



Proba de Avaliación do Bacharelato
para o Acceso á Universidade
Convocatoria extraordinaria 2023

Código: 40

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

El examen consta de 6 ejercicios, **todos con la misma valoración máxima (3,33 puntos)**, de los que puede realizar un **MÁXIMO DE 3** combinados como quiera. Si realiza más ejercicios de los permitidos, **sólo se corregirán los tres primeros realizados**.

EJERCICIO 1. Álgebra. Dada la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 2 & a & a \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

- a) Calcule los valores de a para los cuales la matriz A tiene inversa.
b) Para $a = 1$, calcule, si es posible, la inversa de la matriz A .

- c) Expresé en forma matricial el sistema de ecuaciones siguiente y resuélvalo:
- $$\begin{cases} 2x + y + z = 2 \\ 2y - z = -1 \\ x + y = 1 \end{cases}$$

EJERCICIO 2. Álgebra. Un barco pesquero se dedica a la captura de jurel y caballa. Las normas sobre cuotas son: las capturas totales no pueden exceder de 30 toneladas (Tm); la cantidad de jurel como máximo puede triplicar la de caballa y la cantidad de caballa no puede superar las 18 Tm.

Si el precio al que vende el jurel es de 5 €/kg y el de la caballa 6 €/kg

- a) Formule y resuelva el problema que determina las cantidades que debe pescar de cada especie para maximizar los ingresos, cumpliendo las normas.
b) Represente gráficamente la región factible e indique sus vértices. ¿A cuánto ascienden los ingresos máximos?
c) ¿Cumpliría las normas sobre cuotas pesqueras si captura 20 Tm de jurel y 6 Tm de caballa? Explique su respuesta.

EJERCICIO 3. Análisis. El número de ejemplares vendidos de una revista (en miles de unidades), en los primeros cinco meses del año, viene dado por la función

$$N(t) = \begin{cases} 8 - t(t - 2) & \text{si } 0 \leq t \leq 3 \\ 2t - 1 & \text{si } 3 < t \leq 5 \end{cases} \quad \text{donde } t \text{ es el tiempo transcurrido en meses}$$

- a) Estudie el crecimiento y decrecimiento del número de ejemplares vendidos. Calcule en qué momentos se produce el máximo y el mínimo número de ventas y a cuánto ascienden.
b) Represente gráficamente la función $N(t)$. Calcule el área de la región delimitada por la gráfica de la función $N(t)$, el eje de abscisas y las rectas $t = 0$ y $t = 5$.

EJERCICIO 4. Análisis. Dada la función $f(x) = \frac{x}{a} + \frac{a}{x}$, $x \neq 0$, $a \neq 0$

- a) Calcule los valores del parámetro " a " para que $f(x)$ tenga un punto crítico en $x_0 = 3$.
b) Para $a = 3$, estudie el crecimiento y decrecimiento de la función y sus máximos y mínimos, si existen. Estudie también sus intervalos de concavidad y convexidad y sus puntos de inflexión, si existen.

EJERCICIO 5. Estadística y probabilidad. En una urna A hay 8 bolas verdes y 6 rojas y en otra urna B hay 4 verdes y 5 rojas. Se lanza un dado y si sale un número menor que 3 se saca una bola de la urna A y si sale un número mayor o igual a 3 se saca la bola de la urna B. Se extrae una bola al azar,

a) Calcule la probabilidad de que la bola extraída sea roja. **b)** Sabiendo que se extrajo una bola verde, ¿Cuál es la probabilidad de que haya salido de la urna A? **c)** ¿Son independientes los sucesos “extraer bola roja” y “la bola procede de la urna A”?

EJERCICIO 6. Estadística y probabilidad. El salario (en €) de los trabajadores de una empresa se distribuye normalmente con desviación típica $\sigma = 300$ €. Se preguntó a 36 trabajadores elegidos al azar, y se establece que el salario medio de los trabajadores de la empresa oscila entre 1552€ e 1748€

a) ¿Cuál ha sido el salario medio de los trabajadores de la muestra? ¿Con qué nivel de confianza se ha establecido el intervalo anterior? **b)** Si el salario medio de los trabajadores de la empresa es $\mu = 1650$ €, ¿cuál es la probabilidad de que el salario medio de muestras de 36 trabajadores sea superior a 1590 €?

SOLUCIONES**EJERCICIO 1. Álgebra.** Dada la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 2 & a & a \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

a) Calcule los valores de a para los cuales la matriz A tiene inversa.b) Para $a = 1$, calcule, si es posible, la inversa de la matriz A .c) Exprese en forma matricial el sistema de ecuaciones siguiente y resuélvalo:
$$\begin{cases} 2x + y + z = 2 \\ 2y - z = -1 \\ x + y = 1 \end{cases}$$

a) La matriz tiene inversa si su determinante es no nulo.

