ecuaciones en un sistema.

$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 244 \\ x = 4\left(\frac{y}{2} + 0.4 \cdot z\right) \\ x = 8z \end{array} \right\}$$

B. Lo resolvemos.

$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 244 \\ x = 4\left(\frac{y}{2} + 0.4 \cdot z\right) \\ x = 8z \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y + z = 244 \\ x = 2y + 1.6z \\ x = 8z \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 8z + y + z = 244 \\ 8z = 2y + 1.6z \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} y + 9z = 244 \\ 6.4z = 2y \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} y + 9z = 244 \\ 3.2z = y \end{array} \right\} \Rightarrow 3.2z + 9z = 244 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 12.2z = 244 \Rightarrow \boxed{z = \frac{244}{12.2} = 20} \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} y = 3.2 \cdot 20 = 64 \\ x = 8 \cdot 20 = 160 \end{array}}$$

La empresa tiene 160 operarios, 64 supervisores y 20 gerentes.

Ejercicio 2 [2,5 PUNTOS]

Una empresa de alquiler de vehículos necesita ampliar su flota con el objetivo de maximizar beneficios, para lo cual adquiere nuevos utilitarios y deportivos. Como máximo, tiene planeado adquirir un total de 120 vehículos. Tiene claro que no comprará más de 90 utilitarios ni menos de 10 deportivos. Además, quiere que el número de utilitarios sea, al menos, el doble del de deportivos. Teniendo en cuenta que al final de su vida útil espera haber obtenido un beneficio de 25000 € por cada utilitario y de 40000 € por cada deportivo:

- A.** [0,75 PUNTOS] Plantee la función objetivo y el conjunto de restricciones que describen el problema.
B. [1 PUNTO] Dibuje la región factible en el plano, identificando claramente sus vértices.
C. [0,5 PUNTOS] ¿Cuántos utilitarios y cuántos deportivos debe adquirir la empresa para maximizar el beneficio?
D. [0,25 PUNTOS] ¿A cuánto asciende dicho beneficio?

A. Llamamos x = número de utilitarios, y = número de deportivos.

La función objetivo que deseamos maximizar es el beneficio que viene expresado como:

$$B(x, y) = 25000x + 40000y$$

Las restricciones son:

“Como máximo, tiene planeado adquirir un total de 120 vehículos” $\rightarrow x + y \leq 120$

“Tiene claro que no comprará más de 90 utilitarios ni menos de 10 deportivos” $\rightarrow x \leq 90; y \geq 10$

“El número de utilitarios sea, al menos, el doble del de deportivos” $\rightarrow x \geq 2y$

