

NOMBRE _____

1ª y 2ª EVALUACIÓN: ☐ APROBADAS ☐ SUSPENDIDAS

1) Calcular el dominio de $y = \sqrt{\frac{x-2}{x^2-4x+3}}$ (2 puntos)

2) Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos $A(1, -3)$ y $B(3, 4)$. (1 punto)

3) Hallar la ecuación de la recta paralela a $y = \frac{2x+1}{3}$ que pasa por el punto $(1, -3)$. (0,5 puntos)

4) Hallar la ecuación de la recta perpendicular a $y = \frac{2x+1}{3}$ que pasa por el punto $(1, -3)$. (0,5 puntos)

5) Dibujar la siguiente función, calculando *eje*, *vértice* y *cortes con los ejes* de la parábola que constituye un trozo de la misma: (1,5 puntos)

$$f(x) = \begin{cases} 8x - x^2 & \text{si } x \leq 6 \\ 2x & \text{si } x > 6 \end{cases}$$

6) Desarrollar, aplicando la fórmula del Binomio de Newton: $(2x - 3)^4$ (1,5 puntos)

7) (Sólo para quienes tienen aprobada la 2ª evaluación) Dibujar los vectores de posición de los puntos $A(1, -3)$ y $B(3, 4)$. A continuación, *calcular* las coordenadas del vector que va desde A hasta B , obteniéndolo mediante una operación con los vectores de posición anteriores, y dibujarlo en el gráfico anterior. (1 punto)

8) (Sólo para quienes tienen aprobada la 2ª evaluación) En un mercado mayorista se han anotado, en días sucesivos, la cantidad ofertada de una determinada hortaliza y el precio que alcanza el kg de venta, obteniendo los siguientes resultados:

x (kg)	2000	2400	2500	3000	2900	2800	3200	2600
y (€/kg)	1,80	1,68	1,65	1,32	1,44	1,50	1,23	1,60

a) Calcular las medias y desviaciones típicas de cada serie, la covarianza, el coeficiente de correlación lineal e interpretarlo. (1 punto)

b) Calcular la recta de regresión y predecir el precio que se alcanzaría un día en que la oferta sea de 2700 kg. (1 punto)

7) (Sólo para quienes tienen suspendida la 2ª evaluación) Sin calculadora, siendo $\text{tg } \alpha = -2$, $-90^\circ < \alpha < 90^\circ$, hallar el resto de razones trigonométricas de α . A continuación, con ayuda de la calculadora, decir el valor de α en grados, minutos, segundos. (1 punto)

8) (Sólo para quienes tienen suspendida la 2ª evaluación) Resolver las ecuaciones:

a) $5 \log x = 3 + \log \frac{x^3}{10}$ (1 punto)

b) $5^{2x} - 30 \cdot 5^x + 125 = 0$ (1 punto)

SOLUCIONES

- 1) Calcular el dominio de $y = \sqrt{\frac{x-2}{x^2-4x+3}}$ (2 puntos)

El dominio lo constituyen los valores de x que verifican la inecuación, que habremos de resolver, siguiente:

$$\frac{x-2}{x^2-4x+3} \geq 0$$

- Descomponemos factorialmente y calculamos las raíces de los polinomios del numerador y del denominador:

$$x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{16-12}}{2} = \frac{4 \pm 2}{2} = \begin{cases} \frac{4+2}{2} = \frac{6}{2} = 3 \\ \frac{4-2}{2} = \frac{2}{2} = 1 \end{cases}$$

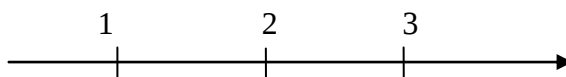
$$x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$$

Por consiguiente, la inecuación se transforma en:

$$\frac{(x-2)}{(x-1)(x-3)} \geq 0$$

lo que nos lleva a evaluar el signo de esa expresión.