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & a & a \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 0 - a + 0 - 2a - 0 + 2 = -3a + 2$$

$$|A| = 0 \Rightarrow -3a + 2 = 0 \Rightarrow 3a = 2 \Rightarrow \boxed{a = \frac{2}{3}}$$

La matriz A tiene inversa si $a \neq \frac{2}{3}$.b) Para $a = 1$ se cumple $a \neq \frac{2}{3}$ y la matriz A tiene inversa. La calculamos

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow A^t = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 0 - 1 + 0 - 2 - 0 + 2 = -1$$

$$A^{-1} = \frac{\text{Adj}(A^t)}{|A|} = \frac{\text{Adj} \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}}{-1} = - \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \end{pmatrix}$$

$$\boxed{A^{-1} = - \begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 \\ -1 & -1 & 2 \\ -2 & -1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -2 \\ 2 & 1 & -4 \end{pmatrix}}$$

c)

$$\begin{cases} 2x + y + z = 2 \\ 2y - z = -1 \\ x + y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow AX = B \Rightarrow$$

$$\Rightarrow X = A^{-1}B \Rightarrow X = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -2 \\ 2 & 1 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2+1+3 \\ 2-1-2 \\ 4-1-4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \Rightarrow \boxed{\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \\ z = -1 \end{cases}}$$

EJERCICIO 2. Álgebra. Un barco pesquero se dedica a la captura de jurel y caballa. Las normas sobre cuotas son: las capturas totales no pueden exceder de 30 toneladas (Tm); la cantidad de jurel como máximo puede triplicar la de caballa y la cantidad de caballa no puede superar las 18 Tm.

Si el precio al que vende el jurel es de 5 €/kg y el de la caballa 6 €/kg

a) Formule y resuelva el problema que determina las cantidades que debe pescar de cada especie para maximizar los ingresos, cumpliendo las normas.

b) Represente gráficamente la región factible e indique sus vértices. ¿A cuánto ascienden los ingresos máximos?

c) ¿Cumpliría las normas sobre cuotas pesqueras si captura 20 Tm de jurel y 6 Tm de caballa? Explique su respuesta.

a) Llamamos x = número de toneladas de jurel, y = número de toneladas de caballa.

Los ingresos vienen expresados por la función: $I(x, y) = 5000x + 6000y$

Las restricciones son:

“Las capturas totales no pueden exceder de 30 toneladas” $\rightarrow x + y \leq 30$

“La cantidad de jurel como máximo puede triplicar la de caballa” $\rightarrow x \leq 3y$

“La cantidad de caballa no puede superar las 18 Tm” $\rightarrow y \leq 18$

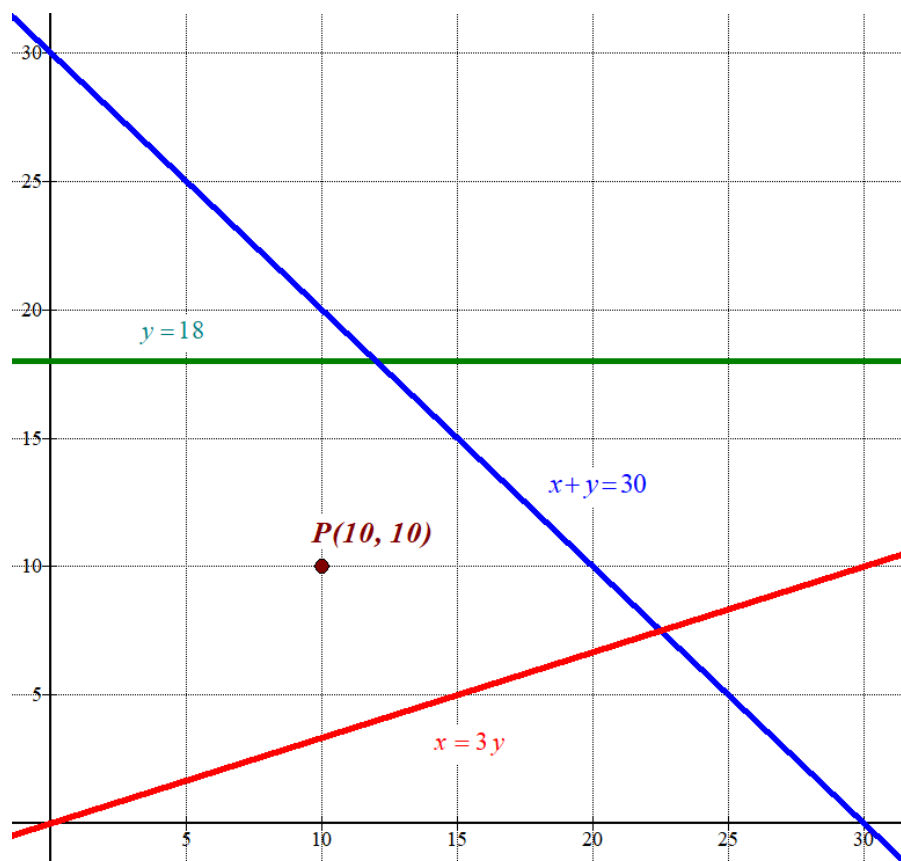
Las cantidades deben ser positivas $\rightarrow x \geq 0; y \geq 0$

Reunimos todas las inecuaciones en un sistema:

$$\left. \begin{array}{l} x \leq 3y \\ x + y \leq 30 \\ y \leq 18 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{array} \right\}$$

b) Dibujamos las rectas que delimitan la región factible.