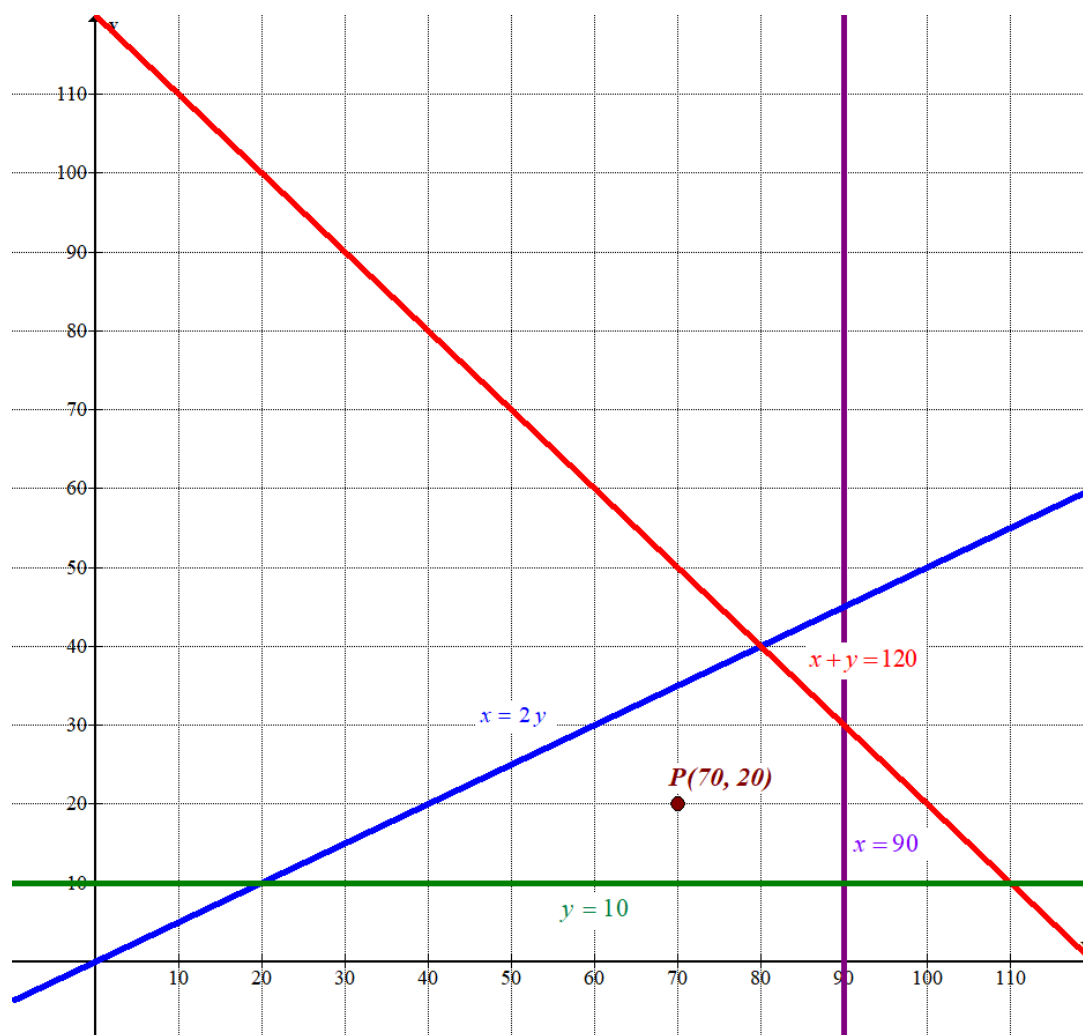
Las cantidades deben ser positivas $\rightarrow x \geq 0; y \geq 0$

Reunimos todas las restricciones en un sistema de inecuaciones:

$$\left. \begin{array}{l} x + y \leq 120 \\ x \leq 90; y \geq 10 \\ x \geq 2y \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{array} \right\}$$

B. Dibujamos las rectas que delimitan la región factible.

$x + y = 120$		$x = 2y$		$y = 10$		$x = 90$		$x \geq 0; y \geq 0$ Primer cuadrante
x	$y = 120 - x$	x	$y = \frac{x}{2}$	x	$y = 10$	$x = 90$	y	
0	120	20	10	20	10	90	10	
80	40	80	40	90	10	90	20	
90	30	100	50					



