

Divisibilidad y números enteros

DIVISIBILIDAD Y NÚMEROS ENTEROS

DIVISIBILIDAD

PARA CALCULAR EL MÁXIMO COMÚN DIVISOR DE VARIOS NÚMEROS

- Se descomponen en factores primos.
- Se toman los factores comunes, elevados al

EJEMPLO: máx.c.d. (168, 180)

168	2	180	2	$168 = 2^3 \cdot 3 \cdot 7$
84	2			$180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$
				máx.c.d. (168, 180) =

PARA CALCULAR EL MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO DE VARIOS NÚMEROS

- Se descomponen en factores primos.
- Se toman todos los factores primos, elevado cada uno al

EJEMPLO: mín.c.m. (60, 72)

60	72	$60 =$
		$72 =$
		mín.c.m. (60, 72) =

OPERACIONES CON NÚMEROS ENTEROS

SUMAS Y RESTAS CON PARÉNTESIS

- Al suprimir un paréntesis precedido del signo más, los signos interiores

EJEMPLO:

$$8 + (4 - 2 - 7 + 1) =$$

- Al suprimir un paréntesis precedido del signo menos,

EJEMPLO:

$$7 - (6 - 3 - 5 + 4) =$$

MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN

REGLA DE LOS SIGNOS:

$$+ \cdot + = +$$

$$+ \cdot - = -$$

$$- \cdot + = -$$

$$- \cdot - = +$$

$$+ : + = +$$

$$+ : - = -$$

$$- : + = -$$

$$- : - = +$$

EJEMPLOS:

$$(+3) \cdot (+4) =$$

$$(-15) : (+3) =$$

$$(-2) \cdot (-5) =$$

$$(+20) : (-4) =$$

OPERACIONES COMBINADAS

En las expresiones con operaciones combinadas hemos de atender:

- Primero, a las operaciones que están dentro de los paréntesis.
- Después,
- Por último,

EJEMPLO:

$$4 \cdot (-5) - 3 \cdot (8 - 6 - 4) = 4 \cdot (-5) - 3 \cdot () =$$
$$=$$

Ficha de trabajo A

BORDILLOS PARA LAS CALLES

Tu madre acaba de empezar a trabajar en el departamento de producción de una empresa que se dedica a fabricar los bloques con los que se construyen los bordillos de las aceras. El primer trabajo que le encargan es estudiar el sistema de producción, por si puede optimizarse la fabricación y así ahorrar costes. Como todavía no tienes muchos deberes de clase, te pide que le ayudes con los cálculos.

- 1** En primer lugar, te enseña una tabla que confeccionó el encargado anterior, pero alguien de la oficina tiró café sobre ella y se han borrado algunos números. La tabla muestra datos sobre las cuatro líneas de producción de la empresa. Como es un trabajo fácil, tu madre te dice que la completes.

LÍNEAS	A	B	C	D
N.º DE PIEZAS QUE HACE (CAPACIDAD)	6	$2 \cdot (\text{PIEZAS DE A} - 1) =$	12	$\frac{6 \cdot (\text{PIEZAS DE C})}{4} =$
TIEMPO EN QUE LAS HACE (MINUTOS)	10	12	15	15

“¿Son iguales todas las líneas, mamá?”, le preguntas a tu madre. “Solo tienes que mirar bien la tabla. Por ejemplo: ¿cuántas veces es mayor la capacidad de la línea D que la capacidad de la línea A? ¿Y cuántas veces es mayor la de la línea C que la de la línea A?”.

- 2** Después de recibir una llamada urgente de su jefe, tu madre te dice que una constructora acaba de hacerles un pedido de 3 600 bloques y necesita calcular cuántas piezas hace cada línea en 1 hora. Mientras ella está con otros cálculos, te pide que estos los hagas tú.

- 3** Y ahora, con los cálculos anteriores, ¿cuántas piezas hacen las cuatro líneas juntas en 1 hora?

- 4** Un dato importante para el informe de tu madre es averiguar cuánto tardaría cada una de las cuatro líneas en producir ella sola los 3 600 bloques del pedido. ¿Puedes darle los datos?

- 5** El jefe vuelve a llamar: “Paralice lo que esté haciendo; necesito unos datos urgentes sobre el pedido de la constructora”. Y envía por fax una tabla que tú puedes completar, fijándote bien en que en ella aparecen grupos de bloques con distintas longitudes.

N.º DE BORDILLOS	LONGITUD POR UNIDAD	LONGITUD TOTAL EN CENTÍMETROS	LONGITUD TOTAL EN METROS
1 450	120 cm		
1 000		60 000	
600	40 cm		
	30 cm	16 500	
TOTAL			

- 6** No hay forma de trabajar: le siguen llegando informaciones y preguntas por el fax. Ahora, el encargado del almacén necesita saber cómo distribuir en palés 50 bloques de una longitud y 60 bloques de otra longitud, sin mezclar las dos clases. El número de bloques por palé debe ser el mayor posible y el mismo para las dos clases de bloques. Tu madre te pide que calcules cuántos bordillos deben poner en cada palé y cuántos palés harán falta.

- 7** Volviendo a las líneas de producción, recuerda que la línea A saca una tanda de bloques cada 10 minutos, y la línea B, una cada 12 minutos. Tu madre te dice que ambas líneas han coincidido a las 10 h 30 min en sus últimas tandas. ¿A qué hora volverán a coincidir?