$x = 3y$	$x + y = 30$	$y = 18$	$x \geq 0; y \geq 0$
$x \mid y = \frac{x}{3}$	$x \mid y = 30 - x$	$x \mid y = 18$	Primer cuadrante
0 $\mid$ 0	0 $\mid$ 30	0 $\mid$ 18	
3 $\mid$ 1	12 $\mid$ 18	12 $\mid$ 18	
18 $\mid$ 6	30 $\mid$ 0	20 $\mid$ 18	



Como las restricciones del problema son

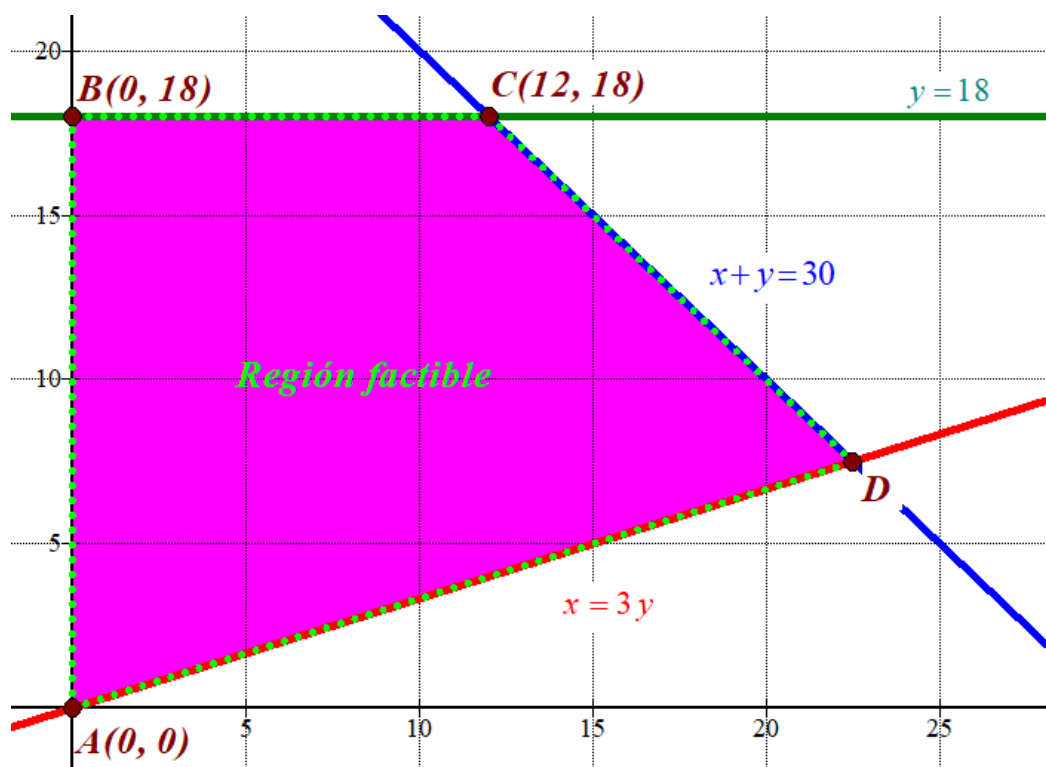
$$\left. \begin{array}{l} x \leq 3y \\ x + y \leq 30 \\ y \leq 18 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{array} \right\} \text{ la región factible es la región del primer}$$

cuadrante que está por debajo de las rectas azul y verde, y por encima de la roja.

Comprobamos que el punto $P(10, 10)$ que pertenece a dicha región cumple las restricciones.

$$\left. \begin{array}{l} 10 \leq 30 \\ 10 + 10 \leq 30 \\ 10 \leq 18 \\ 10 \geq 0; 10 \geq 0 \end{array} \right\} \text{ ¡Se cumplen todas!}$$

Coloreamos de rosa la región factible y determinamos las coordenadas de sus vértices.



Hallamos las coordenadas de los vértices C y D.

$$C \Rightarrow \begin{cases} y=18 \\ x+y=30 \end{cases} \Rightarrow x+18=30 \Rightarrow x=12 \Rightarrow \boxed{C(12,18)}$$

$$D \Rightarrow \begin{cases} x=3y \\ x+y=30 \end{cases} \Rightarrow 3y+y=30 \Rightarrow 4y=30 \Rightarrow y=\frac{30}{4}=7.5 \Rightarrow x=3 \cdot 7.5=22.5 \Rightarrow \boxed{D(22.5,7.5)}$$

Los vértices son A(0, 0); B(0, 18); C(12, 18) y D(22.5, 7.5).

Valoramos la función objetivo $I(x, y) = 5000x + 6000y$ en cada vértice en busca del valor máximo.

$$A(0,0) \rightarrow I(0,0) = 0$$

$$B(0, 18) \rightarrow I(0,18) = 0 + 6000 \cdot 18 = 108.000$$

$$C(12, 18) \rightarrow I(12,18) = 5000 \cdot 12 + 6000 \cdot 18 = 168.000 \text{ ¡Máximo!}$$

