

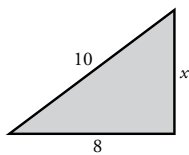
Teorema de Pitágoras. Semejanza

TEOREMA DE PITÁGORAS

En un triángulo rectángulo el área del cuadrado construido sobre la hipotenusa es igual a la suma de

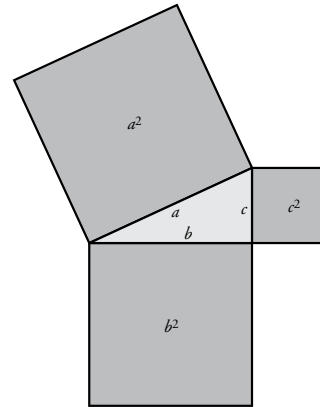
$$a^2 = b^2 + c^2$$

APLICACIÓN: cálculo de distancias.



$$10^2 = x^2 + 8^2$$

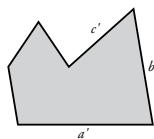
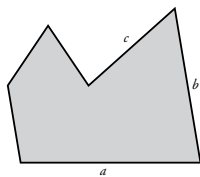
$$x = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$$



SEMEJANZA

FIGURAS SEMEJANTES

Dos figuras son semejantes cuando solo difieren en En tal caso, los segmentos correspondientes son



$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = k$$

El valor fijo k recibe el nombre de

$$a = a' \cdot k \quad b = b' \cdot k \quad c = c' \cdot k$$

ESCALAS

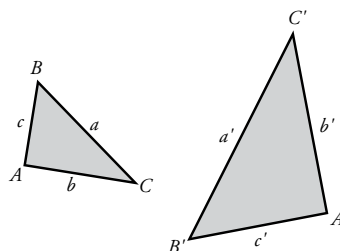
La escala de un mapa o de un plano es el cociente entre cada longitud del mapa (o plano) y la correspondiente

EJEMPLO: En un plano o escala 1:25 000, dos poblaciones están a 3 cm de distancia. Su distancia real es de km.

SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS

Dos triángulos son semejantes si cumplen una de estas condiciones:

- Los ángulos son
- Los lados son



$$\hat{A} = \hat{A'} \quad \hat{B} = \hat{B'} \quad \hat{C} = \hat{C'}$$

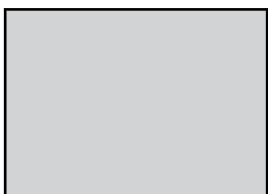
$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} =$$

Ficha de trabajo A

MEDICIONES EN EL AULA

Al profesor de Matemáticas le encargan que haga un estudio de las dependencias del instituto por si se puede optimizar el uso del espacio disponible. Empieza su labor por vuestra aula, en la que da clase.

- 1 Primero se quiere dibujar un plano a escala de la clase, pero no tiene muy claro cuál será la escala. Así que os va pidiendo diversos dibujos para ver cuál se adecua mejor a sus intereses. “Este rectángulo representa una de vuestras mesas”, os dice. “Dibujad un rectángulo semejante que represente mi mesa, sabiendo que la razón de semejanza es 2”.



- 2 Los dibujos anteriores están hechos a escala 1:20. ¿Cuáles son las dimensiones reales de una mesa de alumno? ¿Cuáles son las dimensiones de la mesa del profesor? “Y recordad poner las dimensiones que obtengáis en el dibujo”, os dice el profesor.

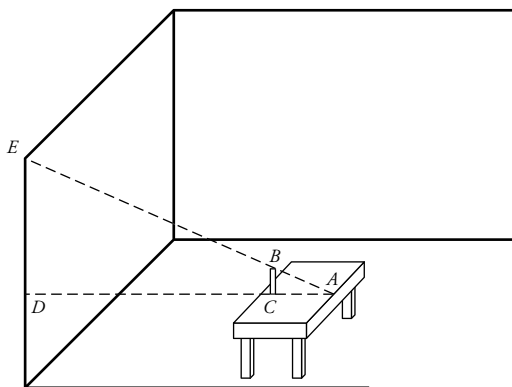
- 3 “Como todavía no he decidido la escala a la que dibujaremos el plano, construid una figura semejante a la que representa vuestra mesa, cuya razón de semejanza sea $1/2$. Tomad como punto de proyección el vértice A”.



- 4** “A ver, chicos, vamos a representar la superficie del aula a escala 1:100, mediante un rectángulo de lados 9 cm y 6 cm, respectivamente.
¿Cuáles son las dimensiones reales de la clase?

- 5** “Vamos a dibujar las ventanas. Tened en cuenta que miden $100\text{ cm} \times 125\text{ cm}$. Si utilizamos una escala 1:25, ¿cuáles serán sus dimensiones en el plano? Dibujad una de ellas como muestra, por favor”.

- 6** “También vamos a calcular la altura de la clase. ¿A alguien se le ocurre cómo podemos hacerlo?”, pregunta. Ana levanta la mano y contesta: “Podríamos utilizar la semejanza de triángulos”. “Muy bien, Ana. Utilizad el siguiente dibujo para calcular la altura que os pido. La altura de la mesa es de 70 cm. Además, $\overline{BC} = 20\text{ cm}$, $\overline{AC} = 50\text{ cm}$ y $\overline{AD} = 4\text{ m}$ ”.