- Dividimos R en intervalos mediante las raíces obtenidas:



Evaluamos el signo de la expresión en cada uno de los intervalos resultantes. Para ello, basta con elegir un valor cualquiera de x en cada intervalo, porque el signo será el mismo, en ese intervalo, para cualquier valor de x que elijamos:

	$(-\infty, 1)$	1	$(1, 2)$	2	$(2, 3)$	3	$(3, +\infty)$
$x-1$	-	0	+	...	+	...	+
$x-2$	-	...	-	0	+	...	+
$x-3$	-	...	-	...	-	0	+
$\frac{(x-2)}{(x-1)(x-3)}$	-	$\nexists$	+	0	-	$\nexists$	+
¿Sirven? $\rightarrow$	No	No	Si	Si	No	No	Si

Luego la solución de la inecuación es:

$$x \in (1, 2] \cup (3, +\infty)$$

- 2) Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos $A(1, -3)$ y $B(3, 4)$. (1 punto)

La ecuación de la recta en *forma continua* nos proporciona un método fácil para resolver el problema. Siendo los puntos conocidos (x_0, y_0) y (x_1, y_1) :

$$\frac{x-x_0}{x_1-x_0} = \frac{y-y_0}{y_1-y_0} \Rightarrow \frac{x-1}{3-1} = \frac{y+3}{4+3} \Rightarrow 7(x-1) = 2(y+3) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 7x - 7 = 2y + 6 \Rightarrow 7x - 7 - 6 = 2y \Rightarrow \boxed{y = \frac{7x-13}{2}}$$

- 3) Hallar la ecuación de la recta paralela a $y = \frac{2x+1}{3}$ que pasa por el punto $(1, -3)$.

(0,5 puntos)

Como la recta dada se puede escribir como $y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$, su pendiente es $m = \frac{2}{3}$.

Dos rectas son paralelas si, y sólo si tienen la misma pendiente. Luego de la recta que nos piden sabemos que debe tener como pendiente la antes indicada y que debe pasar por el punto que nos proporcionan en el enunciado. Usando la ecuación en forma punto-pendiente:

$$y - y_0 = m(x - x_0) \Rightarrow y + 3 = \frac{2}{3}(x - 1) \Rightarrow y = \frac{2}{3}x - \frac{2}{3} - 3 \Rightarrow \boxed{y = \frac{2}{3}x - \frac{11}{3}}$$

- 4) Hallar la ecuación de la recta perpendicular a $y = \frac{2x+1}{3}$ que pasa por el punto (1, -3). (0,5 puntos)

Si la pendiente de la recta dada es $m = \frac{2}{3}$, la de una perpendicular será $m' = -\frac{1}{m} =$

$-\frac{1}{2/3} = -\frac{3}{2}$. Usando, nuevamente, punto-pendiente:

$$y + 3 = -\frac{3}{2}(x - 1) \Rightarrow y = -\frac{3}{2}x + \frac{3}{2} - 3 \Rightarrow \boxed{y = -\frac{3}{2}x - \frac{3}{2}}$$

- 5) Dibujar la siguiente función, calculando eje, vértice y cortes con los ejes de la parábola que constituye un trozo de la misma: (1,5 puntos)

$$f(x) = \begin{cases} 8x - x^2 & \text{si } x \leq 6 \\ 2x & \text{si } x > 6 \end{cases}$$

La función $y = 2x$ es una recta. Con una pequeña tabla de valores la dibujamos. Y la restringimos a la zona $x > 6$.

La función $y = 8x - x^2$ es una parábola cóncava, puesto que el coeficiente de x^2 es negativo. Además:

- $x = 0 \Rightarrow y = 0$. Corta a OY en (0, 0).

$$y = 0 \Rightarrow 0 = 8x - x^2 \Rightarrow x(8 - x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 & \text{ó} \\ 8 - x = 0 \Rightarrow x = 8 \end{cases}$$

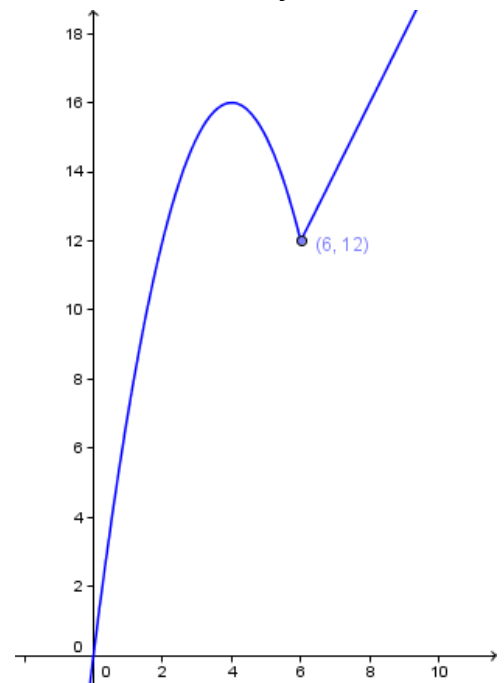
- porque un producto vale 0 si, y sólo si alguno de los factores es 0. $\Rightarrow x = 0$ ó $x = 8$. Corta a OX en (0, 0) y (8, 0).