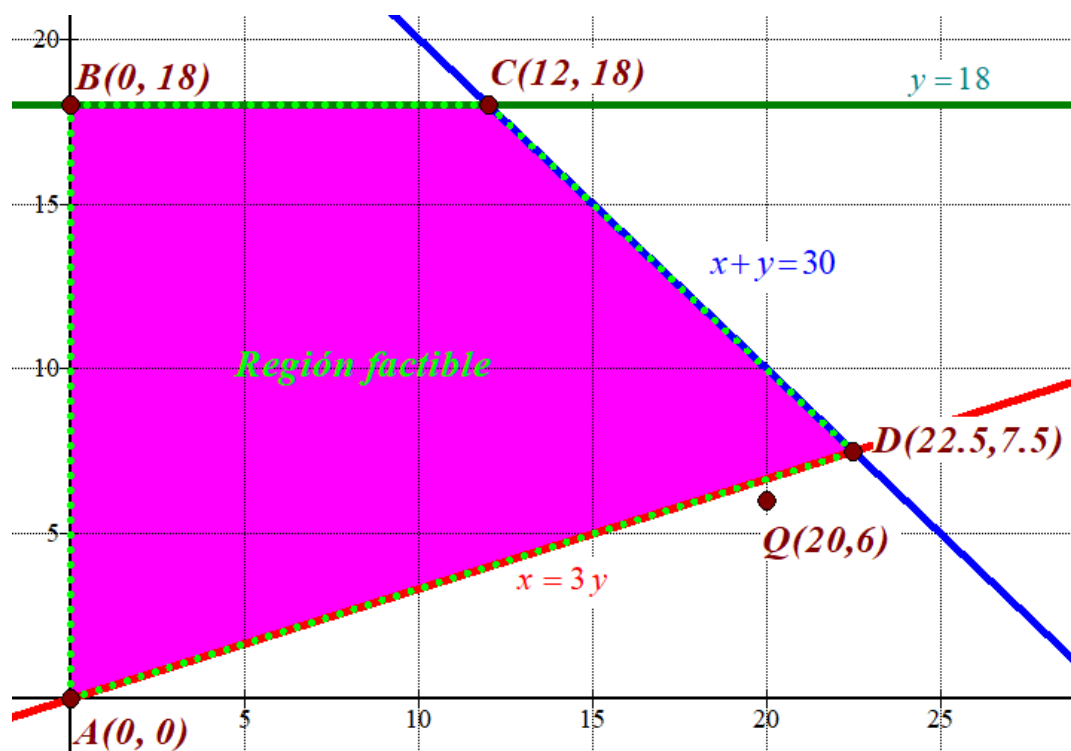
$$D(22.5, 7.5) \rightarrow I(22.5,7.5) = 5000 \cdot 22.5 + 6000 \cdot 7.5 = 157.500$$

Los ingresos máximos son de 168.000 € y se produce en el vértice C (12, 18) que significa capturar 12 toneladas de jurel y 18 toneladas de caballa.

- c) Los valores proporcionados corresponden con el punto Q(20, 6). Comprobamos si cumple todas las restricciones.

$$\left. \begin{array}{l} 20 \leq 3 \cdot 6 \\ 20 + 6 \leq 30 \\ 6 \leq 18 \\ 20 \geq 0; 6 \geq 0 \end{array} \right\} \text{ No se cumplen todas las normas sobre cuotas pesqueras.}$$

También se puede comprobar visualmente que el punto $Q(20, 6)$ no pertenece a la región factible.



EJERCICIO 3. Análisis. El número de ejemplares vendidos de una revista (en miles de unidades), en los primeros cinco meses del año, viene dado por la función

$$N(t) = \begin{cases} 8-t(t-2) & \text{si } 0 \leq t \leq 3 \\ 2t-1 & \text{si } 3 < t \leq 5 \end{cases} \quad \text{donde } t \text{ es el tiempo transcurrido en meses}$$

- a) Estudie el crecimiento y decrecimiento del número de ejemplares vendidos. Calcule en qué momentos se produce el máximo y el mínimo número de ventas y a cuánto ascienden.
b) Represente gráficamente la función $N(t)$. Calcule el área de la región delimitada por la gráfica de la función $N(t)$, el eje de abscisas y las rectas $t = 0$ y $t = 5$.

a) Utilizamos la derivada y según sea su signo la función crece o decrece.

$$N(t) = \begin{cases} 8-t(t-2) = 8-t^2+2t & \text{si } 0 \leq t \leq 3 \\ 2t-1 & \text{si } 3 < t \leq 5 \end{cases}$$

$$N'(t) = \begin{cases} -2t+2 & \text{si } 0 \leq t < 3 \\ 2 & \text{si } 3 < t \leq 5 \end{cases}$$

$$N'(t) = 0 \Rightarrow -2t+2=0 \Rightarrow t=1 \in [0,3)$$

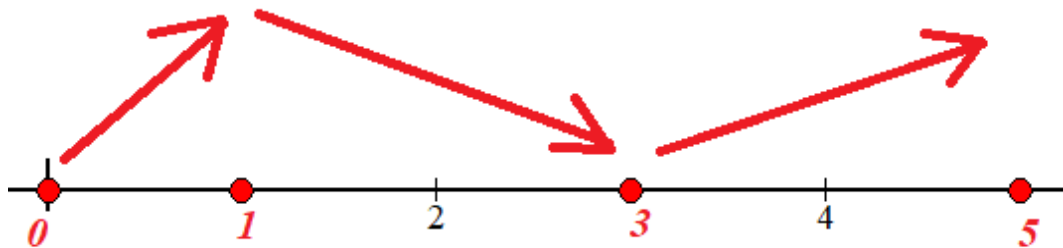
Estudiamos el signo de la derivada antes, entre y después de $t = 0$, $t = 1$ y $t = 3$.

En el intervalo $(0, 1)$ tomamos $t = 0.5$ y la derivada vale $N'(0.5) = -1+2=1 > 0$. La función crece en $(0, 1)$.

En el intervalo $(1, 3)$ tomamos $t = 2$ y la derivada vale $N'(2) = -2 \cdot 2 + 2 = -2 < 0$. La función decrece en $(1, 3)$.

En el intervalo $(3, 5)$ la derivada es siempre positiva: $N'(t) = 2 > 0$. La función crece en $(3, 5)$.