Como las restricciones del problema son

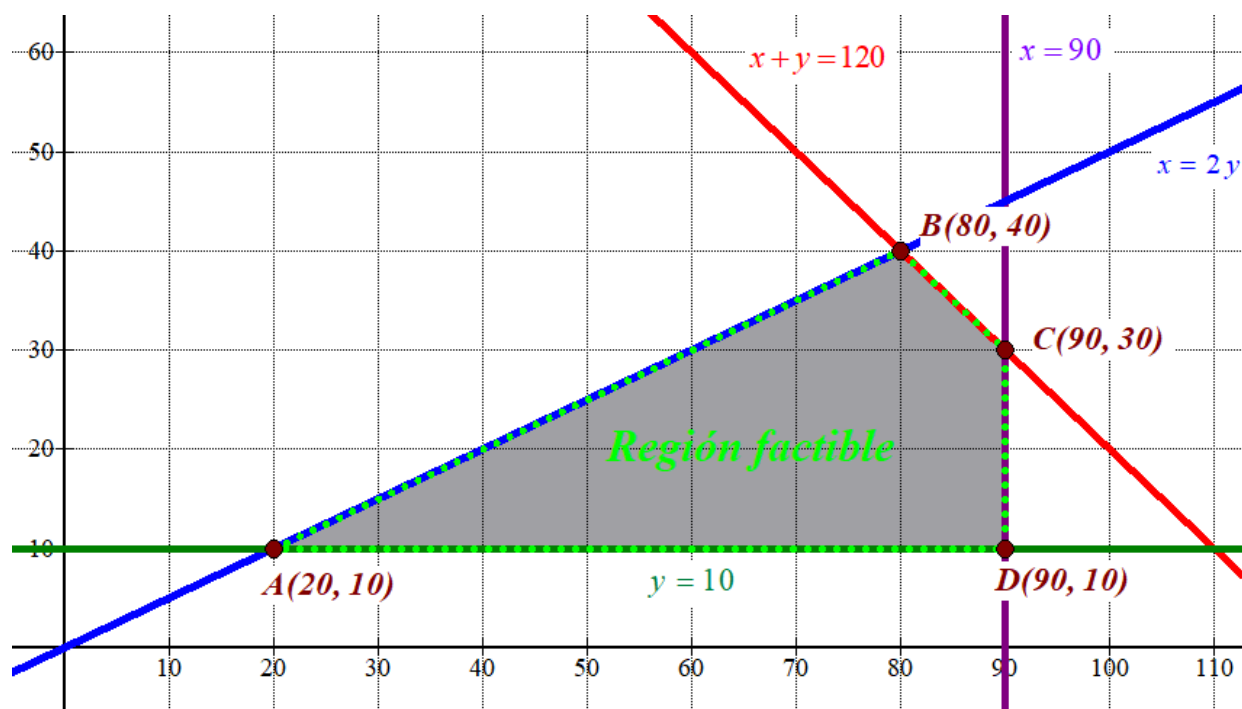
$$\left. \begin{array}{l} x + y \leq 120 \\ x \leq 90; y \geq 10 \\ x \geq 2y \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{array} \right\} \text{ la región factible es la región del primer}$$

cuadrante que está por debajo de las rectas azul y roja, por encima de la recta horizontal verde y a la izquierda de la recta vertical violeta.

Comprobamos que el punto $P(70, 20)$ perteneciente a dicha región cumple las restricciones.

$$\left. \begin{array}{l} 70 + 20 \leq 120 \\ 70 \leq 90; 20 \geq 10 \\ 70 \geq 2 \cdot 20 \\ 70 \geq 0; 20 \geq 0 \end{array} \right\} \text{ ¡Se cumplen todas!}$$

Coloreamos de gris la región factible en el siguiente dibujo y determinamos las coordenadas de sus vértices.



Los vértices son A(20, 10); B(80, 40); C(90, 30) y D(90, 10).

C. Valoramos la función objetivo $B(x, y) = 25000x + 40000y$ en cada vértice en busca del valor máximo.

$$A(20, 10) \rightarrow B(20, 10) = 500000 + 400000 = 900.000$$

$$B(80, 40) \rightarrow B(80, 40) = 2000000 + 1600000 = 3.600.000 \text{ ¡Máximo!}$$

$$C(90, 30) \rightarrow B(90, 30) = 2250000 + 1200000 = 3.450.000$$

$$D(90, 10) \rightarrow B(90, 10) = 2250000 + 400000 = 2.650.000$$

El máximo beneficio se obtiene en el vértice B(80, 40). Se deben comprar 80 utilitarios y 40 deportivos para obtener un beneficio máximo.

D. El beneficio máximo que se puede obtener es de 3.600.000 euros.

Ejercicio 3 [2,5 PUNTOS]

Dadas las funciones $f(x) = -x^2 + 6x$ y $g(x) = x^2 - 2x$

- A.** [0,5 PUNTOS] Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de ambas funciones.
B. [0,5 PUNTOS] ¿Cuáles y de qué tipo (máximo/mínimo relativo/absoluto) son los extremos de ambas funciones?
C. [0,5 PUNTOS] Dibuje la gráfica de ambas funciones, indicando claramente sus puntos de corte con los ejes OX y OY, así como los puntos de corte entre f y g .
D. [1 PUNTO] Calcule el área de la región que queda encerrada entre f y g .