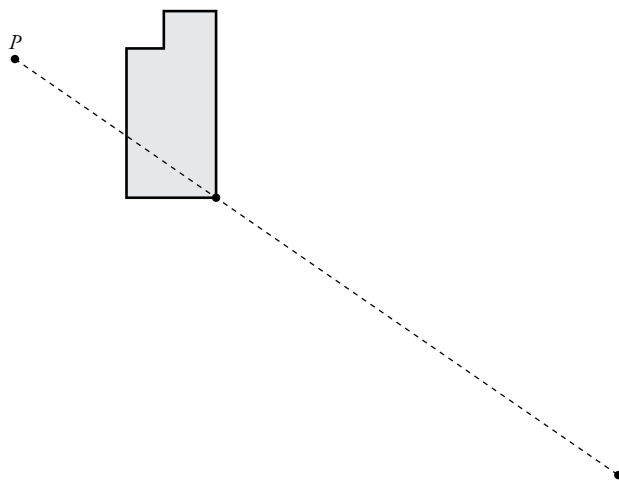
- 7** Por último, vamos a calcular la distancia en el suelo de esquina a esquina opuesta.
- “Podemos medir con la cinta métrica”, dice Rosa.
 - “También lo podemos calcular utilizando el teorema de Pitágoras”, dice Luis.
- Bien, lo hacemos de las dos formas y comprobaremos que se obtiene el mismo resultado. Calcula tú esa distancia con los datos disponibles.

Ficha de trabajo B

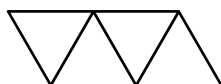
COMPRA DE CASA

Tu prima Luisa y su novio, Arturo, quieren comprar una casa y van a la inmobiliaria. Te vas con ellos.

- 1 Al llegar allí, les enseñan una fotocopia del plano de la casa, pero ampliada un 150% para poder verlo mejor. Tus primos quieren que las medidas sean exactas y te preguntan si se pueden fiar de la fotocopia, si las dos figuras serán semejantes. ¿Qué les contestas? De serlo, ¿cuál sería la razón de semejanza?
- 2 A Arturo le gustaría ver ampliada la parte que corresponde a la cocina. Te pide que la amplíes al triple de su tamaño, utilizando como punto de proyección uno exterior a la figura. ¿Cómo te quedó?



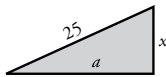
- 3 Está previsto que una cenefa de triángulos equiláteros decore las paredes de la cocina. En el dibujo que les mostraron, el lado del triángulo medía 6 cm, y les dijeron que la razón de semejanza del dibujo era de $1/2$. Arturo te pregunta qué altura tendría la cenefa de triángulos en la realidad.



4 Os enseñan otro plano en el que uno de los dormitorios mide $3,6 \text{ cm} \times 2,4 \text{ cm}$. Os dicen que en la realidad medirá $4,5 \text{ m} \times 3 \text{ m}$. Para posteriores mediciones, Luisa te pregunta por la escala de este plano.

5 Luego os muestra otro plano con la plaza de garaje. En él, la plaza mide $3 \text{ cm} \times 8 \text{ cm}$ (ancho $\times$ largo), y os dice que la longitud real es de 6 m , pero que no recuerda la anchura. El comercial os dice que la plaza cuesta $12\,150 \text{ €}$. ¿A cuánto sale el metro cuadrado?

6 La rampa que baja desde la calle al garaje tiene una longitud de 25 m , y visto en planta, en el plano anterior, mide $a = 32 \text{ cm}$. ¿A qué profundidad se encuentra el suelo del garaje?



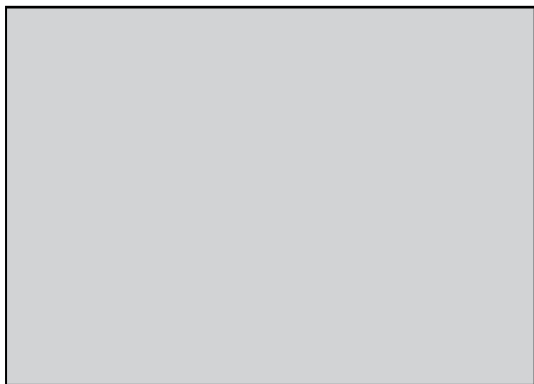
7 En otro plano, con una escala $1:75$, el piso tiene una superficie de 240 cm^2 . El precio final del piso es de $243\,000 \text{ €}$. Luisa quiere saber cuánto cuesta el metro cuadrado, para compararlo con otras zonas. Díselo.

8 Ya en la calle, observando la construcción, Luisa y Arturo quieren saber la altura que tendrá finalmente. Tu prima midió con sus pasos (2 pasos) la sombra que proyectaba en la calle una señal de tráfico de 2 m de altura y la sombra del edificio (18 pasos). Te dijo que cada uno de sus pasos mide 75 cm . ¿Cuál es la altura aproximada del edificio?

Soluciones

Ficha de trabajo A (Refuerzo)

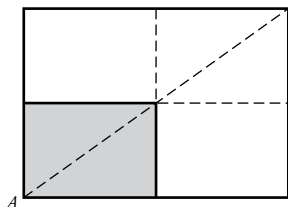
1



2

La mesa del alumno mide 70 cm de largo y 50 cm de ancho. La longitud real de la mesa del profesor es 1,4 m, y su anchura, 1 m.

3



4

Las dimensiones reales son 9 m de largo y 6 m de ancho.

5

Las ventanas en el plano serían de 4 cm $\times$ 5 cm.



6

2,3 m

7

La diagonal mide 10,82 m.

Ficha de trabajo B (Ampliación)

1

Sí, son semejantes y la razón de semejanza entre la fotocopia y el plano original es 1,5.

2



3

10,4 cm

4

Escala 1:125

5

900 €/m²

6

7 m

7

1 800 €/m²

8

18 metros