La función sigue el esquema siguiente.



La función crece en $(0, 1) \cup (3, 5)$ y decrece en $(1, 3)$.

Comprobamos si la función es continua en el cambio de definición $t = 3$.

$$\left. \begin{aligned} N(3) &= 8-3(3-2) = 5 \\ \lim_{t \rightarrow 3^-} N(t) &= \lim_{t \rightarrow 3^-} 8-t(t-2) = 5 \\ \lim_{t \rightarrow 3^+} N(t) &= \lim_{t \rightarrow 3^+} 2t-1 = 5 \end{aligned} \right\} \Rightarrow N(3) = \lim_{t \rightarrow 3^-} N(t) = \lim_{t \rightarrow 3^+} N(t) = 5$$

La función es continua en $t = 3$. La función es continua en todo su dominio.

En $t = 1$ la función presenta un máximo relativo y en $t = 3$ presenta un mínimo relativo.

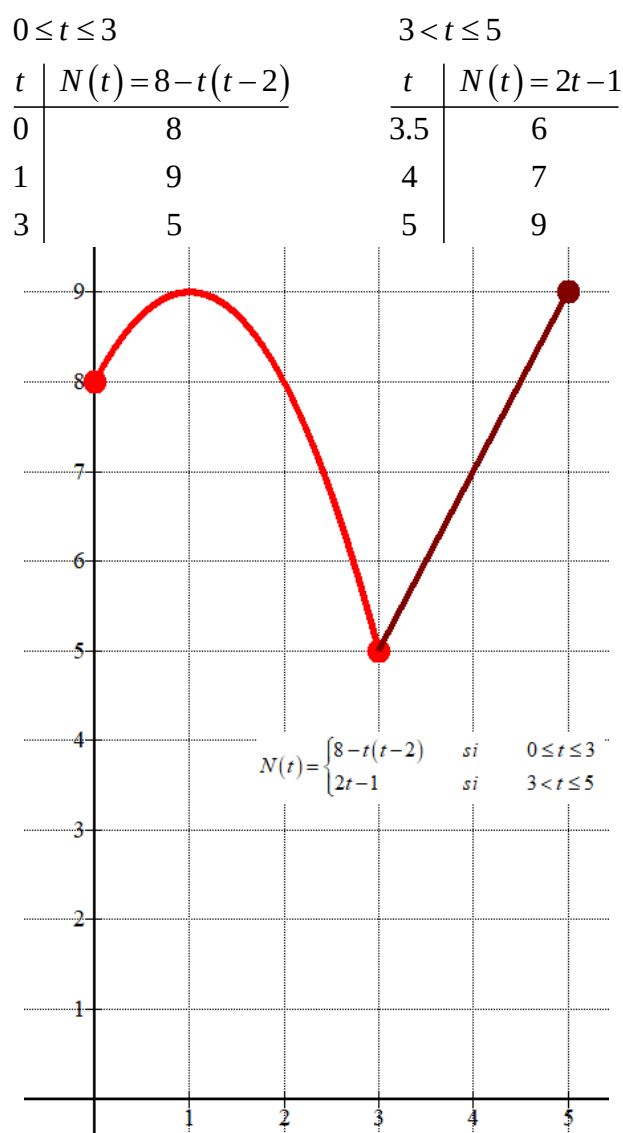
Calculamos las ventas en $t = 0$, $t = 1$, $t = 3$ y $t = 5$.

$$\left. \begin{aligned} N(0) &= 8 - 0(0 - 2) = 8 \\ N(1) &= 8 - 1(1 - 2) = 9 \text{ ¡Máximo!} \\ N(3) &= 8 - 3(3 - 2) = 5 \text{ ¡Mínimo!} \\ N(5) &= 2 \cdot 5 - 1 = 9 \text{ ¡Máximo!} \end{aligned} \right\}$$

El máximo absoluto de ventas se produce en los meses 1 y 5 siendo estas ventas de 9000 ejemplares.