- Eje: $x = -b / 2a \Rightarrow x = \frac{-8}{-2} \Rightarrow x = 4$.

- Vértice: $x = 4 \Rightarrow y = 32 - 16 = 16$: (4, 16).

Con una pequeña tabla de valores adicional, obtenemos su gráfica, que restringimos a la zona $x \leq 6$.

La gráfica resultante de f es la reproducida junto a estas líneas.



- 6) Desarrollar, aplicando la fórmula del Binomio de Newton: $(2x - 3)^4$ (1,5 puntos)

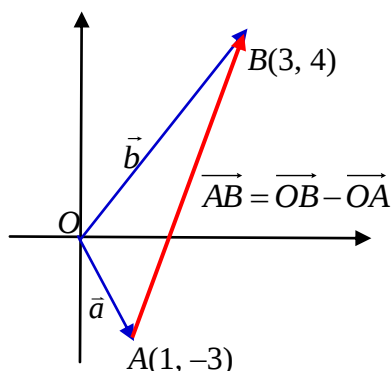
$$(2x - 3)^4 = \binom{4}{0}(2x)^4 - \binom{4}{1}(2x)^3 3 + \binom{4}{2}(2x)^2 3^2 - \binom{4}{3}2x 3^3 + \binom{4}{4}3^4 =$$

$$= 1 \cdot 2^4 x^4 - 4 \cdot 2^3 x^3 \cdot 3 + 6 \cdot 2^2 x^2 \cdot 9 - 4 \cdot 2x \cdot 27 + 1 \cdot 81 =$$

$$= \boxed{16x^4 - 96x^3 + 216x^2 - 216x + 81}$$

- 7) (Sólo para quienes tienen aprobada la 2ª evaluación) Dibujar los vectores de posición de los puntos $A(1, -3)$ y $B(3, 4)$. A continuación, *calcular* las coordenadas del vector que va desde A hasta B , obteniéndolo mediante una operación con los vectores de posición anteriores, y dibujarlo en el gráfico anterior. (1 punto)

Los vectores de posición son: $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$ y $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$. Vemos que el vector que une sus extremos $\overrightarrow{AB}$ es $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$. Por tanto:



$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \vec{b} - \vec{a} = (3, 4) - (1, -3) = \boxed{(2, 7)}$$

(Se puede recordar pensando en que, una vez colocados los vectores a restar con origen común, el *vector diferencia* es *extremo menos origen*, siendo el *extremo* el vector que va desde el origen común hasta el *extremo* del vector diferencia y el *origen* el que va desde el origen común hasta el *origen* del vector diferencia).

- 8) (Sólo para quienes tienen aprobada la 2ª evaluación) En un mercado mayorista se han anotado, en días sucesivos, la cantidad ofertada de una determinada hortaliza y el precio que alcanza el kg de venta, obteniendo los siguientes resultados:

x (kg)	2000	2400	2500	3000	2900	2800	3200	2600
y (€/kg)	1,80	1,68	1,65	1,32	1,44	1,50	1,23	1,60

- a) Calcular las medias y desviaciones típicas de cada serie, la covarianza, el coeficiente de correlación lineal e interpretarlo. (1 punto)

$$\bar{x} = \frac{2000 + 2400 + \dots + 2600}{8} = \boxed{2675} \quad \bar{y} = \frac{1,8 + 1,68 + \dots + 1,6}{8} = \boxed{1,5275}$$

$$s_x = \sqrt{\frac{2000^2 + 2400^2 + \dots + 2600^2 \cdot 3}{8} - \bar{x}^2} = \boxed{356,20}$$

$$s_y = \sqrt{\frac{1,8^2 + 1,68^2 + \dots + 1,6^2}{8}} = \boxed{0,1795}$$

$$s_{xy} = \frac{2000 \cdot 1,8 + 2400 \cdot 1,68 + \dots + 2600 \cdot 1,6}{8} - \bar{x} \cdot \bar{y} = \boxed{-62,4375} \quad r = \frac{s_{xy}}{s_x s_y} = \boxed{-0,9766}$$

Como está próximo a -1 y es negativo, las variables tienen correlación muy fuerte y negativa. Las predicciones que se hagan con la recta de regresión son fiables.