A. Usamos la derivada para encontrar los puntos críticos.

$$\left. \begin{array}{l} f'(x) = -2x + 6 \\ f'(x) = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow -2x + 6 = 0 \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = \frac{6}{2} = 3$$

Averiguamos el signo de la derivada antes y después de $x = 3$.

En el intervalo $(-\infty, 3)$ tomamos $x = 0$ y la derivada vale $f'(0) = 6 > 0$. La función $f(x)$ crece en $(-\infty, 3)$.

En el intervalo $(3, +\infty)$ tomamos $x = 4$ y la derivada vale $f'(4) = -8 + 6 = -2 < 0$. La función $f(x)$ decrece en $(3, +\infty)$.

La función $f(x) = -x^2 + 6x$ crece en $(-\infty, 3)$ y decrece en $(3, +\infty)$.

Repetimos este estudio para la función $g(x) = x^2 - 2x$.

$$\left. \begin{array}{l} g'(x) = 2x - 2 \\ f'(x) = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow 2x - 2 = 0 \Rightarrow 2x = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{2} = 1$$

Averiguamos el signo de la derivada antes y después de $x = 1$.

En el intervalo $(-\infty, 1)$ tomamos $x = 0$ y la derivada vale $g'(0) = -2 < 0$. La función $g(x)$ decrece en $(-\infty, 1)$.

En el intervalo $(1, +\infty)$ tomamos $x = 2$ y la derivada vale $g'(2) = 4 - 2 = 2 > 0$. La función $g(x)$ crece en $(1, +\infty)$.

La función $g(x) = x^2 - 2x$ decrece en $(-\infty, 1)$ y crece en $(1, +\infty)$.

- B.** La función $f(x) = -x^2 + 6x$ crece en $(-\infty, 3)$ y decrece en $(3, +\infty)$, por lo tanto en $x = 3$ hay un máximo relativo y absoluto de la función $f(x)$.

La función $g(x) = x^2 - 2x$ decrece en $(-\infty, 1)$ y crece en $(1, +\infty)$, por lo tanto en $x = 1$ hay un mínimo relativo y absoluto de la función $g(x)$.

- C.** Hallamos los puntos de corte de las dos funciones con los ejes coordenados.

$$\left. \begin{array}{l} f(x) = -x^2 + 6x \\ x = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow f(0) = -0^2 + 6 \cdot 0 = 0 \Rightarrow \boxed{A(0,0)}$$

$$\left. \begin{array}{l} f(x) = -x^2 + 6x \\ y = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow 0 = -x^2 + 6x \Rightarrow -x(x-6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \rightarrow A(0,0) \\ x - 6 = 0 \rightarrow x = 6 \rightarrow \boxed{B(6,0)} \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} g(x) = x^2 - 2x \\ x = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow g(0) = 0^2 - 2 \cdot 0 = 0 \Rightarrow \boxed{A(0,0)}$$

$$\left. \begin{array}{l} g(x) = x^2 - 2x \\ y = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow 0 = x^2 - 2x \Rightarrow x(x-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \rightarrow A(0,0) \\ x - 2 = 0 \rightarrow x = 2 \rightarrow \boxed{C(2,0)} \end{cases}$$

Hallamos los puntos de corte de las gráficas de ambas funciones.