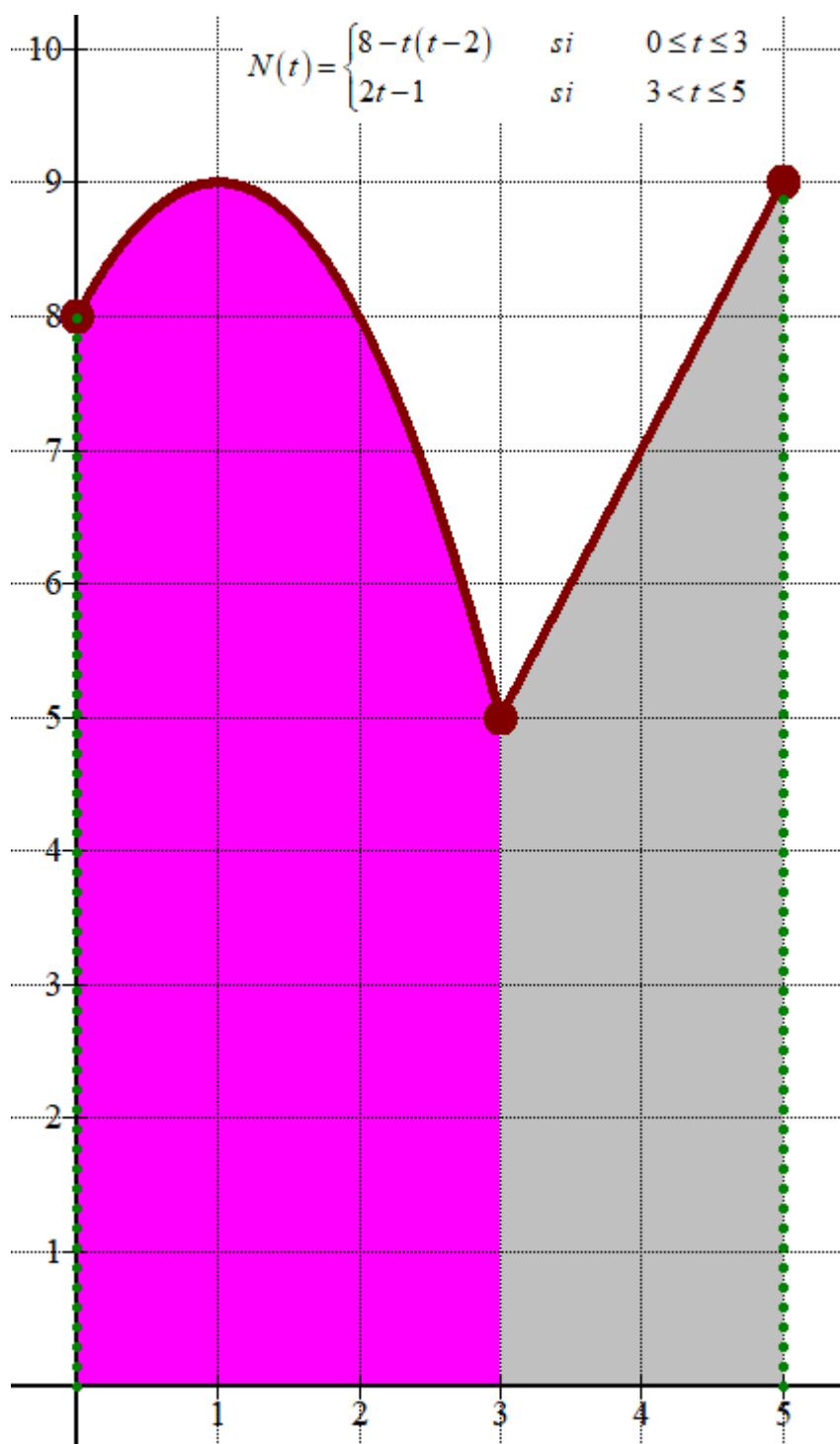
El número mínimo de ventas se produce al tercer mes siendo estas ventas de 5000 ejemplares.

b) Hacemos una tabla de valores y representamos la gráfica.



Calculamos el área de la región pedida usando el cálculo integral.

La región aparece representada en el dibujo inferior.



$$\text{Área} = \int_0^3 -t^2 + 2t + 8 dt + \int_3^5 2t - 1 dt =$$

$$= \left[-\frac{t^3}{3} + t^2 + 8t \right]_0^3 + \left[t^2 - t \right]_3^5 =$$

$$= \left(\left[-\frac{3^3}{3} + 3^2 + 8 \cdot 3 \right] - \left[-\frac{0^3}{3} + 0^2 + 8 \cdot 0 \right] \right) + \left(\left[5^2 - 5 \right] - \left[3^2 - 3 \right] \right) = 24 + 20 - 6 = \boxed{38 \text{ u}^2}$$

EJERCICIO 4. Análisis. Dada la función $f(x) = \frac{x}{a} + \frac{a}{x}$, $x \neq 0$, $a \neq 0$

- a) Calcule los valores del parámetro "a" para que $f(x)$ tenga un punto crítico en $x_0 = 3$.
 b) Para $a = 3$, estudie el crecimiento y decrecimiento de la función y sus máximos y mínimos, si existen. Estudie también sus intervalos de concavidad y convexidad y sus puntos de inflexión, si existen.

- a) Si la función presenta un punto crítico en $x_0 = 3$ la derivada debe anularse $\rightarrow f'(3) = 0$

$$f(x) = \frac{x}{a} + \frac{a}{x} = \frac{1}{a}x + ax^{-1} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{a} - ax^{-2} = \frac{1}{a} - \frac{a}{x^2}$$

$$\left. \begin{array}{l} f'(x) = \frac{1}{a} - \frac{a}{x^2} \\ f'(3) = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{1}{a} - \frac{a}{3^2} = 0 \Rightarrow \frac{1}{a} = \frac{a}{9} \Rightarrow 9 = a^2 \Rightarrow \boxed{a = \sqrt{9} = \pm 3}$$

Los valores buscados son $a = -3$ y $a = 3$.

- b) Para $a = 3$ la función queda $f(x) = \frac{x}{3} + \frac{3}{x}$, $x \neq 0$.

Buscamos sus puntos críticos.

$$f(x) = \frac{x}{3} + \frac{3}{x} = \frac{1}{3}x + 3x^{-1} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{3} - 3x^{-2} = \frac{1}{3} - \frac{3}{x^2}$$

$$\left. \begin{array}{l} f'(x) = \frac{1}{3} - \frac{3}{x^2} \\ f'(x) = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{1}{3} - \frac{3}{x^2} = 0 \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{3}{x^2} \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow \boxed{x = \sqrt{9} = \pm 3}$$

Estudiamos el crecimiento y decrecimiento de la función antes, entre y después de estos valores. Añadimos el valor $x = 0$ excluido del dominio de la función.