Ficha de trabajo B

UNA VISITA A LA GRANJA

La primera excursión del año es a una granja de gallinas. Allí, el guía os explica el funcionamiento de algunas secciones. Al llegar a la zona donde se envasan los huevos, os da datos de las tres envasadoras que utilizan: no todas trabajan todos los días, cada una utiliza unos envases distintos... “¡Vaya lío!”, dices después de un rato. “¿No podría darnos esos datos en una tabla?”, le preguntas al guía. “Claro que sí, perdonad. Precisamente aquí tengo una de uso interno. Echadle un vistazo”, te contesta.

EMPAQUETADORA	DÍAS QUE FUNCIONA	UTILIZA ENVASES DE...	HUEVOS ENVASADOS
A	Lunes	6 unidades	7 200 cada día
B	Martes	12 unidades	7 200 cada día
C	Miércoles	24 unidades	7 200 cada día

- 1 Junto a la empaquetadora A, os dice que el lunes pasado esta máquina utilizó 1 200 envases. Como esta parte de las matemáticas te gusta, mientras os dirigíais a las otras dos máquinas, le dices a tu compañera cuántos envases utilizaron las máquinas B y C el martes y el miércoles, respectivamente. ¿Cuántos fueron?
- 2 Parece que has ido demasiado deprisa. El guía os cuenta que el miércoles la máquina C se averió cuando había envasado 1 800 huevos, y tuvieron que poner en funcionamiento la máquina B hasta completar los 7 200 huevos. En ese momento tu amiga te susurra: “A ver, lumbrera, ¿cuántos envases utilizó cada máquina?”.
- 3 Los viernes y los sábados funcionan todas las máquinas a la vez. Para ayudar al personal, se encienden unos pilotos de control con intervalos de 3 minutos para la máquina A, 5 minutos para la B y 9 minutos para la C. El sábado pasado, María estuvo atenta y vio que a las 10 h 45 min se encendieron los tres pilotos a la vez. “¿A qué hora se volvieron a encender?”, le preguntas. “No lo recuerdo. ¿Por qué no lo calculáis vosotros?”.

Vista la zona de producción, pasáis a ver la de administración y ventas. Allí os deja el guía y os acompaña una de las administrativas.

4 “Perdone”, interrumpe uno de tus compañeros, “¿podría decirnos cómo son de rápidas las máquinas empaquetadoras?”. Tras pensar un momento contesta: “Envasan 1 200 huevos cada hora. En contabilidad anotan esa cantidad, descomponiéndola en factores primos. Haced vosotros esa descomposición”.

5 La encargada de transporte acaba de averiguar que para enviar 2 160 huevos a un supermercado solo le quedan cajas de cartón de 24 cm de altura y una base que mide 60 cm × 60 cm. ¿Cuántas cajas tiene que pedir? “A lo mejor podemos ayudar”, te ofreces tú, “pero necesitamos saber cuánto mide cada envase”. Divertida por tu oferta, te dice: “Este envío es de envases de una docena, que miden 30 cm de largo, 10 cm de ancho y 8 cm de alto. ¿Te vale con estos datos?”. Claro que te vale. Ya le puedes decir cuántos envases irán en cada caja y cuántas cajas necesitará.

6 “Oiga, ¿y todos los huevos son iguales?”, pregunta una de tus compañeras. “No, claro que no. Nosotros producimos huevos de categoría A y huevos de categoría B. Precisamente ahora estaba preparando un envío. Tal vez podáis ayudarme: tengo que enviar 480 huevos de categoría A y 720 huevos de categoría B en envases de una docena y con esos envases llenar cajas. Las cajas deben ser de igual tamaño, lo más grandes que sea posible, y no se pueden mezclar huevos distintos en la misma caja. ¿Cuántas docenas debemos poner en cada caja y cuántas cajas necesitamos?”.

Soluciones

Ficha de trabajo A (Refuerzo)

1

LÍNEAS	A	B	C	D
N.º DE PIEZAS QUE HACE (CAPACIDAD)	6	10	12	18
TIEMPO EN QUE LAS HACE (MINUTOS)	10	12	15	15

La capacidad de la línea D es 3 veces mayor que la capacidad de la línea A. La de la línea C es 2 veces mayor que la de la línea A.

2 A: 36 bloques/hora

B: 50 bloques/hora

C: 48 bloques/hora

D: 72 bloques/hora

3 En una hora, las cuatro líneas producen 206 bloques.

4 A: 100 h

B: 72 h

C: 75 h

D: 50 h

5

N.º DE BORDILLOS	LONGITUD POR UNIDAD	L. TOTAL EN CENTÍMETROS	L. TOTAL EN METROS
1 450	120 cm	174 000	1 740
1 000	60 cm	60 000	600
600	40 cm	24 000	240
550	30 cm	16 500	165
TOTAL			2 745

6 Como máx.c.d. (50, 60) = 10, deben poner 10 bloques en cada palé. Necesitarán 11 palés.

7 Como mín.c.m. (10, 12) = 60 minutos, coincidirán otra vez a las 11 h 30 min.

Ficha de trabajo B (Ampliación)

1 B: 600 envases

C: 300 envases

2 B: 450 envases

C: 75 envases

3 Como mín.c.m. (3, 5, 9) = 45 minutos, los pilotos volvieron a coincidir a las 11 h 30 min.

4 En una hora envasan $1\,200 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5^2$ huevos.

5 Podrá meter 36 envases en cada caja y necesitará 5 cajas.

6 Como máx.c.d. (480, 720) = 240 huevos, en cada caja podrán meter 20 envases de una docena. Con este dato, necesitarán 2 cajas para los huevos de categoría A y 3 cajas para los de categoría B.