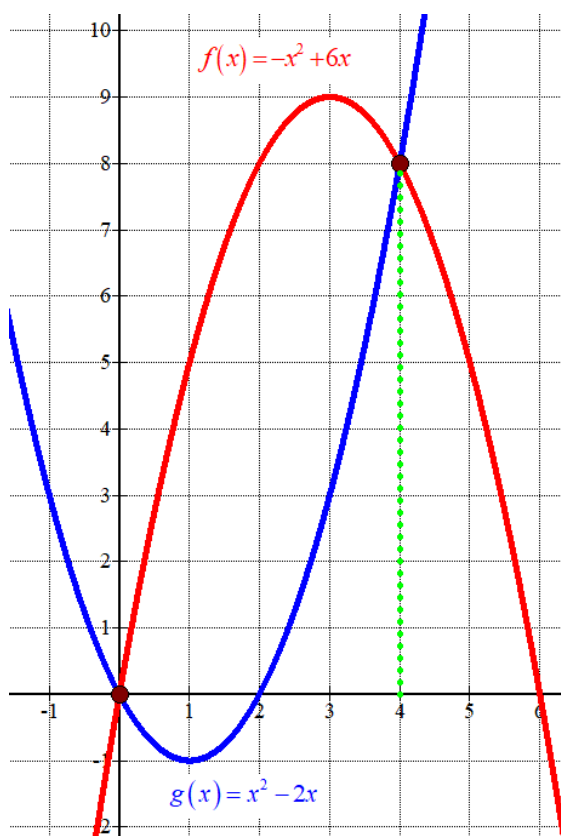
$$\left. \begin{array}{l} f(x) = -x^2 + 6x \\ g(x) = x^2 - 2x \\ f(x) = g(x) \end{array} \right\} \Rightarrow -x^2 + 6x = x^2 - 2x \Rightarrow 0 = 2x^2 - 8x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2x(x-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \rightarrow g(0) = 0^2 - 2 \cdot 0 = 0 \rightarrow \boxed{A(0,0)} \\ x - 4 = 0 \rightarrow x = 4 \rightarrow g(4) = 4^2 - 2 \cdot 4 = 8 \rightarrow \boxed{D(4,8)} \end{cases}$$

Hacemos una tabla de valores y representamos las dos gráficas.

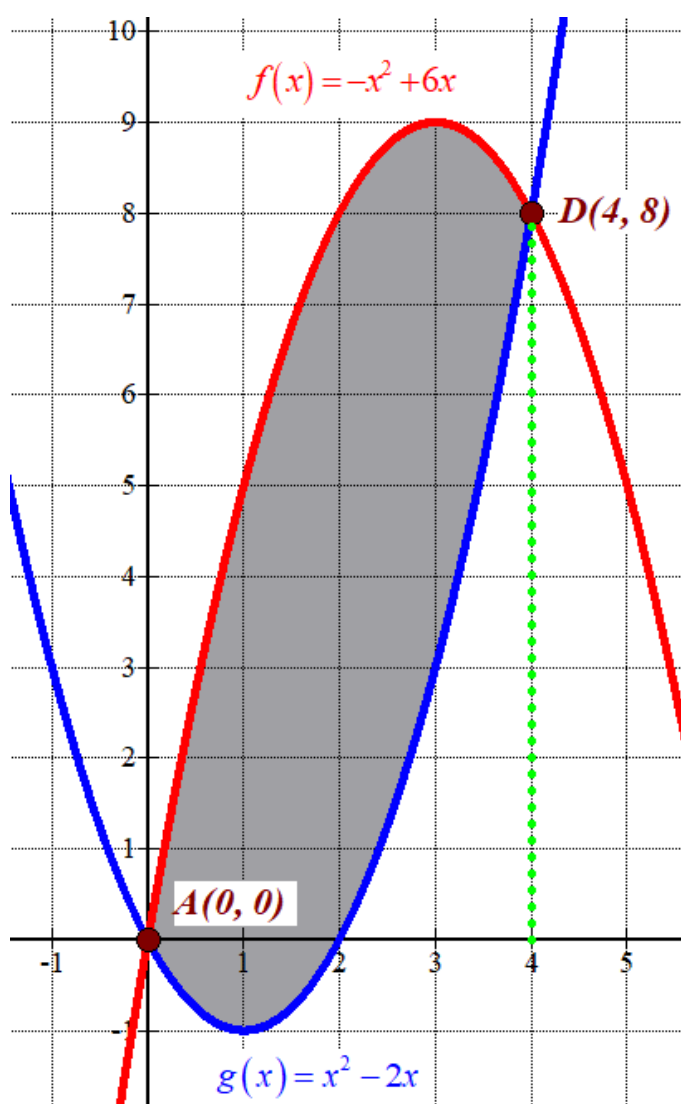
x	$y = x^2 - 2x$
0	0
2	0
4	8
6	24

x	$y = -x^2 + 6x$
0	0
2	8
4	8
6	0



- D. El área del recinto encerrado entre ambas gráficas es el valor de la integral definida de la diferencia de las dos funciones entre $x = 0$ y $x = 4$.