En el intervalo $(-\infty, -3)$ tomamos $x = -4$ y la derivada vale $f'(-4) = \frac{1}{3} - \frac{3}{(-4)^2} = \frac{7}{48} > 0$. La

función crece en $(-\infty, -3)$.

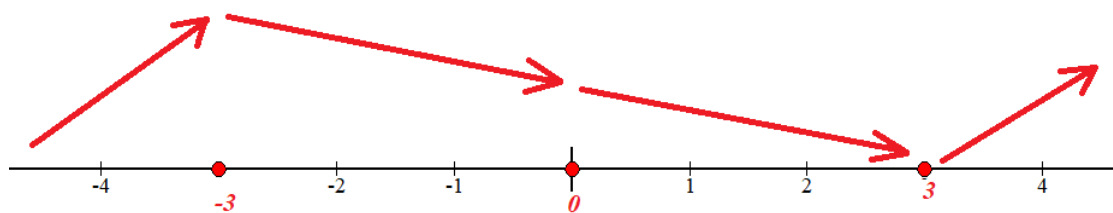
En el intervalo $(-3, 0)$ tomamos $x = -1$ y la derivada vale $f'(-1) = \frac{1}{3} - \frac{3}{(-1)^2} = \frac{-8}{3} < 0$. La

función decrece en $(-3, 0)$.

En el intervalo $(0, 3)$ tomamos $x = 1$ y la derivada vale $f'(1) = \frac{1}{3} - \frac{3}{1^2} = \frac{-8}{3} < 0$. La función decrece en $(0, 3)$.

En el intervalo $(3, +\infty)$ tomamos $x = 4$ y la derivada vale $f'(4) = \frac{1}{3} - \frac{3}{4^2} = \frac{7}{48} > 0$. La función crece en $(3, +\infty)$.

La función sigue el esquema siguiente:



La función crece en $(-\infty, -3) \cup (3, +\infty)$ y decrece en $(-3, 0) \cup (0, 3)$

La función tiene un máximo relativo en $x = -3$ y un mínimo relativo en $x = 3$.

Para estudiar la concavidad y convexidad utilizamos la segunda derivada.

$$f'(x) = \frac{1}{3} - 3x^{-2} \Rightarrow f''(x) = 0 + 6x^{-3} = \frac{6}{x^3}$$

Esta expresión de la segunda derivada cambia de signo en $x = 0$, valor excluido del dominio. Por lo que la función no presenta puntos de inflexión.

En el intervalo $(-\infty, 0)$ tomamos $x = -1$ y la derivada segunda vale $f''(-1) = \frac{6}{(-1)^3} = -6 < 0$.

La función es cóncava ($\cap$) en el intervalo $(-\infty, 0)$.

En el intervalo $(0, +\infty)$ tomamos $x = 1$ y la derivada segunda vale $f''(1) = \frac{6}{1^3} = 6 > 0$. La

función es convexa ($\cup$) en el intervalo $(0, +\infty)$.

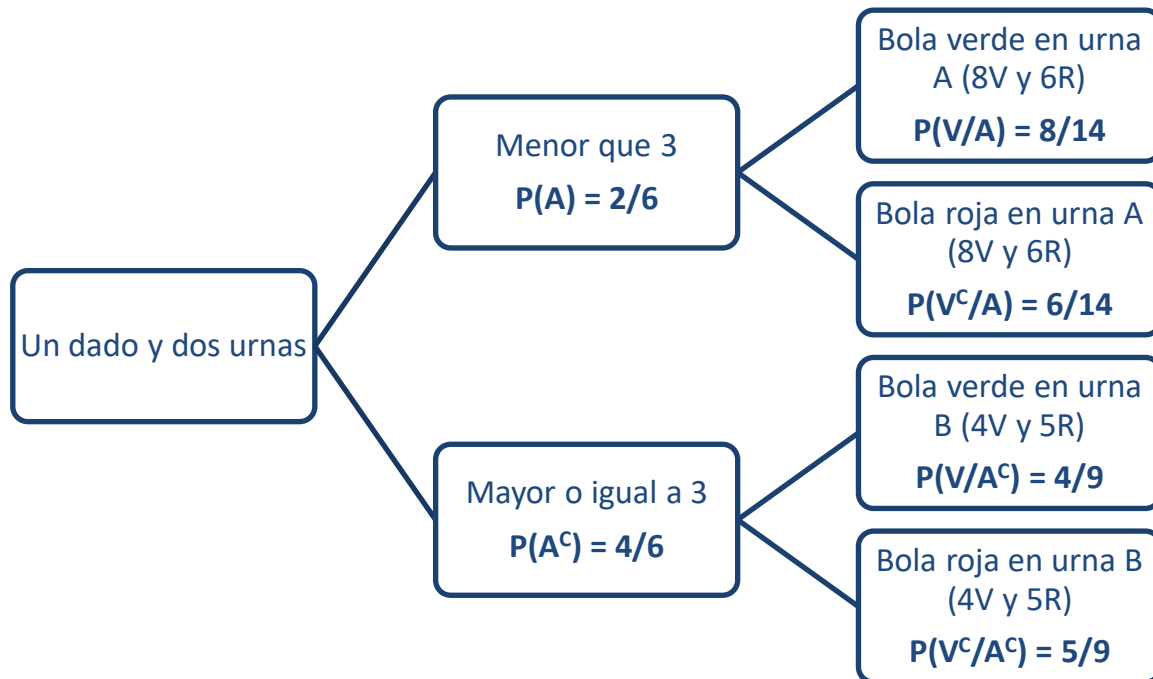
Resumiendo: La gráfica de la función es cóncava ($\cap$) en el intervalo $(-\infty, 0)$ y es convexa ($\cup$) en el intervalo $(0, +\infty)$. No presenta puntos de inflexión.