Las fórmulas utilizadas son las estándares, donde se han utilizado los valores de x y de y que proporciona la tabla, junto con las frecuencias de cada pareja, que se encuentran en el interior, o las de cada valor de x , que están sumadas en el margen derecho, y las de y , en el margen inferior.

Pero en el cálculo hemos usado la función *estadística* de la calculadora. Para una tipo Casio S.V.P.A.M. (por ejemplo, la *fx-82MS*), o alguna de otra marca que tienen un funcionamiento idéntico, sería como sigue.

- Ponemos la calculadora en modo *regresión lineal*: **MODE** **REG** **LIN**.

- Introducimos los datos: 2000 $\boxed{,}$ 1.8 $\boxed{M+}$. 2400 $\boxed{,}$ 1.68 $\boxed{M+}$. Etc. Para aquellos datos cuya frecuencia es mayor que 1, que no es nuestro caso, sería, por poner un ejemplo inventado: 4 $\boxed{,}$ 2 $\boxed{SHIFT}$ $\boxed{,}$ 2 $\boxed{M+}$ que aparecería en pantalla como: 4,2;2. Si queremos rectificar algún dato, nos movemos con flecha abajo o flecha arriba hasta el valor a cambiar, escribimos el nuevo sobre el mismo y pulsamos $\boxed{=}$. Hay que salir del modo *introducción de datos* pulsando $\boxed{AC}$. Los datos introducidos no se pierden aunque apaguemos la calculadora. Sólo lo hacen al cambiar el MODE o elegir $\boxed{SHIFT}$ $\boxed{CLR}$.
- Los datos de $\bar{x}$ o $\bar{y}$ los obtenemos en $\boxed{SHIFT}$ $\boxed{2}$: esta secuencia de teclas nos lleva a los resultados más importantes que buscamos. Hay que desplazarse con Flecha Derecha o Flecha Izquierda hasta encontrar el que buscamos. La *desviación típica* es la simbolizada con σx o σy . Entre este conjunto de datos está también el *coeficiente de correlación*.
- La *covarianza* no la proporciona directamente la calculadora. Un modo de obtenerla es usar su fórmula: $\boxed{SHIFT}$ $\boxed{1}$ $\boxed{\rightarrow}$ $\boxed{3}$ $\boxed{:}$ $\boxed{SHIFT}$ $\boxed{1}$ $\boxed{3}$ $\boxed{=}$ $\boxed{SHIFT}$ $\boxed{2}$ $\boxed{1}$ $\boxed{\times}$ $\boxed{SHIFT}$ $\boxed{2}$ $\boxed{\rightarrow}$ $\boxed{1}$ $\boxed{=}$, que muestra en pantalla: $\sum xy : n - \bar{x} \times \bar{y}$.

b) Calcular la recta de regresión y predecir el precio que se alcanzaría un día en que la oferta sea de 2700 kg. (1 punto)

La recta de regresión lineal de y sobre x será: $y - \bar{y} = \frac{s_{xy}}{s_x^2} (x - \bar{x})$, que susti-

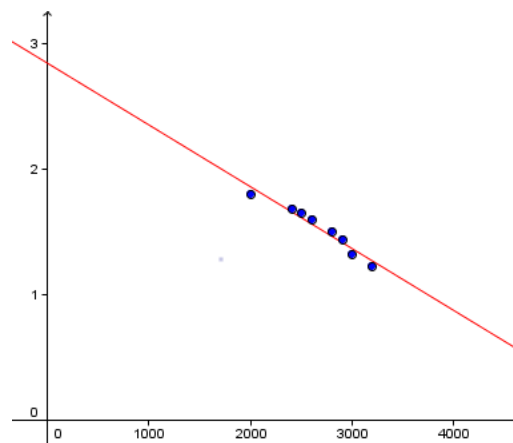
tuyendo y despejando resulta: $y = 2.8439 - 0.00049212x$.