$$\begin{aligned} \text{Área} &= \int_0^4 f(x) - g(x) dx = \int_0^4 (-x^2 + 6x) - (x^2 - 2x) dx = \\ &= \int_0^4 -x^2 + 6x - x^2 + 2x dx = \int_0^4 -2x^2 + 8x dx = \left[-2 \frac{x^3}{3} + 4x^2 \right]_0^4 = \\ &= \left[-2 \frac{4^3}{3} + 4 \cdot 4^2 \right] - \left[-2 \frac{0^3}{3} + 4 \cdot 0^2 \right] = -\frac{128}{3} + 64 = \boxed{\frac{64}{3} \simeq 21.33 \text{ u}^2} \end{aligned}$$



Ejercicio 4 [2,5 PUNTOS]

- A.** [1,25 PUNTOS] Una frutería ha conseguido determinar que el peso total de la fruta que guarda en el almacén, expresado en kilogramos, viene dado por la función $P(t) = 30t^2 - 240t + 3000$, donde $t \in [0, 6]$ representa las horas transcurridas desde el momento de la apertura. ¿En qué momento hay menos fruta en el almacén? ¿Cuántos kilogramos hay en ese momento?
- B.** [1,25 PUNTOS] En una sastrería familiar, el coste total que supone producir x pantalones, en €, viene dado por la función $C(x) = 120x + 700$. Por otro lado, el precio de venta de esos x pantalones, en €, viene dado por la función $P(x) = x(200 - x)$. Suponiendo que todos los pantalones que se producen se venden, ¿cuántos pantalones habría que producir para que el beneficio obtenido sea máximo?

A. Utilizamos la derivada de la función para obtener sus puntos críticos.

$$\left. \begin{array}{l} P'(t) = 60t - 240 \\ P'(t) = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow 60t - 240 = 0 \Rightarrow t - 4 = 0 \Rightarrow \boxed{t = 4}$$

Sustituimos $t = 4$ en la segunda derivada para comprobar si es un máximo o un mínimo relativo.

$$P''(t) = 60 \Rightarrow P''(4) = 60 > 0 \Rightarrow t = 4 \text{ es mínimo relativo}$$

Para $t = 4$ tenemos que $P(4) = 30 \cdot 4^2 - 240 \cdot 4 + 3000 = 2520 \text{ kg}$

El número mínimo de fruta se produce a las 4 horas de estar abierta la frutería, teniendo 2520 kg de fruta en dicho momento.

B. Obtenemos la expresión del beneficio como la diferencia entre los ingresos y los costes de producción.

Los costes de producir x pantalones es $C(x) = 120x + 700$.

Los ingresos por su venta son $P(x) = x(200 - x)$.

$$B(x) = P(x) - C(x) = x(200 - x) - (120x + 700) = 200x - x^2 - 120x - 700 = -x^2 + 80x - 700$$

Buscamos el máximo de la función beneficio usando la derivada primera y segunda.

$$\left. \begin{array}{l} B'(x) = -2x + 80 \\ B'(x) = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow -2x + 80 = 0 \Rightarrow x - 40 = 0 \Rightarrow \boxed{x = 40}$$

$$B''(x) = -2 \Rightarrow B''(40) = -2 < 0 \Rightarrow x = 40 \text{ es máximo relativo}$$

Con la fabricación y venta de 40 pantalones se obtienen unos beneficios máximos.

Estos beneficios máximos tienen un valor de $B(40) = -40^2 + 80 \cdot 40 - 700 = 900$ euros.