EJERCICIO 5. Estadística y probabilidad. En una urna A hay 8 bolas verdes y 6 rojas y en otra urna B hay 4 verdes y 5 rojas. Se lanza un dado y si sale un número menor que 3 se saca una bola de la urna A y si sale un número mayor o igual a 3 se saca la bola de la urna B. Se extrae una bola al azar,
a) Calcule la probabilidad de que la bola extraída sea roja. **b)** Sabiendo que se extrajo una bola verde, ¿Cuál es la probabilidad de que haya salido de la urna A? **c)** ¿Son independientes los sucesos “extraer bola roja” y “la bola procede de la urna A”?

Llamamos A al suceso “Sacar un número menor que 3 al lanzar un dado”.

Llamamos V a “sacar bola verde de la urna” y V^C a “sacar bola roja de la urna”

Hacemos un diagrama de árbol.



a) Nos piden calcular $P(V^C)$. Aplicamos el teorema de la probabilidad total.

$$P(V^C) = P(A)P(V^C / A) + P(A^C)P(V^C / A^C) =$$

$$= \frac{2}{6} \cdot \frac{6}{14} + \frac{4}{6} \cdot \frac{5}{9} = \boxed{\frac{97}{189} \approx 0.513}$$

b) Nos piden calcular $P(A/V)$. Es una probabilidad a posteriori. Aplicamos el teorema de Bayes.

$$P(A/V) = \frac{P(A \cap V)}{P(V)} = \frac{P(A)P(V/A)}{1 - P(V^C)} = \frac{\frac{2}{6} \cdot \frac{8}{14}}{1 - \frac{97}{189}} = \boxed{\frac{9}{23} \approx 0.391}$$

c) Los sucesos V^C y A son independientes si se cumple que $P(A \cap V^C) = P(A)P(V^C)$.

$$\left. \begin{array}{l} P(A \cap V^c) = \frac{2}{6} \cdot \frac{6}{14} = \frac{1}{7} \\ P(A) = \frac{2}{6} \\ P(V^c) = \frac{97}{189} \end{array} \right\} \rightarrow P(A)P(V^c) = \frac{2}{6} \cdot \frac{97}{189} = \frac{97}{567} \Rightarrow \textcolor{red}{!!} P(A \cap V^c) = \frac{1}{7} \neq \frac{97}{567} = P(A)P(V^c) \textcolor{red}{!!}$$

Los sucesos no son independientes.

EJERCICIO 6. Estadística y probabilidad. El salario (en €) de los trabajadores de una empresa se distribuye normalmente con desviación típica $\sigma = 300$ €. Se preguntó a 36 trabajadores elegidos al azar, y se establece que el salario medio de los trabajadores de la empresa oscila entre 1552€ e 1748€
a) ¿Cuál ha sido el salario medio de los trabajadores de la muestra? ¿Con qué nivel de confianza se ha establecido el intervalo anterior? **b)** Si el salario medio de los trabajadores de la empresa es $\mu = 1650$ €, ¿cuál es la probabilidad de que el salario medio de muestras de 36 trabajadores sea superior a 1590 €?

a) X = El salario (en €) de los trabajadores de una empresa.

$$X = N(\mu, 300)$$

Tamaño de la muestra = $n = 36$.

Intervalo de confianza = (1552, 1748)

La media muestral es el valor central del intervalo de confianza $\rightarrow \bar{x} = \frac{1552+1748}{2} = 1650$ €.

El salario medio de los trabajadores de la muestra es de 1650 €.

El error del intervalo de confianza es la mitad de la amplitud del intervalo de confianza.

$$Error = \frac{1748-1552}{2} = 98 \text{ €}$$

Aplicamos la fórmula del error para obtener el valor de $z_{\alpha/2}$.

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 98 = z_{\alpha/2} \cdot \frac{300}{\sqrt{36}} \Rightarrow 98 = z_{\alpha/2} \cdot 50 \Rightarrow z_{\alpha/2} = \frac{98}{50} = 1.96$$

Hallamos el nivel de confianza para un valor de $z_{\alpha/2} = 1.96$

$$z_{\alpha/2} = 1.96 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{Miramos en la} \\ \text{tabla } N(0, 1) \end{array} \right\} \Rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0.975 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025 \Rightarrow \alpha = 0.05 \Rightarrow \boxed{1 - \alpha = 0.95}$$

El nivel de confianza establecido en el ejercicio es del 95 %.

b) X = El salario (en €) de los trabajadores de una empresa.

$$X = N(1650, 300) \rightarrow \overline{X}_{36} = N\left(1650, \frac{300}{\sqrt{36}}\right) \Rightarrow \overline{X}_{36} = N(1650, 50)$$

Nos piden calcular $P(\overline{X}_{36} > 1590)$.

$$P(\overline{X}_{36} > 1590) = \{\text{Tipificamos}\} = P\left(Z > \frac{1590-1650}{50}\right) = P(Z > -1.2) =$$

$$= P(Z < 1.2) = \left\{ \begin{array}{l} \text{Miramos en la} \\ \text{tabla } N(0, 1) \end{array} \right\} = \boxed{0.8849}$$