Para $x = 2700$ se obtiene $y = 1.52$, que es el precio que cabría esperar un día en que la oferta sea de 2700kg.

Con la calculadora, los coeficientes de la recta de regresión son los valores A y B de la serie de datos de $\boxed{SHIFT}$ $\boxed{2}$. La predicción para $x = 8$ también la proporciona pulsando: 2700 $\boxed{SHIFT}$ $\boxed{2}$ $\boxed{\rightarrow}$ $\boxed{\rightarrow}$ $\boxed{\rightarrow}$ $\boxed{2}$ $\boxed{=}$. En pantalla se nos mostrará: 2700 $\hat{y}$.

Hay que recordar salir del *modo estadística*, lo que se consigue pulsando $\boxed{MODE}$ $\boxed{COMP}$.

La nube de puntos y la recta de regresión se muestran en el gráfico.



7) (Sólo para quienes tienen suspendida la 2ª evaluación) Sin calculadora, siendo $\operatorname{tg} \alpha = -2$, $-90^\circ < \alpha < 90^\circ$, hallar el resto de razones trigonométricas de α . A continuación, con ayuda de la calculadora, decir el valor de α en grados, minutos, segundos. (1 punto)

Como la tangente es negativa en el cuarto cuadrante y positiva en el primero, el ángulo está en el cuarto cuadrante.

- $\cotg \alpha = \frac{1}{\tg \alpha} = -\frac{1}{2}$
- $1 + \tg^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \tg^2 \alpha} = \frac{1}{1 + (-2)^2} = \frac{1}{5} \Rightarrow$
 $\Rightarrow \cos \alpha = +\sqrt{\frac{1}{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$, positivo por ser del segundo cuadrante.
- $\tg \alpha = \frac{\sen \alpha}{\cos \alpha} \Rightarrow \sen \alpha = \tg \alpha \cos \alpha = -2 \frac{\sqrt{5}}{5} = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$
- $\sec \alpha = \frac{1}{\cos \alpha} = \frac{1}{1/\sqrt{5}} = \sqrt{5}$
- $\csc \alpha = \frac{1}{\sen \alpha} = \frac{1}{-2\sqrt{5}/5} = -\frac{5}{2\sqrt{5}} = -\frac{5\sqrt{5}}{2 \cdot 5} = -\frac{\sqrt{5}}{2}$

Con la calculadora, obtenemos (partiendo de que $\tg \alpha = -2$), que $\alpha = -63,43^\circ$.
 que también es: $\alpha = -63,43^\circ + 360^\circ = 296,57^\circ = 296^\circ 33' 54''$

8) (Sólo para quienes tienen suspendida la 2ª evaluación) Resolver las ecuaciones:

a) $5 \log x = 3 + \log \frac{x^3}{10}$ (1 punto)

$$5 \log x = 2 + \log \frac{x^3}{10} \Leftrightarrow 5 \log x = 2 + \log x^3 - \log 10 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 5 \log x = 2 + 3 \log x - 1 \Leftrightarrow 5 \log x - 3 \log x = 1 \Leftrightarrow 2 \log x = 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \log x = 1/2 \Leftrightarrow x = 10^{1/2} \Leftrightarrow \boxed{x = \sqrt{10}}$$

La solución hallada es válida porque no anula los argumentos de los logaritmos de la ecuación inicial.

b) $5^{2x} - 30 \cdot 5^x + 125 = 0$ (1 punto)

$$5^{2x} - 30 \cdot 5^x + 125 = 0 \Leftrightarrow (5^x)^2 - 30 \cdot 5^x + 125 = 0$$

Llamando $\boxed{t = 5^x}$:

$$t^2 - 30t + 125 = 0 \Rightarrow t = \frac{30 \pm \sqrt{900 - 500}}{2} = \frac{30 \pm 20}{2} = \begin{cases} \frac{10}{2} = 5 \\ \frac{50}{2} = 25 \end{cases}$$

- Si $t = 5 \Rightarrow$ Como $t = 5^x$, $5^x = 5 \Rightarrow \boxed{x = 1}$
- Si $t = 25 \Rightarrow 5^x = 25 \Rightarrow 5^x = 5^2 \Rightarrow \boxed{x = 2}$