Ejercicio 5 [2,5 PUNTOS]

- A.** [1,25 PUNTOS] Con un nivel de confianza del 95 % se ha determinado que el intervalo de confianza para el tiempo medio de vida útil de los microondas que fabrica una cierta marca de electrodomésticos es (8.2 años, 9.4 años). Sabiendo que el tiempo de vida útil de estos microondas es una variable que sigue una distribución normal de desviación típica 3.2 años, halle el tamaño mínimo que debe presentar una muestra de microondas, escogidos aleatoriamente, que permita obtener el intervalo de confianza indicado.
- B.** [1,25 PUNTOS] En un aeropuerto, el tiempo que tarda un viajero en llegar al avión desde que atraviesa el control de seguridad sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica de 2 minutos. A partir de una muestra de 125 viajeros, escogidos al azar, se determinó que el tiempo medio para llegar al avión tras atravesar el control de seguridad es de 16 minutos. Halle el intervalo de confianza para la media de la distribución con un nivel de confianza del 97.5 %.

A. $X =$ Tiempo de vida útil de un microondas (en años).

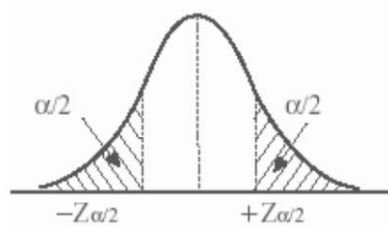
$$X = N(\mu, 3.2)$$

Como el intervalo de confianza es (8.2, 9.4) sabemos que la media muestral es el valor central del intervalo y el error la mitad de la amplitud del intervalo.

$$\bar{x} = \frac{8.2 + 9.4}{2} = 8.8 \qquad Error = \frac{9.4 - 8.2}{2} = 0.6$$

Con un nivel de confianza del 95%

$$1 - \alpha = 0.95 \rightarrow \alpha = 0.05 \rightarrow \alpha/2 = 0.025 \rightarrow 1 - \alpha/2 = 0.975 \rightarrow z_{\alpha/2} = 1.96$$



Utilizamos la fórmula del error.

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 0.6 = 1.96 \cdot \frac{3.2}{\sqrt{n}} \Rightarrow 0.6\sqrt{n} = 1.96 \cdot 3.2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{n} = \frac{1.96 \cdot 3.2}{0.6} \Rightarrow n = \left(\frac{1.96 \cdot 3.2}{0.6} \right)^2 \approx 109.27$$

El tamaño mínimo de la muestra debe ser un número entero superior al obtenido.

El tamaño mínimo de la muestra es de 110 microondas.

B.

$X =$ Tiempo que tarda un viajero en llegar al avión desde que atraviesa el control de seguridad (en minutos)

$$X = N(\mu, 2)$$

Tamaño de muestra = $n = 125$. $\bar{x} = 16$ minutos

Con un nivel de confianza del 97.5 %

$$1 - \alpha = 0,975 \rightarrow \alpha = 0,025 \rightarrow \alpha / 2 = 0,0125 \rightarrow 1 - \alpha / 2 = 0,9875 \rightarrow z_{\alpha/2} = 2.24$$

x	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838
2.2	.9854	.9858	.9861	.9864	.9868
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927

Calculamos el valor del error del intervalo de confianza.

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2.24 \cdot \frac{2}{\sqrt{125}} \approx 0.4 \text{ minutos}$$

El intervalo de confianza es:

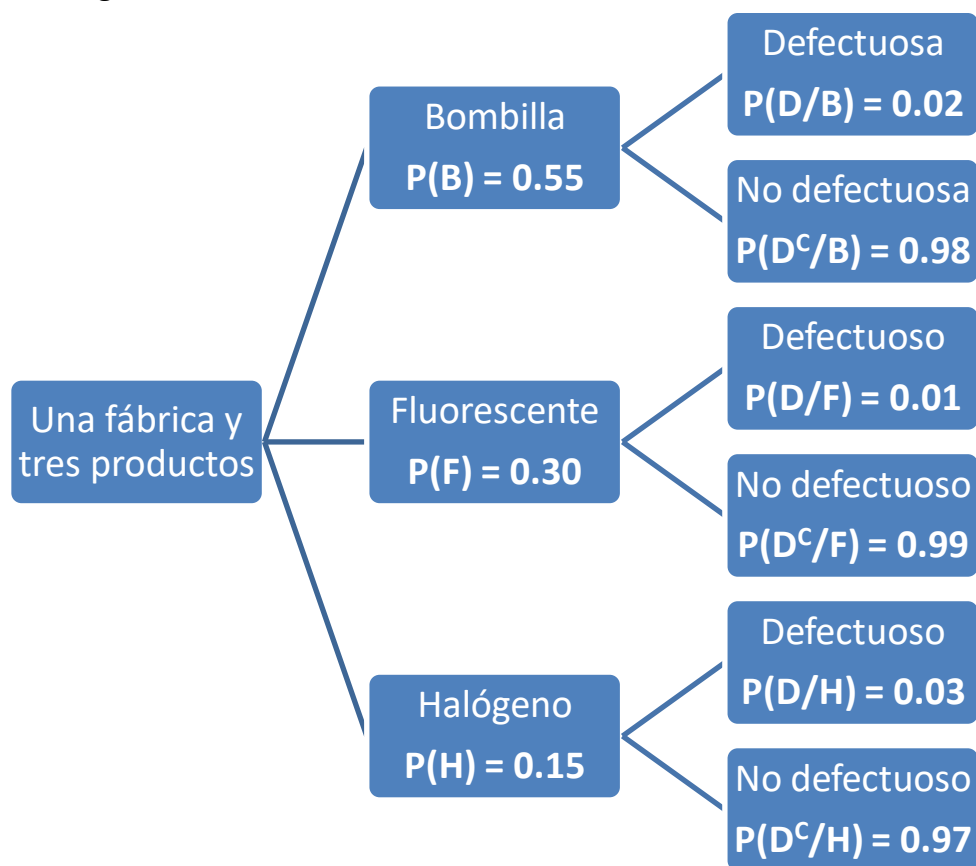
$$(\bar{x} - Error, \bar{x} + Error) = (16 - 0.4, 16 + 0.4) = (15.6, 16.4)$$

Ejercicio 6 [2,5 PUNTOS]

El 55 % de los artículos que fabrica una empresa de iluminación son bombillas, el 30 % fluorescentes y el resto halógenos. Tras un análisis en el departamento de calidad se encuentra que el 2 % de las bombillas, el 1 % de los fluorescentes y el 3 % de los halógenos que se producen presenta algún tipo de defecto de fábrica. Si se escoge un producto al azar de los que se producen:

- A.** [0,5 PUNTOS] ¿Cuál es la probabilidad de que sea un fluorescente y no presente ningún defecto de fábrica?
- B.** [0,5 PUNTOS] ¿Cuál es la probabilidad de que sea una bombilla y presente algún defecto de fábrica?
- C.** [0,75 PUNTOS] ¿Cuál es la probabilidad de que presente algún defecto de fábrica?
- D.** [0,75 PUNTOS] Si no presenta ningún defecto de fábrica, ¿cuál es la probabilidad de que sea un halógeno?

Realizamos un diagrama de árbol.



Hemos llamado B, F y H a los sucesos “ser bombilla”, “ser fluorescente” y “ser halógeno”. D al suceso “ser defectuoso”.

- A.** Nos piden calcular $P(F \cap D^c)$.

$$P(F \cap D^c) = P(F)P(D^c / F) = 0.30 \cdot 0.99 = \boxed{0.297}$$

- B.** Nos piden calcular $P(B \cap D)$.

$$P(B \cap D) = P(B)P(D / B) = 0.55 \cdot 0.02 = \boxed{0.011}$$

- C.** Nos piden calcular $P(D)$. Utilizamos el teorema de la probabilidad total.

$$\begin{aligned}P(D) &= P(B \cap D) + P(F \cap D) + P(H \cap D) = \\&= P(B)P(D/B) + P(F)P(D/F) + P(H)P(D/H) = \\&= 0.55 \cdot 0.02 + 0.30 \cdot 0.01 + 0.15 \cdot 0.03 = \boxed{0.0185}\end{aligned}$$

D. Nos piden calcular $P(H/D^c)$. Es una probabilidad a posteriori. Utilizamos el teorema de Bayes.

$$P(H/D^c) = \frac{P(H \cap D^c)}{P(D^c)} = \frac{P(H)P(D^c/H)}{1 - P(D)} = \frac{0.15 \cdot 0.97}{1 - 0.0185} = \boxed{\frac{291}{1963} \approx 0.1482}$$